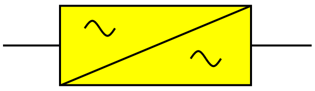
Le Transformateur Monophasé

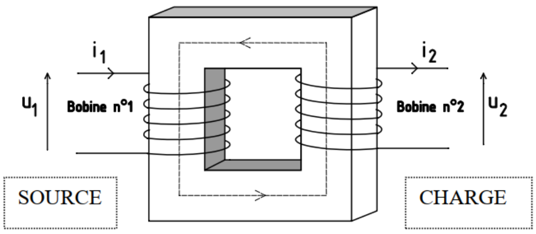
I- PRESENTATION :

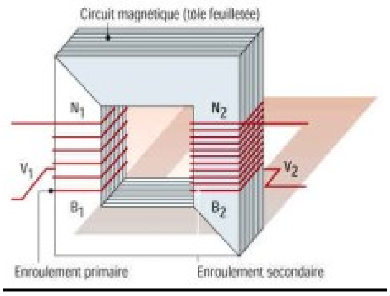
Un transformateur est une machine électrique statique (pas d'organe en rotation) permettant un changement de ***tension alternative*** avec un excellent rendement. Il peut être utilisé en abaisseur de tension ou en élévateur de tension (transport de l'énergie électrique).



Constitution

Un transformateur est constitué d'un ***noyau de fer***, *circuit magnétique* fermé, autour duquel on a placé ***deux enroulements électriques indépendants*** (*primaire* et *secondaire*)..





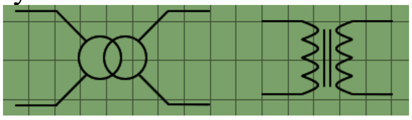
Circuit magnétique:

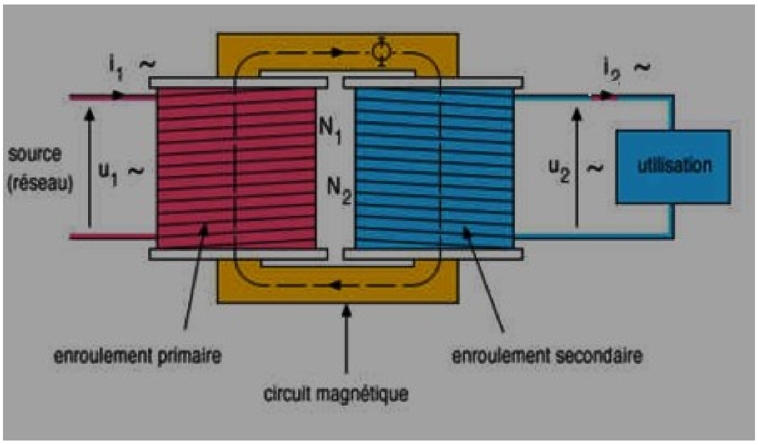
Il est traversé par un champ magnétique variable et est le siège de pertes magnétiques (pertes par courants de Foucault et par hystérésis). On limite ces pertes, pour les premières en utilisant un circuit feuilleté et pour les secondes en utilisant un acier au silicium.

Enroulements:

Ils sont placés de manière à limiter les fuites magnétiques.

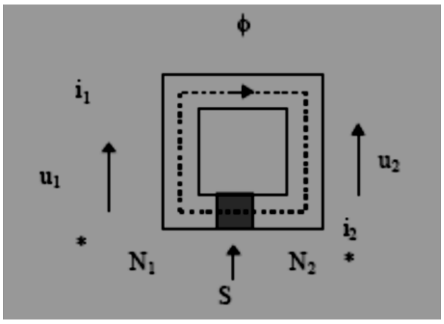
Symbole

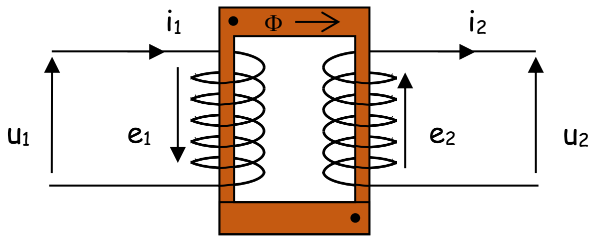

:



- <u>Les notations usuelles</u> :

Les grandeurs relatives au primaire sont affectées de l'indice « 1 », celles relatives au secondaire sont affectées de l'indice « 2 ».





Convention récepteur pour le primaire indicé 1. Le primaire reçoit de la puissance du réseau.
Convention générateur pour le secondaire indicé 2.Le secondaire fournit de la puissance à la charge.
Bornes homologues: Les bornes marquées d'une étoile sont dites homologues, si des courants entrant au même instant par ces bornes donnent des flux de même sens (ligne de champ de même sens).

Les f e m e_1 et e_2 sont de sens opposé aux flux Φ_1 et Φ_2 ,d'après la loi de Faraday :

$e_1 = -N_1 \frac{d\Phi_1}{dt}$ $\quad$ $e_2 = -N_2 \frac{d\Phi_2}{dt}$ $\quad$ $U_1 = -e_1$; $\quad$ $U_2 = e_2$

- <u>Le flux magnétique</u> :

La tension sinusoïdale U_1, de pulsation ω, crée à travers chaque spire, un flux ϕ sinusoïdal de même pulsation et déphasé de $-\frac{\pi}{2}$ par rapport à la tension U_1

si $U(t) = U_{1eff}\sqrt{2}\cos(\omega t)$ alors $\phi(t) = \frac{U_{1eff}\sqrt{2}}{N_1\omega} cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

<u>Formule de Boucherot</u> :

On démontre que l'induction magnétique maximale s'exprime par la formule suivante

$$\hat{B} = \frac{U_1}{4.44\, N_1\, f\, S}$$

N_1 nombres de spires primaires, f frequence en Hz, S section du circuit magnétique en m^2
de même au secondaire

$$\hat{B} = \frac{U_2}{4.44\, N_2\, f\, S}$$

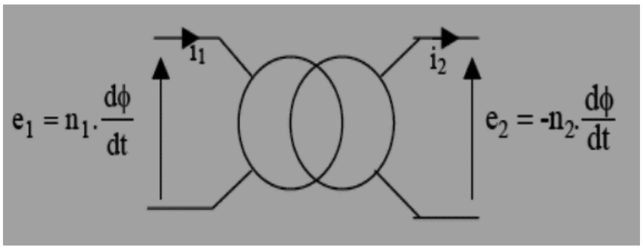
II – LE TRANSFORMATEUR PARFAIT

Un transformateur est supposé parfait si son rendement vaut l'unité et si l'on néglige la résistance des enroulements primaire et secondaire et les pertes magnétiques (hystérésis et Foucault) et que l'on considère que le circuit magnétique est parfait (fuites nulles ou flux conservatif).
Les équations d'un transformateur parfait sont :

$$U_1 = -e_1 = N_1 \frac{d\Phi_1}{dt}$$

$$U_2 = e_2 = -N_2 \frac{d\Phi_2}{dt}$$

$N_1 I_1 + N_2 I_2 \simeq 0$ (Théorème d'ampère)



Donc : $m = -\frac{u_2}{u_1}$

Cette relation indique que les tensions u_1 et u_2 sont en opposition de phase.

$$m = -\frac{i_1}{i_2}$$

Cette relation indique que les courants i_1 et i_2 sont en opposition de phase.

La relation entre les valeurs efficaces I_1; I_2 et U_1 ; U_2 ne tient pas compte du déphasage :

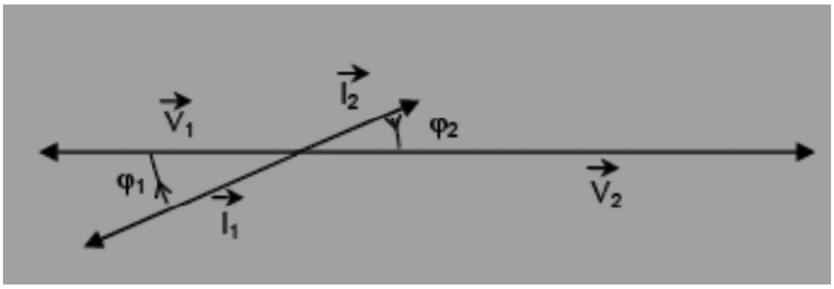
Donc : $m = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$

m est le rapport de transformation

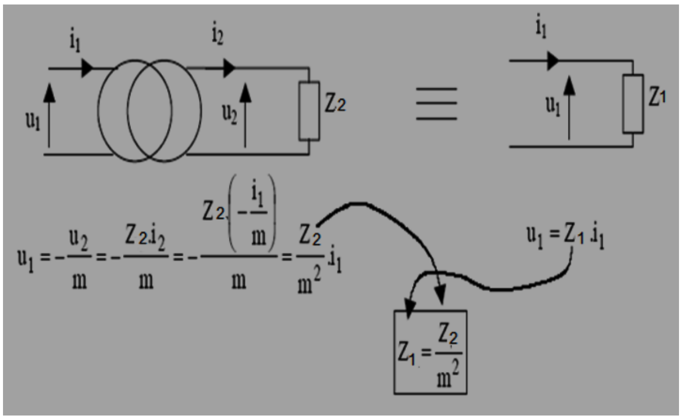
si m > 1, le transformateur et élévateur de tension ;
si m < 1, le transformateur est abaisseur de tension.

Le transformateur parfait est considéré comme un adaptateur d'impédance.

Diagramme de Fresnel



Le transformateur parfait est un adaptateur d'impédance



La puissance d'un transformateur

La puissance apparente représente la puissance maximale que peut transférer le transformateur.

La puissance apparente S est le produit des valeurs efficaces de la tension et de l'intensité :

S en volt-ampère (**VA**)

$\boldsymbol{S = U \times I}$ U en volt (**V**) et I en ampère (**A**)

d'où $S_1 = U_{1N} \times I_{1N}$ et $S_2 = U_{2N} \times I_{2N}$

Le transformateur a un excellent rendement : il y a conservation de la puissance apparente entre le primaire et le secondaire au voisinage des conditions nominales. $U_{1N} \times I_{1N} = U_{2N} \times I_{2N}$

La puissance active et réactive

Au primaire la puissance active vaut $P_1=U_1I_1\cos\varphi_1$ et au secondaire $P_1=U_2I_2\cos\varphi_2$

La puissance réactive $Q_1=U_1I_1\sin\varphi_1$ et au secondaire $Q_2=U_2I_2\sin\varphi_2$

<u>plaque signalétique</u>

Elle indique : U_1 : tension d'alimentation du primaire
S_n : puissance apparente nominale en KVA ou VA
U_2 : tension d'utilisation à vide du secondaire ,V
f : fréquence d'utilisation ,f=50Hz

Exemple de plaque signalétique

ATELIERS SAINT NICOLAS			
TRANSFORMATEUR de SÉCURITÉ			
Type : TS MONO	40 **VA**	**IP**	5098
Pri : 12 **V**	50 / 60 **Hz**	**Cl :** I	
Sec : 6 **V** **A** **OU** **V** **A**	U_{CC} **:** % **Isol : Cl :** F		NF EN 60742

<u>Application 1</u> : Le primaire d'un transformateur parfait, de rapport de transformation m=0.4 est alimenté par une tension sinusoidale de valeur efficace 220 V et de frequence 50 Hz. Le secondaire alimente une bobine de résistance 10 ohm et d'inductance 0.03H.
Calculer les différentes puissances fournies par le secondaire.

$U_2 = m.U_1 = 0,4 \times 220 = 88V$

$$Z_2 = \sqrt{R_2{}^2 + (L_2\omega)^2} = 13,7\ \Omega$$

$I_2 = U_2 / Z_2 = 88 / 13,7 = 6,4$ A

$\tan \varphi_2 = L\omega/R = 0,942 \Rightarrow \varphi_2 = 43°$ $\quad \omega = 2\pi f$

Donc :

$S_2 = U_2 I_2 = 563$ VA

$P_2 = S_2 \cos \varphi_2 = 410$ W

$Q_2 = S_2 \sin \varphi_2 = 386$ VAR

III / Transformateur réel

<u>1. plaque signalétique</u>

Elle indique : U_1 : tension d'alimentation du primaire
S_n : puissance apparente nominale
U_{20} : tension d'utilisation à vide du secondaire
f : fréquence d'utilisation
on peut alors calculer : le rapport de transformation $m = U_{20} / U_1$
les intensités des courants nominaux $I_{1n} = S_n / U_1$ et $I_{2n} = S_n / U_{20}$

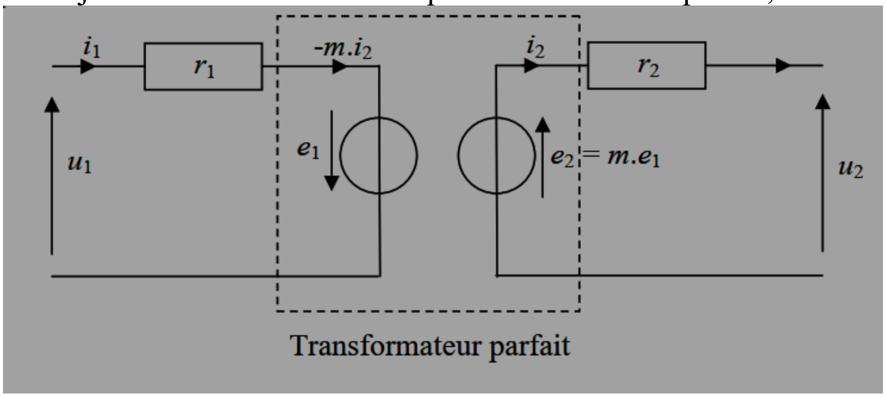
<u>2. les pertes</u>

le transformateur réel est un transformateur avec des pertes (Joule, magnétique, fuites)
- les pertes par effet Joule dans les enroulements
- les pertes magnétiques (Foucault, hystérésis)
- les fuites magnétiques : toutes les lignes de champ ne sont pas canalisées par le circuit magnétique fermé.

a) Pertes par effet Joule

• elles se produisent dans les résistances R_1 et R_2 des enroulements traversés par les courants i_1 et i_2 : $P_{Joule} = R_1.I_1{}^2 + R_2.I_2{}^2$

• on ajoute donc sur le schéma équivalent du transfo parfait, les résistances R_1 et R_2

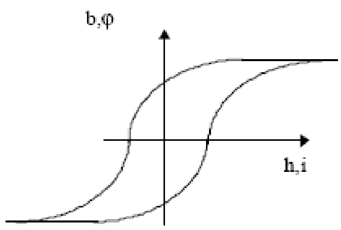


b) pertes magnétiques

. Les pertes dans le fer ou pertes *magnétiques* représentent :

 les pertes dues aux courants de Foucault (courants induits dans les masses métalliques)

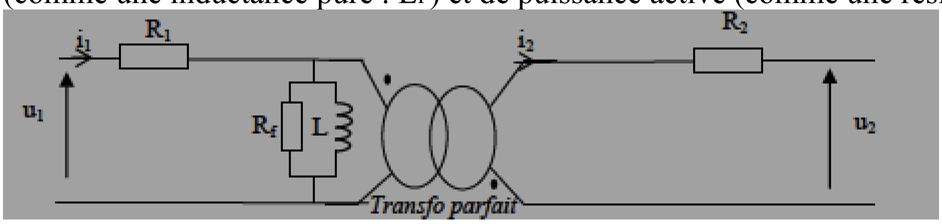
les pertes par l'hystérésis : L'aimantation du matériau absorbe de l'énergie. Le phénomène n'étant pas réversible, le matériau ne restitue pas toute l'énergie reçue. Pendant la désaimantation, une partie se dissipe sous forme de chaleur. Ces pertes sont proportionnelles à l'aire du cycle d'hystérésis.



On limite les pertes par courants de Foucault, en utilisant un circuit magnétique feuilleté
par hystérésis, en utilisant des aciers doux (4%Silicium) (cycle hystérésis étroits)

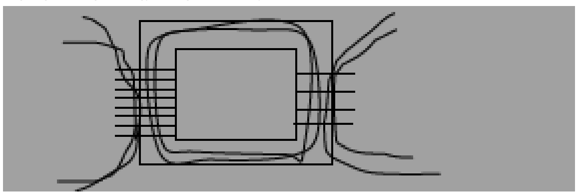
• Les pertes magnétiques dépendent de U_1 et f. $P_f=K.U_1^2$

• ces pertes se produisent dans le circuit magnétique, dès que le primaire est alimenté.
• Ces pertes se traduisent par une consommation supplémentaire de puissance réactive (comme une inductance pure : L_F) et de puissance active (comme une résistance R_F)



c) fuites magnétiques

Toutes les lignes de champ ne sont pas canalisées par le circuit magnétique, certaines se referment dans l'air.



Donc on ajoute L_1 et L_2 sur le schéma précédent, et on obtient le modèle équivalent définitif

d) MODELE EQUIVALENT

Les equation du modèle complet d'un transformateur monophasé est représenté par
Au primaire

$$V_1 = -e_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + r_1 i_1$$

En écriture complexe :

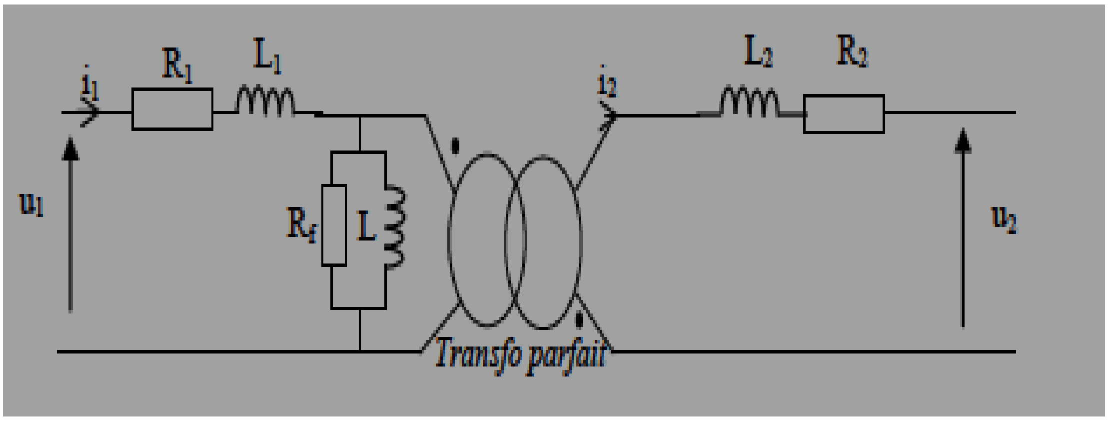
$$\overline{V_1} = -\overline{E_1} + jl_1\omega\overline{I_1} + r_1\overline{I_1}$$

Au Secondaire

$$V_2 = e_2 - l_2 \frac{di_2}{dt} - r_2 i_2$$

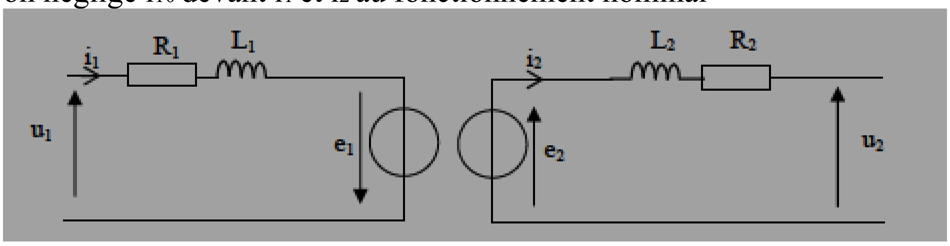
En écriture complexe :

$$\overline{V_2} = \overline{E_2} - jl_2\omega\overline{I_2} - r_2\overline{I_2}$$



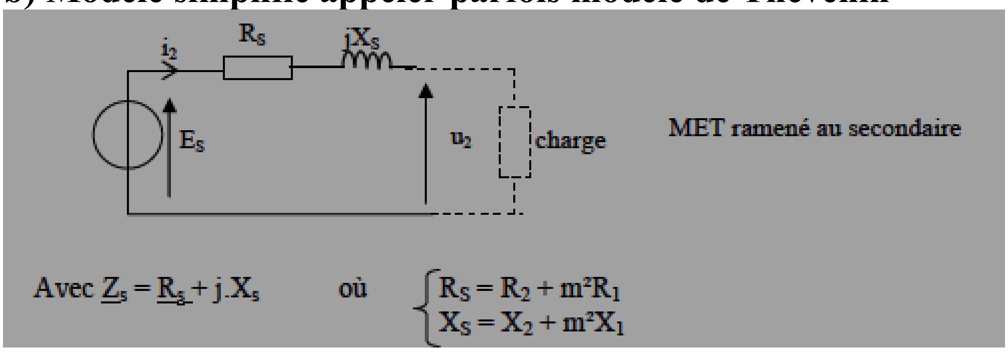
3. modèle du transformateur ramené au secondaire

a) hypothèse de Kapp
on néglige i_{10} devant i_1 et i_2 au fonctionnement nominal



Alors comme pour un transfo parfait, on a : $\boldsymbol{I_1 = m.I_2}$

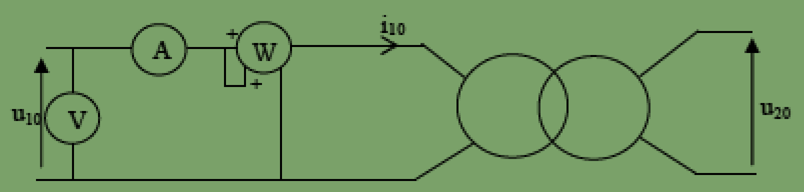
b) Modèle simplifié appeler parfois modèle de Thévenin



Rs : résistance du transfo ramenée au secondaire (rend compte des résistances des enroulements)
Xs : réactance du transfo ramenée au secondaire (rend compte des fuites magnétiques)
$\underline{U_2} = \underline{E_S} - \underline{Z_S}.\underline{I_2}$

4. détermination des pertes et du modèle

a) essai à vide



$I2=0$

$m_v=U_{20}/U_1$

$Pa=Pu+Pf+Pj$

$Pu=0$ car $I_2=0$

- On se place à U_1 nominal
- Le wattmètre mesure la puissance absorbée à vide par le transfo : P_{10}
- $P_{10} = \underbrace{P_{Fe}}_{\text{Perte Fer}} + \underbrace{R_1 I_{10}^2}_{\text{Perte joule à vide}}$

or I_{10} très faible (car à vide donc I_2 nul)

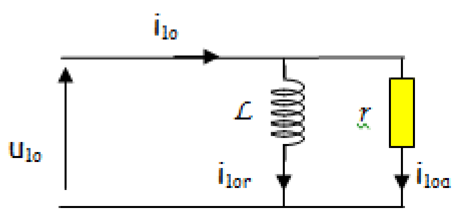
donc $R_1 I_{10}^2 << P_{Fe}$

$Pa= P_{10}=U_1 I_{10} \cos\varphi_{10}$

Et finalement $\boxed{P_{10} = P_{Fe}}$

- <u>l'essai à vide permet de mesurer les pertes Fer</u>
- les pertes Fer dépendent de U_1
- A vide : $I_2 = 0 \Rightarrow \boxed{E_S = U_{20}}$

$m_v=U_{20}/U_1$

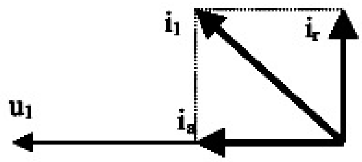


Détermination de R_{fer} et de L_m : on mesure V_1, I_{10} et P_1

$$\underbrace{P_1}_{P_{10}} = \underbrace{\text{Pertes cuivre}}_{\substack{\text{Négligeable car } I_2 = 0A \\ \text{Pertes cuivre} = r_s \cdot I_2^2}} + \underbrace{\text{Pertes fer}}_{\frac{(U_{10})^2}{R_{pf}}} + \underbrace{\text{Puissance fournie à la charge } P_2}_{P_2 = 0w \text{ car } I_2 = 0A}$$

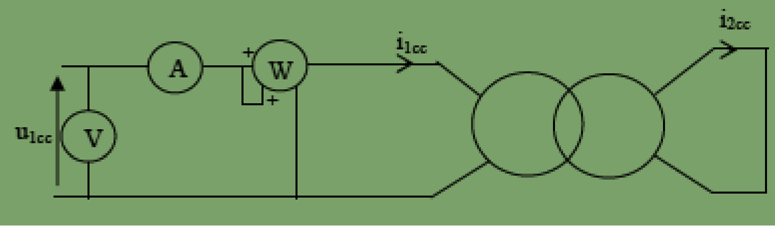
Donc : $P_{10} = \dfrac{(U_{10})^2}{R_{pf}}$; on en déduit : $\boxed{R_{pf} = \dfrac{(U_{10})^2}{P_{10}}}$

Le module de l'impédance de l'inductance magnétisante L est égal à : $L.\omega = \dfrac{U_{10}}{I_r}$. Soit le diagramme vectoriel représentant les trois courants, on déduit une relation entre les modules des vecteurs : $I_r = \sqrt{(I_{10})^2 - (I_a)^2}$ avec $I_a = \dfrac{P_{10}}{U_{10}}$.

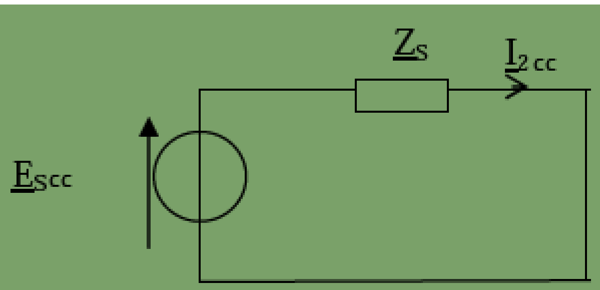


On en déduit la relation donnant L en fonction des grandeurs mesurées : $\boxed{L = \dfrac{1}{\omega} \cdot \dfrac{U_{10}}{\sqrt{(I_{10})^2 - \left(\dfrac{P_{10}}{U_{10}}\right)^2}}}$

b) essai en court circuit



$E_{scc} = mU_{1CC}$



- on se place à U_{1cc} réduite, de façon à avoir $i_{2cc} = i_{2n}$ (valeur nominale)
- le wattmètre mesure la puissance absorbée en court-circuit par le transfo : P_{1cc}
- $P_{1cc} = P_{Fecc} + P_{Joule}$

Perte Fer en court-circuit

Perte joule

or U_{1cc} faible

donc P_{Fecc} négligeable

$$\underbrace{P_1}_{P_{1cc}} = \underbrace{\text{Pertes cuivre}}_{r_s \cdot (I_{2cc})^2} + \underbrace{\text{Pertes fer}}_{\text{Négligeable car proportionnelle à } U_1 \text{ qui, dans l'essai en court-circuit, est très faible.}} + \underbrace{\text{Puissance fournie à la charge } P_2}_{P_2 = 0w \text{ car } U_2 = 0v}$$

$\underline{E}_{scc} = \underline{Z}_s.\underline{I}_{2cc}$

$E_{scc} = mU_{1CC}$

finalement $\boxed{P_{1cc} = P_{Joule}}$

- l'essai en court-circuit permet de mesurer les pertes Joule

- En court circuit : on détermine : $\left\{ \begin{array}{l} \boxed{Z_s = m^2 \dfrac{U_{1cc}}{I_{1cc}}} \\ \boxed{R_s = \dfrac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}} \end{array} \right.$

- En court circuit : on détermine : $\left\{ \begin{array}{l} \boxed{Z_s = m^2 \dfrac{U_{1cc}}{I_{1cc}}} \\ \boxed{R_s = \dfrac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2}} \end{array} \right.$

en effet : $P_{1cc} = R_1 I_{1cc}^2 + R_2 I_{2cc}^2$ (on néglige les pertes Fer)

$= m^2 R_1 I_{2cc}^2 + R_2 I_{2cc}^2$ car $I_{1cc} = m.I_{2cc}$

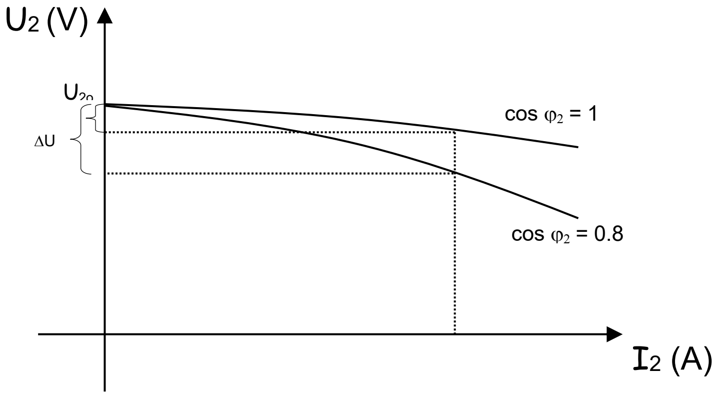
$= (m^2 R_1 + R_2) I_{2cc}^2$

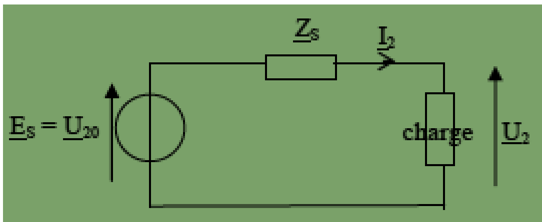
donc $R_S = P_{1cc}/I_{2cc}^2$

et donc on en déduit : $\boxed{X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}}$

5)chute de tention en charge

La Charge permet de changer : (I_2 ;$\cos\varphi_2$;U_2 ;ΔU_2)



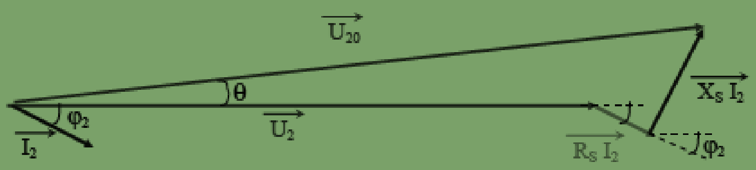


Loi des mailles $\underline{U}_{20} = \underline{U}_2 + \underline{Z}_S.\underline{I}_2$

$$= \underline{U}_2 + \underline{R}_S.\underline{I}_2 + j\underline{X}_S.\underline{I}_2$$

Diagramme de Fresnel : $\overrightarrow{U_{20}} = \overrightarrow{U_2} + \overrightarrow{R_S.I_2} + \overrightarrow{X_S.I_2}$

Diagramme de kapp

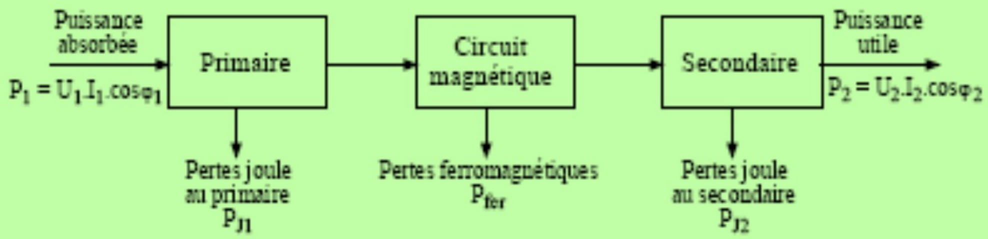


θ faible, donc on fait l'approximation θ = 0

d'où la formule approchée :

$$\boxed{\Delta U_2 = Rs\, I_2 \cos\varphi + Xs\, I_2 \sin\varphi}$$

Etude du rendement



$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_F + P_C}.$$

$$\eta = \frac{P_u}{p_a} = \frac{U_2 I_2 \cos\varphi_2}{U_2 I_2 \cos\varphi_2 + P_f + P_J}$$

Si $\cos\varphi_2$ = cste et $U_2 \approx$ cste alors on a η_{max} quand $P_f = P_J$

En effet,

$$\eta = \frac{U_2 \cos\varphi_2}{U_2 \cos\varphi_2 + \frac{P_f}{I_2} + R_s I_2} \quad \text{de la forme} \quad \frac{A}{A + \frac{P_f}{I_2} + R_s I_2} \quad \text{maximale si} \quad \frac{P_f}{I_2} = R_s I_2 \quad \text{soit} \quad P_f = P_j$$

Pj en charge $p_j = R_s I_2^2$

<u>Application2</u>

Un transformateur monophasé a les caractéristiquesuivantes :

- tension primaire nominale : U_{1N} = 5375 V / 50 Hz
- rapport du nombre de spires : N_2/N_1 = 0,044
- résistance de l'enroulement primaire : R_1 = 12 Ω
- résistance de l'enroulement secondaire : R_2 = 25 mΩ
- inductance de fuite du primaire : L_1 = 50 mH

1- Calculer la tension à vide au secondaire.
2- Calculer la résistance des enroulements ramenéeau secondaire R_S.
3- Calculer l'inductance de fuite ramenée au secondaire L_S. En déduire la réactance de fuite X_S.

Le transformateur débite dans une charge résistiveR = 1 Ω.
4- Calculer la tension aux bornes du secondaire U_2 et le courant qui circule dans la charge I_2.

1- Calculer la tension à vide au secondaire.

$$5375 \times 0{,}044 = 236{,}5 \text{ V}$$

2- Calculer la résistance des enroulements ramenéeau secondaire R_S.

$$R_S = R_2 + R_1 m_v^2 = 0{,}025 + 12 \times 0{,}044^2 = 48{,}2 \text{ m}\Omega$$

$$R_S = R_2 + R_1 m_v^2 = 0{,}025 + 12 \times 0{,}044^2 = 48{,}2 \text{ m}\Omega$$

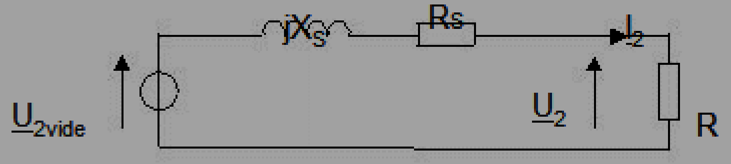
3- Calculer l'inductance de fuite ramenée au secondaire L_S. En déduire la réactance de fuite X_S.

$$L_S = L_2 + L_1 m_v^2 = 100 \cdot 10^{-6} + 50 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}044^2 = 197 \ \mu\text{H}$$
$$X_S = L_S\omega = 197 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi \cdot 50 = 61{,}8 \text{ m}\Omega$$

Le transformateur débite dans une charge résistiveR = 1 Ω.

4- Calculer la tension aux bornes du secondaire U_2 et le courant qui circule dans la charge I_2.

Schéma électrique équivalent :



Impédance complexe totale : $\underline{Z} = (R_S+R) + jX_S$

Impédance totale : $Z = ((R_S+R)^2 + X_S^2)^{1/2}$

Courant au secondaire : $I_2 = U_{2\ vide}/Z$

$$I_2 = \frac{U_{2v}}{\sqrt{(R_S + R)^2 + X_S^2}} = 225{,}2\ \text{A}$$

$\Delta U_2 = U_{2v} - U_2 \approx (R_S \cos \varphi_2 + X_S \sin \varphi_2) I_2$

La charge est résistive : $\cos\varphi_2 = 1$

D'où $\Delta U_2 \approx R_S I_2$ (1)

D'autre part : $U_2 = RI_2$ (2)

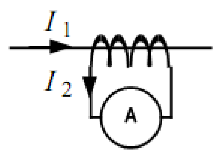
(1) (2) $I_2 \approx U_{2v}/(R_S + R) \approx 225{,}6$ A

$U_2 \approx 225{,}6$ V

Transformateurs spéciaux

- *Transformateur de mesure :* transformateur utilisé pour adapter la gamme et assurer l'isolation par rapport au dispositif mesuré d'un voltmètre ou d'un ampèremètre.

- *Transformateur de courant :* transformateur de mesure abaisseur de courant (donc élévateur de tension), soit : $m > 1$. On l'utilise notamment pour mesurer l'intensité d'un courant fort. Le primaire peut alors se réduire à une seule spire ! Ce type de transformateur s'utilise avec secondaire en court-circuit (dans le cas contraire, la tension apparaissant au secondaire pourrait être très élevée).



- *Transformateur d'impédance :* transformateur utilisé pour adapter l'impédance de deux circuits. Exemples : en audio, sortie d'un ampli BF dont la charge est un haut-parleur d'impédance normalisée (8Ω à 1000Hz) ; en réseaux, adaptation d'impédance entre lignes de normes différentes (cf §B31).