

CHAPITRE II : HYDRODYNAMIQUE DES LIQUIDES.

II.1 Hydrodynamique des liquides parfaits :

L'hydrodynamique des liquides consiste à étudier le mouvement des particules liquides soumises à un système de forces. Dans l'hydrodynamique les forces de compressibilité sont négligées. Si les forces dues à la viscosité ne manifestent pas (force de frottement = 0), il n'y a pas donc de mouvement relatif entre les particules de liquides, on parle alors de l'*hydrodynamique des liquides parfaits*.

II.1.1 Equation de la dynamique des liquides parfaits (Equation d'EULER) :

En hydrodynamique, il suffit d'ajouter au second membre a l'équation fondamentale de l'hydrostatique des liquides, qui est la force d'inertie par l'unité de masse, c à d au signe négatif, l'accélération absolue soit $-\vec{a}$, ce qui conduit à l'*équation fondamentale de l'hydrodynamique des liquides parfaits*.

$$\frac{1}{\rho} \vec{\text{grad}} P = \vec{F} - \vec{a} \dots\dots\dots \text{II.1}$$

Cette équation vectorielle projetée sur les trois axes fournis les trois équations suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = X - \frac{d^2 x}{dt^2} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = Y - \frac{d^2 y}{dt^2} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = Z - \frac{d^2 z}{dt^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Ce sont les équations générales du mouvement appelées équations d'EULER}$$

- Equation de Bernoulli:

Soit l'écoulement permanent d'un liquide parfait et incompressible soumis au champ gravitationnel (champ de pesanteur); le long d'une ligne de courant confondue avec la trajectoire. (Écoulement unidimensionnel), l'équation de Bernoulli s'écrit comme suit :

$$z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} = H = \text{Cte} \dots\dots\dots \text{II.2.}$$

Cette équation est homologue à celle obtenue en hydrostatique, sauf le terme $\frac{V^2}{2g}$ est plus, qui représente la hauteur de la vitesse (m).

→ L'équation de Bernoulli est valable en tout point du fluide incompressible en mouvement permanent et ir-rotationnel et la somme des termes reste constante le long d'une ligne de courant.

→ Représentation graphique:

$$Z + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = H = C$$

Z: cote du point (m).

$\frac{P}{\rho g}$: Hauteur due à la pression (m).

$\frac{V^2}{2g}$: Hauteur due à la vitesse (m).

H: charge totale (m).

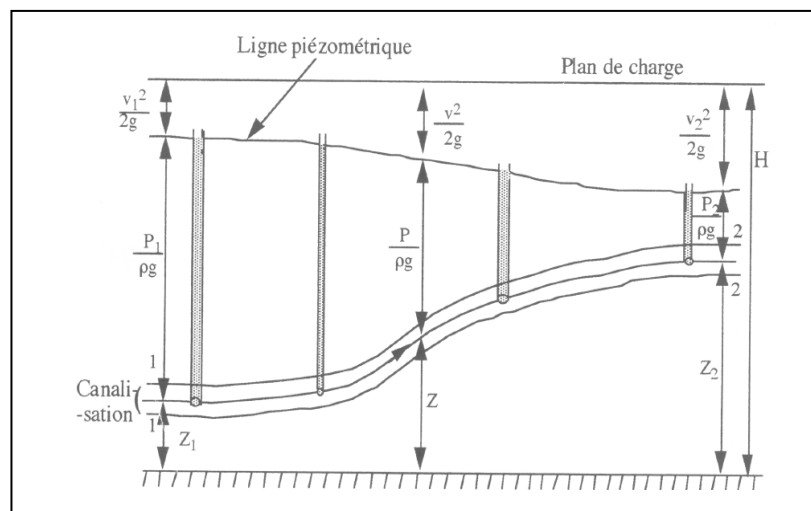


Fig. (II.1) : Représentation graphique de l'équation de Bernoulli pour un liquide parfait.

- La ligne reliant les points C₁ et C₂ est la ligne de charge qui à pour un liquide de fluidité parfaite est horizontale.
- La ligne reliant les points A₁ et A₂ est la ligne piézométrique.

II.1.2. Application du théorème de Bernoulli :

➤ Tube de pito:

On considère un liquide en écoulement permanent dans une canalisation, et deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B, le liquide à la même vitesse V qui dans la canalisation et la pression est la même que celle du liquide $P_B = P$

En A, point d'arrêt, $V = 0$ et $P = P_A$
(D'après le théorème de Bernoulli)

$$Z_A + \frac{P_A}{\varpi} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\varpi} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{P_A}{\varpi} = \frac{P_B}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} \Rightarrow P_A = P + \frac{1}{2} \rho V^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \rho V^2 = P_A - P \Rightarrow \frac{1}{2} \rho V^2 = \rho g h$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} \frac{V^2}{g} \Rightarrow h = \frac{V^2}{2g}$$

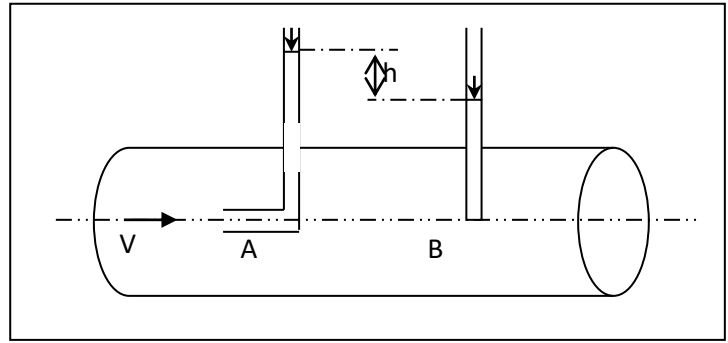


Fig. (II.2) : Tube de Pito

Donc d'après la Fig. (II.2) la différence de niveau h c'est la hauteur due à la vitesse V .

Les vitesses totales sont déterminées à l'aide du tube de Pito suivant la formule suivante:

$$V = k \sqrt{2gh} \dots\dots\dots \text{II.3}$$

Où k c'est un coefficient de correction déterminé expérimentalement.

➤ **Tube de Venturi " Phénomène de Venturi":**

Une conduite de section principale S_A ,
subit un étranglement en B ou sa section S_B .
La vitesse d'un fluide augmente dans
l'étranglement donc sa pression se diminue
 $V_B > V_A \Rightarrow P_B < P_A$.

Le théorème de Bernoulli s'écrit ici:

$$Z_A + \frac{P_A}{\varpi} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\varpi} + \frac{V_B^2}{2g}$$

Et on a $Q = V_A S_A = V_B S_B$

$$\Rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{S_A^2} - \frac{1}{S_B^2} \right) Q^2 \Rightarrow P_A - P_B = k Q^2 \dots\dots\dots \text{II.4}$$

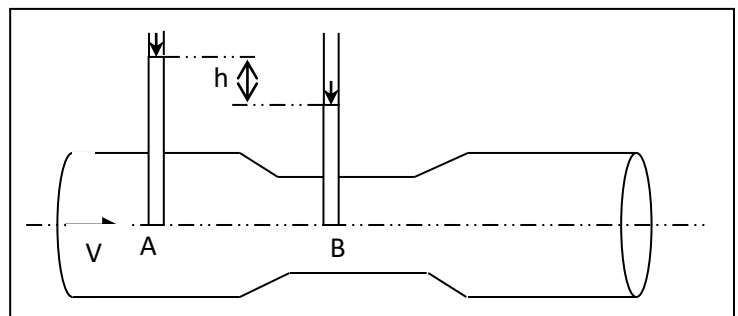


Fig. (II.3) : Tube de Venturi

La différence de pression aux bornes aux extrémités du tube de Venturi est proportionnelle
au carré du débit (Q).

II.2 Hydrodynamique des liquides réels :

L'écoulement d'un liquide réel engendre des forces de frottement dues à la viscosité et à la turbulence, sous ce titre on étudiera les conditions d'équilibre des fluides réels et incompressibles c à d où les forces de frottement jouent un rôle important.

II.2.2. Equation de l'hydrodynamique des liquides réels " Équation de Navier stokes" :

L'équation générale de la dynamique des liquides réels ou équation de Navier stokes. Elle est valable pour les écoulements laminaires d'un fluide incompressible. L'équation est la suivante :

$$\frac{1}{\rho} \vec{\text{grad}} P + \vec{F} + \vec{a} + \nu \nabla^2 \vec{V} \dots \dots \dots \text{II.5}$$

$\frac{1}{\rho} \vec{\text{grad}} P$: Force de pression

$\vec{F}$: Force extérieure (de volume) ou massique.

$\vec{a}$: Force d'inertie résultante du mouvement

$\nu \nabla^2 \vec{V}$: Force de viscosité.

- Si $\nu = 0 \Rightarrow$ on trouve l'équation d'Euler pour les liquides parfaits ;
- Si $\nu = 0$ et $\vec{a} = 0 \Rightarrow$ on trouve l'équation de l'hydrostatique.

➤ Extension du théorème de Bernoulli, pour un cas de liquide réel:

L'équation de Bernoulli s'écrit sous la manière suivante:

$$Z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} + j = \text{Cte} = H \dots \dots \dots \text{IV.6}$$

→ Représentation graphique du théorème de Bernoulli pour un liquide réel:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\varpi} + \frac{V_1^2}{2g} + j_1 = Z_2 + \frac{P_2}{\varpi} + \frac{V_2^2}{2g} + j_2$$

$j_2 - j_1$: Représente la perte de charge entre les deux points 1 et 2.

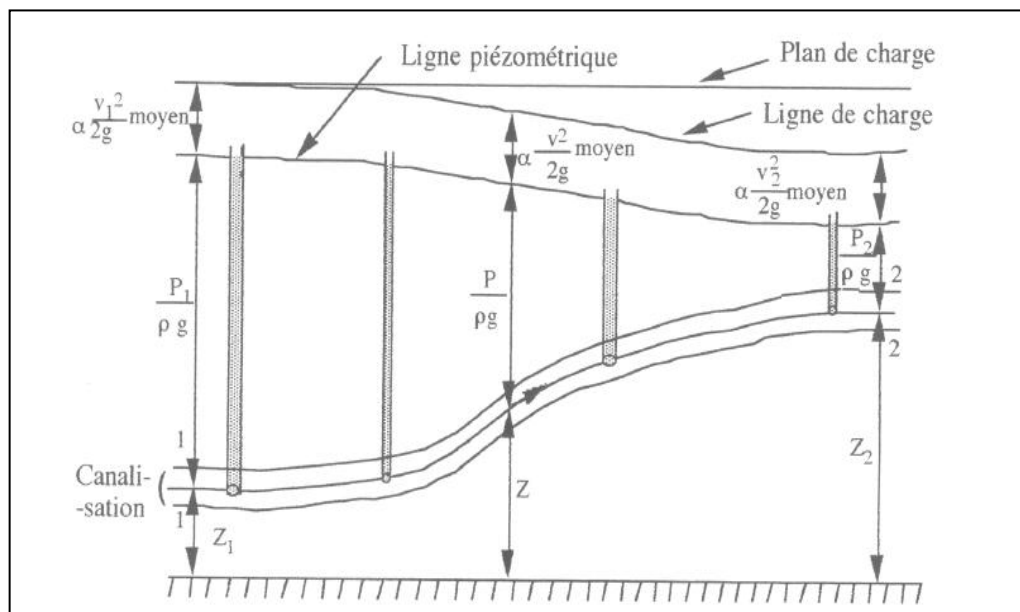


Fig. (II.4) : Représentation graphique de l'équation de Bernoulli pour un liquide réel.