Circuits magnétiques

1.1 CIRCUITS MAGNÉTIQUES

1.1.1 Circuits magnétiques en électrotechnique

Les inductances, transformateurs, alternateurs, machines asynchrones, etc., sont basés sur l'utilisation de *circuits magnétiques*, c'est-à-dire de masses de matériaux dits « magnétiques » propres à canaliser les lignes de champs et à développer de fortes valeurs d'induction. Plus que de l'induction, on parle souvent du « flux » de cette induction et la *figure 1.1* présente un résumé des grandeurs mises en jeu dans les circuits magnétiques linéaires ainsi que des relations simplifiées qui les relient.

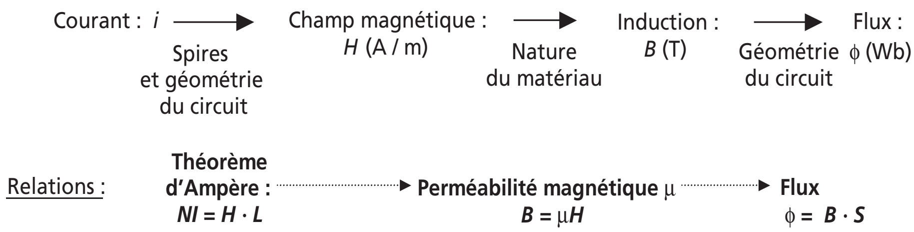


Figure 1.1 Les grandeurs du magnétisme en électrotechnique.

➤ Circuits magnétiques homogènes et linéaires

Les circuits magnétiques sont essentiellement réalisés avec des matériaux ferromagnétiques ou ferri-magnétiques car ils permettent d'obtenir des inductions élevées. En effet, dans l'air ou un matériau quelconque, les lignes de champ produites par un bobinage parcouru par un courant ne sont pas canalisées et l'induction produite ne prend que des valeurs très faibles. En revanche, dans le fer, les lignes de champs sont « concentrées » dans la matière ce qui produit éventuellement de grandes inductions. L'allure classique d'un circuit magnétique est représentée sur la *figure 1.2*.

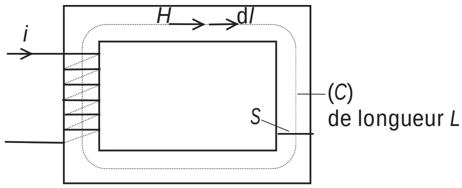


Figure 1.2 Morphologie classique d'un circuit magnétique bobiné.

Dans ce circuit magnétique la canalisation des lignes de champ étant importante, on fait l'hypothèse que le champ magnétique est constant, notamment sur une courbe moyenne (*représentée en pointillés*). Or, le théorème d'Ampère s'écrit sur ce contour : $\int_C \vec{H} \cdot \vec{dl} = \int_C H \cdot dl = NI$ soit donc : $H \cdot L = NI$

On écrit alors, pour les circuits linéaires, $B = \mu H = \dfrac{\mu NI}{L}$ c'est-à-dire :

$$\Phi = BS = \frac{\mu SNI}{L}$$

Pour retenir une relation pratique entre le flux et le courant qui le crée, on fait intervenir la grandeur appelée *Réluctance* et notée R satisfaisant à la relation dite *d'Hopkinson* : $NI = \mathsf{R}\Phi$

En résumé, pour caractériser toutes les grandeurs dans un circuit magnétique homogène linéaire, on retiendra la relation :

$$\boxed{NI = \mathsf{R}\Phi \text{ avec } \mathsf{R} = \frac{L}{\mu S}}$$

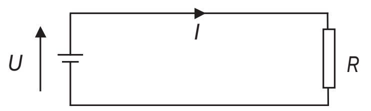
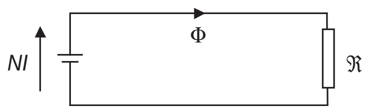
L longueur en m
μ perméabilité magnétique du matériau en $kg \cdot m \cdot A^{-2} \cdot s^{-2}$ ou H/m
S Section en m^2

➤ Analogie avec les circuits électriques

L'utilisation de la notion de réluctance permet de dresser une analogie entre les relations des circuits magnétiques et les relations des circuits électriques. On résume les caractéristiques de cette analogie sur le *tableau 1.1*.

Cette analogie sera utilisée sans retenue dans les circuits linéaires et fait de l'étude des circuits magnétiques classiques un ensemble de techniques faciles à maîtriser pour l'électrotechnicien.

Tableau 1.1 ANALOGIE ENTRE CIRCUITS ÉLECTRIQUES ET CIRCUITS MAGNÉTIQUES.

Circuits électriques	Circuits magnétiques
	
U : Force électromotrice fem	NI : Force magnétomotrice fmm
R : Résistance	R : Réluctance
Loi d'Ohm : $U = R \cdot I$	Loi d'Hopkinson : $N \cdot I = R \cdot \Phi$
Associations de Résistances Série : $R = R_1 + R_2$ Parallèle : $R = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$	Associations de Réluctances Série : $R = R_1 \cdot R_2$ Parallèle : $R = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

➤ Circuits hétérogènes linéaires

Un circuit est dit hétérogène dès lors qu'il est constitué de matériaux différents ou de géométries à sections variables. La méthodologie va consister, comme dans un circuit électrique, à utiliser les associations connues de réluctances afin de calculer les différentes grandeurs. On représente sur la *figure 1.3* les cas de circuits hétérogènes série et parallèle. Pour chaque circuit, on représente également l'analogie électrique correspondante en utilisant le caractère R pour désigner de façon usuelle une réluctance.

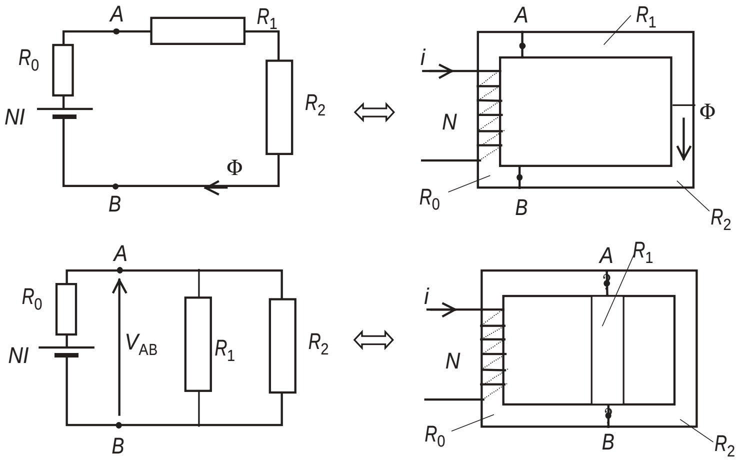


Figure 1.3 Circuits magnétiques hétérogènes série et parallèles.

➤ Inductance

L'inductance est, en régime linéaire, la grandeur de proportionnalité existant entre le courant dans le bobinage et le flux dit « total » intercepté par le bobinage, c'est-à-dire le flux : $\Phi_T = N \cdot \phi$. On écrit alors $\Phi_T = N \cdot \dfrac{NI}{\mathcal{R}} = L \cdot I$

La grandeur L est l'inductance du circuit magnétique bobiné, son unité est le *Henry* (H).

On retiendra : $\boxed{L = \dfrac{N^2}{\mathcal{R}}}$

➤ Circuits non-linéaires

Dès lors qu'il est impossible de négliger la saturation magnétique dans un circuit, il est important d'écarter les relations qui ne sont propres qu'au régime linéaire. Les seules relations qu'il est toujours possible d'utiliser sont :

Le théorème d'Ampère : $H \cdot L = NI$ et la relation flux / induction : $\Phi = BS$

En revanche, il est nécessaire d'écrire : $B = \mu(H) \cdot H$. En pratique, à champ magnétique H constant, on va se référer à la *courbe d'aimantation* $B(H)$ du matériau pour y faire correspondre la valeur de l'induction B.

De façon plus commune, on se réfère préférentiellement à la courbe $\Phi(I)$, qui possède la même allure que la courbe $B(H)$, et dont on présente un exemple sur la *figure 1.4*.

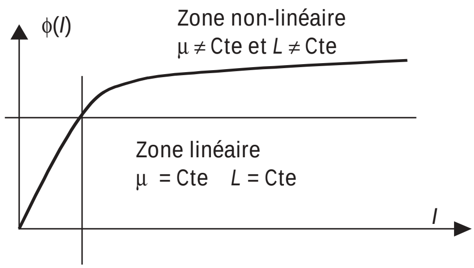
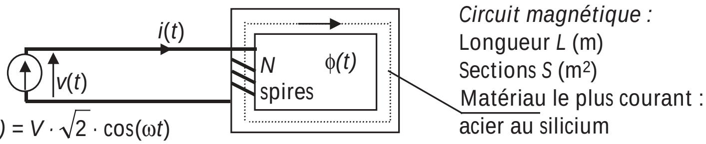


Figure 1.4 Exemple de non linéarité de la courbe flux / courant.

1.1.2 Circuits magnétiques en régime alternatif sinusoïdal

En régime alternatif sinusoïdal, la relation entre la tension aux bornes du bobinage enroulé sur un circuit magnétique et le flux qui le parcours est la loi de Lenz. Il apparaît alors une relation directe entre l'induction maximale (la valeur maximale de l'induction sinusoïdale) et la valeur efficace de la tension aux bornes du bobinage. On résume ces considérations, très importantes pour l'étude et la réalisation des circuits magnétiques, autour de la *figure 1.5*.



$v(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t)$

Loi de Lenz : La loi de *Lenz* s'écrit, en convention générateur,

$$v(t) = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d\Phi_T}{dt}$$

Relation Tension / Induction :

$$v(t) = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = V \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t) \Rightarrow \Phi(t) = \frac{V \cdot \sqrt{2}}{N \cdot \omega} \cdot \sin(\omega t) = B(t) \cdot S$$

ainsi : $B_{max} = \dfrac{V \cdot \sqrt{2}}{S \cdot N \cdot \omega} = \dfrac{V \cdot \sqrt{2}}{S \cdot N \cdot 2\pi f}$ ou $V = \dfrac{2\pi}{\sqrt{2}} N \cdot B_{max} \cdot S \cdot f$

On retiendra la relation : $\boxed{V = 4{,}44 \cdot N \cdot B_{max} \cdot S \cdot f}$ f fréquence en Hz

Figure 1.5 Relations fondamentales en alternatif sinusoïdal.

➤ Matériau linéaire idéal

Si le matériau possède une courbe $B(H)$ linéaire, cela signifie que la perméabilité et l'inductance sont constantes. À partir de là, on écrit : $v(t) = \dfrac{d\Phi_T}{dt} = L\dfrac{di}{dt}$ et la bobine est une inductance pure.

➤ Le matériau réel non-linéaire et ses pertes

Le matériau réel non-linéaire possède une courbe $B(H)$ qu'on caractérise en basse fréquence sur un cycle de variations et qui fait apparaître un phénomène d'hystérésis. On représente ce cycle sur la *figure 1.6.*

Ce phénomène étant non-linéaire, il est impossible de parler d'inductance et de perméabilité constantes. De plus le matériau réel est la source de pertes dans la masse métallique qu'on appelle *pertes fer*, elles sont constituées de :

– Pertes par hystérésis : P_H. On montre que la présence d'un hystérésis correspond à une dissipation de puissance active dont la valeur, par unité de volume du matériau, est proportionnelle à la surface de l'hystérésis.

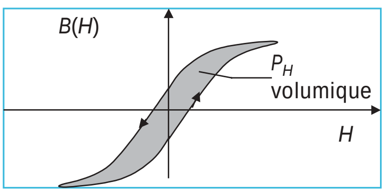


Figure 1.6 Cycle d'hystérésis.

– <u>Pertes par courants de Foucault</u> : P_{CF}. Le fer, matériau magnétique le plus utilisé, étant également conducteur électrique, le bobinage induit des courants au sein du matériau, ce qui implique des pertes joules. Ces courants s'appellent *courants de Foucault*, pour les éviter on réalise les circuits magnétiques à base de tôles de faibles épaisseurs isolées entre elles, on parle alors de feuilletage du circuit magnétique. De plus, on ajoute du silicium dans l'acier pour, sans modifier ses propriétés magnétiques, augmenter sa résistivité.
– Pertes Fer : P_F. Les « Pertes fer » représentent la totalité des pertes énoncées. Ainsi : $\boxed{P_F = P_H + P_{CF}}$

➤ Modèle linéaire d'une bobine à noyau de fer

On souhaite souvent représenter un modèle équivalent linéaire de la bobine. Ce modèle a pour objectif principal de permettre les calculs du rendement, des caractéristiques nominales et des valeurs de court-circuit. La *figure 1.7* présente le modèle équivalent d'un circuit magnétique réel. Pour construire ce modèle, on distingue les caractéristiques suivantes :

– Résistance R : résistance du bobinage ramenée hors des enroulements.
– Flux principal sous le bobinage : $\Phi_b = \Phi_m + \Phi_f$ où Φ_f est le flux de fuites magnétiques.
– Loi de Lenz : $e(t) = N \cdot \dfrac{d\Phi_b}{dt} = N \cdot \dfrac{d\Phi_m}{dt} + N \cdot \dfrac{d\Phi_f}{dt} = L_m \dfrac{di}{dt} + L_f \dfrac{di}{dt}$

On peut donc représenter le bobinage comme la mise en série de deux inductances : L_m et L_f respectivement l'inductance *magnétisante* et l'inductance *de fuite*.

On montre que les pertes fer sont quasiment proportionnelles au carré de la *f-e-m* du circuit magnétique. On peut donc représenter ces pertes par une résistance, notée R_f, en parallèle sur cette *f-e-m*.

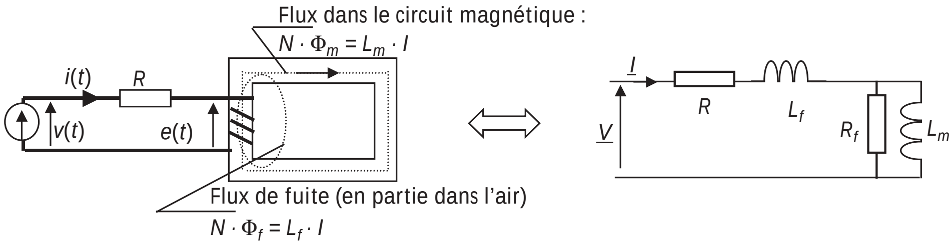


Figure 1.7 Schéma équivalent d'un circuit magnétique en régime sinusoïdal.