

TD 01 thermodynamique II

Exercice 01/

Un récipient contient 10 litres d'eau à la température $T_0=60^\circ\text{C}$.

- 1) Quel volume d'eau à $T_0=15^\circ\text{C}$ faut-il y verser pour obtenir de l'eau à la température $T_0=30^\circ\text{C}$?
- 2) Dans le récipient contenant 10 l d'eau à 60°C , on met un morceau de glace de masse $M=800\text{g}$ à la température $T_g = 0^\circ\text{C}$. quelle est la température finale du mélange ?
- 3) Dans le récipient contenant 10 l d'eau à 60°C , on plonge une résistance $R = 600 \Omega$ parcourue par un courant d'intensité $I=1.2 \text{ A}$.
 - a) Quel temps faudra-t-il pour porter l'eau à ébullition ?
 - b) Une fois l'ébullition est atteinte, combien de temps faudra-t-il pour vaporiser 1/2 l d'eau ?

Les pertes sont supposées négligeables et la pression, maintenue constante, est égale à 1 atm

On donne : $C_{pe} = 4.18 \text{ KJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $L_v = 2260\text{KJ.kg}^{-1}$, $L_f = 334\text{KJ.kg}^{-1}$, $C_{pg} = 2.09 \text{ KJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$,
 $\rho_e = 1\text{Kg/m}^3$, $\rho_g = 917\text{Kg/m}^3$

Exercice 02/

On considère une masse m d'azote, considéré comme gaz parfait, dans les conditions normales de pression et de température (état A).

1. Le gaz est comprimé de façon isotherme et réversible jusqu'à la pression $P_B = 10 P_O$ (état B). Calculer le travail et la quantité de chaleur reçus par le gaz.
2. Après avoir été ramené à l'état A, le gaz est comprimé de façon adiabatique et réversible jusqu'à la pression $P_B' = P_B$ (état B'). Calculer le travail reçu par le gaz.
3. Représenter dans le diagramme (P,V) les transformations (AB) et (AB') et calculer les pentes des tangentes aux deux courbes au point A.
4. Partant du point A, le gaz est comprimé de façon isotherme réversible jusqu'à la pression P_B ; il est ensuite détendu de façon adiabatique jusqu'à une pression $P_C = P_O$. Calculer V_C et T_C et représenter la transformation ABC.

Solution

Ex01/

Solution :

1)

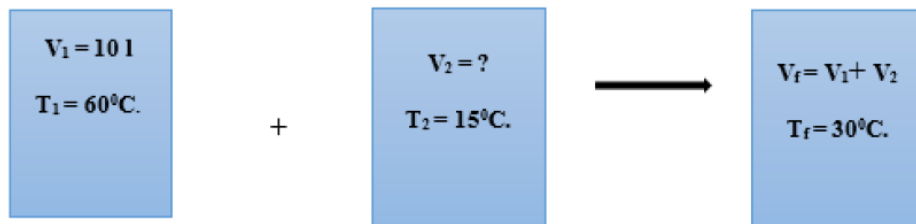


Figure II.2

(Les pertes de chaleur sont négligeables) \Leftrightarrow (système isolé) $\Leftrightarrow \left(\sum Q_{\text{reçue}} + \sum Q_{\text{cédée}} = 0 \right)$

$$M_1 C_{pe} (T_f - T_1) + M_2 C_{pe} (T_f - T_2) = 0 \Rightarrow \rho_e V_1 C_{pe} (T_f - T_1) + \rho_e V_2 C_{pe} (T_f - T_2) = 0$$

$$V_2 = -V_1 \frac{(T_f - T_1)}{(T_f - T_2)} \Rightarrow V_2 = -10 \frac{(30 - 60)}{(30 - 15)} = 20 \text{ l}$$

2)



Figure I 3

$\left(\begin{array}{c} \text{La quantité de chaleur fournie} \\ \text{par l'eau chaude} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{La quantité de chaleur} \\ \text{de fusion} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{La quantité de chaleur d'échauffement} \\ \text{de la glace} \end{array} \right) = 0$

$$\rho_e V_e C_{pe} (T_f - T_i) + M_g L_F + M_g C_{pg} (T_f - T_F) = 0$$

$$T_f = \frac{\rho_e V_e C_{pe} T_i - M_g L_F + M_g C_{pg} T_F}{\rho_e V_e C_{pe} + M_g C_{pg}}$$

$$T_f = \frac{1 \times 10 \times 4.18 \times 10^3 \times (60 + 273) - 0.8 \times 334 \times 10^3 + 0.8 \times 2090 \times (0 + 273)}{1 \times 10 \times 4.18 \times 10^3 + 0.8 \times 2090}$$

$$\boxed{T_f = 324.5\text{K} = 51.5^\circ\text{C}}$$

a) Le temps nécessaire pour porter l'eau à ébullition

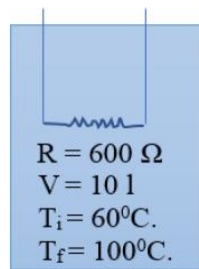


Figure II. 4

$$\left(\begin{array}{l} \text{La quantité de chaleur} \\ \text{dégagée par effet Joule} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{La quantité de chaleur nécessaire} \\ \text{pour porter l'eau à ébullition} \end{array} \right)$$

$$RI^2\Delta t = \rho_e V_e C_{pe} (T_f - T_i) \Rightarrow \Delta t = \frac{\rho_e V_e C_{pe} (T_f - T_i)}{RI^2}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{1 \times 10 \times 4.18 \times 10^3 (373 - 333)}{600 \times (1.2)^2} = 1935 \text{ s}$$

b) Une fois l'ébullition est atteinte, le temps nécessaire pour l'évaporation :

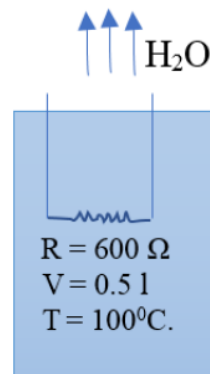


Figure II.5

$$\left(\begin{array}{l} \text{La quantité de chaleur} \\ \text{dégagée par effet Joule} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{La quantité de chaleur} \\ \text{d'évaporation} \end{array} \right)$$

$$RI^2\Delta t = \rho_e V_e L_v \Rightarrow \Delta t = \frac{\rho_e V_e L_v}{RI^2}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{1 \times 0.5 \times 2260 \times 10^3}{600 \times (1.2)^2} = 1307 \text{ s} = 21.7 \text{ min}$$

1.

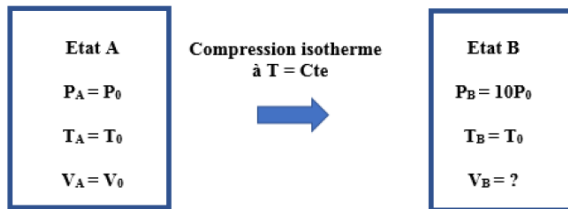


Figure II.7

$$P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow V_B = \frac{P_A V_A}{P_B} \Rightarrow V_B = \frac{P_0 V_0}{10P_0}$$

$$V_B = \frac{V_0}{10}$$

Travail W :

(Compression isotherme) \Rightarrow (Transformation réversible)

$$(\delta W = -P_{\text{ext}} dV) \quad \underline{\text{Transformation réversible}} \quad \left(\begin{array}{l} P_{\text{ext}} = P_{\text{int}} = P \\ \delta W = -P dV \end{array} \right)$$

$$\int_{V_A}^{V_B} \delta W = - \int_{V_A}^{V_B} P dV = -nRT_0 \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} \Rightarrow W = nRT_0 \ln \left(\frac{V_A}{V_B} \right) = nRT_0 \ln 10$$

La quantité de chaleur Q :

(Transformation isotherme) $\Rightarrow (\Delta U = C_v \Delta T = W + Q = 0)$

$$Q = -W = -nRT_0 \ln 10$$



Figure II.8

Le calcul du travail W :

(Transformation adiabatique réversible) $\Rightarrow (\Delta U = nC_v (T_{B'} - T_A) = W + Q = W + 0)$

$$P_A V_A^\gamma = P_{B'} V_{B'}^\gamma \Rightarrow \left(\frac{V_{B'}}{V_A} \right)^\gamma = \frac{P_A}{P_{B'}} = \frac{P_0}{10P_0} = \frac{1}{10} \Rightarrow V_{B'} = \frac{V_0}{10^{1/\gamma}}$$

$$\begin{aligned}
P_B' V_B' &= nR T_B' \Rightarrow T_B' = \frac{P_B' V_B'}{nR} \\
&\Rightarrow T_B' = \frac{10P_0 \frac{V_0}{10^{1/\gamma}}}{nR} \\
&\Rightarrow T_B' = \frac{P_0 V_0}{nR} \times \frac{10V_0}{10^{1/\gamma}} \\
&\Rightarrow T_B' = T_0 \times \frac{10V_0}{10^{1/\gamma}} \\
&\Rightarrow \boxed{T_B' = T_0 \times 10^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}
\end{aligned}$$

$$\boxed{W = \Delta U = nC_v \left(T_0 \times 10^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_0 \right) = nC_v T_0 \left(10^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}$$

3)

$$A(P_0, V_0, T_0), B\left(10P_0, \frac{V_0}{10}, T_0\right), B'\left(10P_0, \frac{V_0}{10^{1/\gamma}}, T_C\right)$$

Transformation isotherme de A à B :

$$(\text{Transformation isotherme}) \Rightarrow (PV = nRT_0)$$

$$PV = nRT_0 \Rightarrow P = \frac{nRT_0}{V}$$

La pente au point A :

$$\begin{aligned}
P = \frac{nRT_0}{V} &\Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{dP}{dV}\right)_T = -\frac{nRT_0}{V^2} \\
&\Rightarrow \left(\frac{dP}{dV}\right)_{V=V_0} = -\frac{nRT_0}{V_0^2} = -\frac{nRT_0}{V_0} = -\frac{P_0}{V_0}
\end{aligned}$$

$$\boxed{\left(\frac{dP}{dV}\right)_{V=V_0} = -\frac{P_0}{V_0}}$$

Transformation adiabatique réversible de A à B :

$$(\text{Transformation adiabatique réversible}) \Rightarrow (PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma = C^{te})$$

$$\begin{aligned}
P = \frac{P_0 V_0^\gamma}{V^\gamma} &\Rightarrow P = (P_0 V_0^\gamma) V^{-\gamma} \Rightarrow \left(\frac{dP}{dV}\right)_{V=V_0} = -\gamma (P_0 V_0^\gamma) V^{-\gamma-1} \\
&\left(\frac{dP}{dV}\right)_T = -\gamma \frac{(P_0 V_0^\gamma)}{V^{\gamma+1}}
\end{aligned}$$

La pente au point A :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dP}{dV} \right)_{V=V_0} &= -\gamma (P_0 V_0^\gamma) V_0^{-\gamma-1} = \left(\frac{dP}{dV} \right)_{V=V_0} = -\gamma \frac{(P_0 V_0^\gamma)}{V_0^{\gamma+1}} \\ &= -\gamma \frac{P_0 V_0^\gamma}{V_0^\gamma V_0} \\ &= -\gamma \frac{P_0}{V_0} \end{aligned}$$

$$\boxed{\left(\frac{dP}{dV} \right)_{V=V_0} = -\gamma \frac{P_0}{V_0}}$$

D'après le calcul des deux tangentes au point A, la pente de la courbe associée à la transformation adiabatique réversible est plus importante que celle de la transformation isotherme.

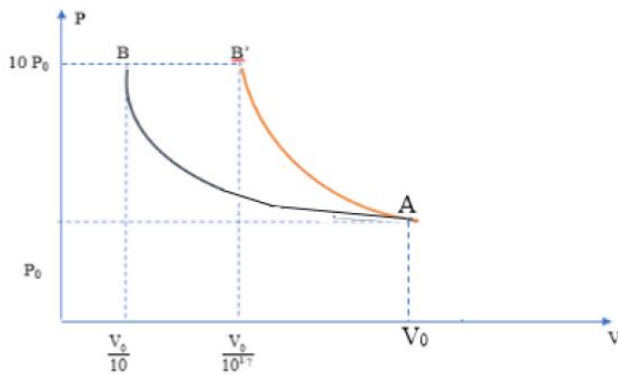


Figure II.9 : Diagramme (P,V)

4)

A(P_0, V_0, T_0) Isotherme réversible B($10P_0, V_B, T_0$) Adiabatique C(P_0, V_C, T_C)

$$P_B V_B = P_A V_A \Rightarrow V_B = \frac{P_A V_A}{P_B} = \frac{P_0 V_0}{10 P_0} = \frac{V_0}{10}$$

$$\boxed{V_B = \frac{V_0}{10}}$$

$$P_B V_B^\gamma = P_C V_C^\gamma \Rightarrow \left(\frac{V_C}{V_B} \right)^\gamma = \frac{P_B}{P_C} = \frac{10 P_0}{P_0} = 10$$

$$\Rightarrow \frac{V_C}{V_B} = (10)^{1/\gamma}$$

$$\Rightarrow V_C = \frac{V_0}{10} (10)^{1/\gamma}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_C = V_0 (10)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$$

$$C \left(P_0, V_0 (10)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}, T_C \right)$$

$$(\text{Gaz parfait}) \Rightarrow P_C V_C = nR T_C \Rightarrow T_C = \frac{P_C V_C}{nR} = \frac{P_0 V_0 (10)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{\frac{P_0 V_0}{T_0}}$$

$$\Rightarrow T_C = T_0 (10)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

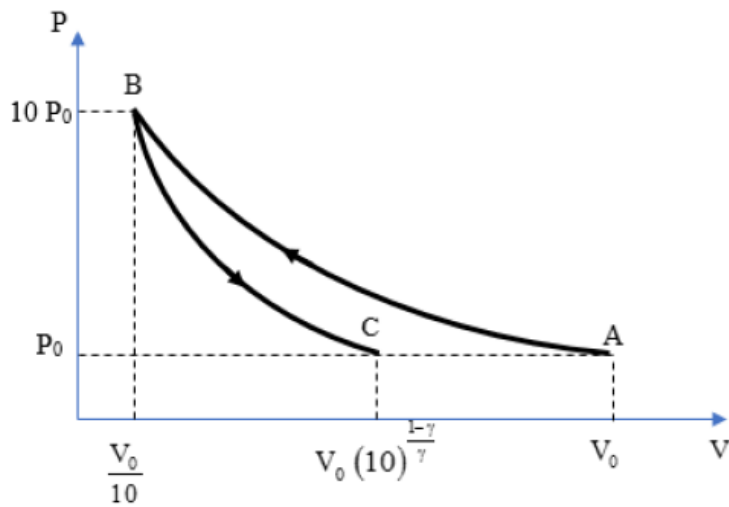


Figure II.10 : Diagramme (P,V)