

Série N 2

Exercice 1 :

Soient A , B et C des événements. On pose $E_1 = A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$ et $E_2 = A \cap (B \cup C)$.

1. Montrer que E_1 et E_2 sont incompatibles.
2. Déterminer l'ensemble $E_1 \cup E_2$.
3. On sait que $\mathbb{P}(A) = 0,6$, $\mathbb{P}(B) = 0,4$, $\mathbb{P}(C) = 0,3$, $\mathbb{P}(B \cap C) = 0,1$, $\mathbb{P}(A \cap C) = 0,1$, $\mathbb{P}(A \cap B) = 0,2$ et $\mathbb{P}(A \cap B \cap C) = 0,05$.
Calculer $\mathbb{P}(E_1) + \mathbb{P}(E_2)$ et déduire $\mathbb{P}(E_1)$.

Exercice 2 :

Soient A et B deux événements tels que $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{5}$ et $\mathbb{P}(A \cup B) = \frac{1}{8}$.

1. Supposons que A et B soient incompatibles. Calculer $\mathbb{P}(B)$.
2. Supposons que A et B soient indépendants. Calculer $\mathbb{P}(B)$.
3. Calculer $\mathbb{P}(B)$ en supposant que l'événement A ne peut être réalisé que si l'événement B est réalisé.

Exercice 3 :

1. Montrer que, pour 3 événements quelconques A , B , C , on a :

$$\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(A \cap B) - \mathbb{P}(B \cap C) - \mathbb{P}(A \cap C) + \mathbb{P}(A \cap B \cap C).$$

2. Généraliser dans le cas de n événements A_1, A_2, \dots, A_n .

Exercice 4 :

On lance deux fois un dé pipé tel que $P(1) = P(3) = P(4) = 1/8$ et $P(2) = P(6) = 1/4$. Quelle est la probabilité que la somme des points obtenus soit supérieure à 10 (strictement) sachant que :

1. un des résultats est 6.
2. le premier résultat est 6.

Exercice 5 :

Les élèves d'une classe sont choisis au hasard l'un après l'autre pour subir un examen.

Calculer la probabilité p pour que l'on ait alternativement un garçon et une fille sachant que :

- (1) La classe est composée de 4 garçons et 3 filles.
- (2) La classe est composée de 3 garçons et 3 filles.

Exercice 6 :

Dans un lycée 0.25 des élèves échouent en mathématiques, 0.15 échouent en chimie, et 0.1 échouent à la fois en mathématique et en chimie. On choisit un élève au hasard.

(1) Si l'élève a échoué en chimie, quelle est la probabilité pour qu'il ait aussi échoué en mathématiques ?

(2) Si l'élève a échoué en mathématiques, quelle est la probabilité pour qu'il ait aussi échoué en chimie ?

(3) Quelle est la probabilité pour qu'il ait échoué en mathématiques ou en chimie ?

Exercice 7 :

Trois machines A , B et C produisent respectivement 0.6, 0.3 et 0.1 du nombre total de pièces fabriquées dans une usine. Les pourcentages de résultats défectueux de ces machines sont respectivement 0.02, 0.03 et 0.04. On choisit une pièce au hasard et on s'aperçoit qu'elle est défectueuse.

Calculer la probabilité pour que cette pièce ait été produite par la machine C .

Exercice 8 :

On considère trois urnes U_1 , U_2 et U_3 . La première U_1 contient 9 boules blanches, 4 rouges et 2 noires. La deuxième contient 8 boules blanches, 5 rouges et 2 noires. La troisième contient 6 boules blanches, 4 rouges et 5 noires. On choisit l'une de trois urnes au hasard, puis on tire 3 boules simultanément de cette urne.

(1) Calculer la probabilité d'être : "1 blanche et 1 rouge et 1 noire".

(2) Supposons que les boules tirées sont 2 blanche et 1 rouge, calculer la probabilité qu'elles proviennent de l'urne U_1 .

On choisit cette fois-ci une boule de U_1 , une de boule de U_2 et une boule de U_3 .

(3) Calculer la probabilité d'être : "1 blanche et 1 rouge et 1 noire".

Exercice 9 :

Un sac contient 50 boules, dont : 20 boules rouges et 30 boules noires. Sur 15 boules rouges et 9 boules noires, on marque "Gagné" et dans le reste on marque "Perdu". On tire au hasard une boule. Calculer à l'aide d'un arbre de probabilité pondéré les probabilités des événements suivants :

R : "La boule tirée est rouge". G : "La boule tirée est marquée Gagné".

$R \cap G$: "La boule tirée est rouge et marquée Gagné".

$\bar{R} \cap \bar{G}$: "La boule tirée est noire et marquée Perdu".

Enfin, quelle est la probabilité d'être une boule marquée Gagné.

Exercice 10 :

Une urne U_1 contient a_1 boules rouges et a_2 boules noires, une autre urne U_2 contient b_1 boules rouges et b_2 boules noires. On tire une boule de U_1 et on la met dans U_2 , on désigne par E l'événement "la boule tirée de U_1 est rouge" et par F l'événement "la boule tirée de U_2 est rouge" et par \bar{E} et \bar{F} les événements contraires.

(1) Calculer les probabilités $\mathbb{P}(E)$, $\mathbb{P}(\bar{E})$, $\mathbb{P}(F|E)$, $\mathbb{P}(F|\bar{E})$.

(2) Calculer les probabilités $\mathbb{P}(F)$, $\mathbb{P}(E|F)$, $\mathbb{P}(\bar{E}|F)$.

.

..