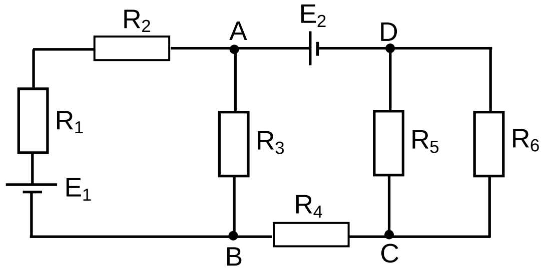
RESOLUTION PAR LA METHODE DE KIRCHOFF

1 - Définition d'un réseau électrique

- On appelle réseau électrique, tout circuit électrique complexe constitué d'éléments passifs (résistances) et d'éléments actifs (f.e.m et f.c.e.m),
- Exemple du réseau électrique :



2 - Nœuds - Branches - Mailles

2.1 - Nœud

On appelle nœud tout point du réseau où aboutissent au moins trois fils,
Exemple : Nœuds : A ; B ; C ; D

2.2 - Branches

On appelle d'un réseau électrique, une partie du circuit électrique comprise entre deux Nœuds,
Exemple : Branches : $AR_2R_1E_1B$; $AE_2DR_5CR_4B$; DR_6CR_5

2.3 - Maille

On appelle maille tout ensemble de branches qui forment une boucle fermée (circuit),
Exemple : Maille 1 - $AR_2R_1E_1BR_3CR_6DE_2A$; Maille 2 - $AE_2DR_5CR_4BR_3A$

3 - Résolution d'un réseau électrique

Résoudre un réseau électrique consiste à déterminer les intensités de courant dans les différentes branches lorsque toutes les f.e.m, f.c.e.m et résistances sont connues,

4 - Méthode de résolution d'un réseau électrique

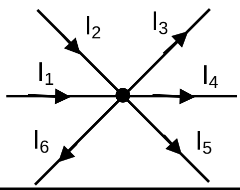
On peut résoudre un réseau électrique par l'une des méthodes suivantes :

- Méthode de Kirchoff,
- Méthode de superposition,
- Méthode de Thévenin,
- Méthode de Norton,
- Méthode de Millmann,

5 - Lois de Kirchoff

5.1- La loi des Nœuds

La somme des courants qui rentrent à un nœud est égale à la somme des courants qui sortent,
Exemple :



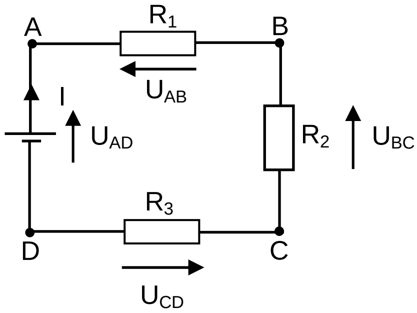
$$\boxed{I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5 + I_6}$$

- Si on affecte du signe + l'intensité d'un courant qui traverse se dirige vers un nœud, du singe = l'intensité d'un courant qui s'en éloigne, nous pourrons dire que : en un nœud de courant, la somme algébrique des courants est nulle,
- Dans ces conditions, nous pourrons écrire : $I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5 + I_6$
- En généralisant, et pour un nombre quelconque de conducteurs, la 1er loi de kirchoff s'énoncera :

Dans un nœud la somme algébrique des courants est nulle, soit $\Sigma I = 0$

5.2 - La loi des mailles

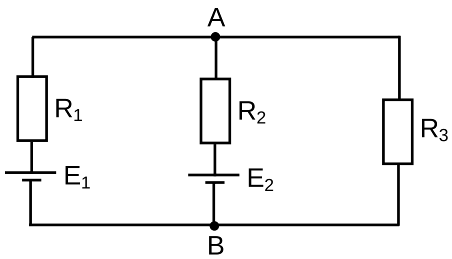
Soit le circuit suivant :



- Pour calculer l'une des tensions, tout d'abord, nous choisissons un sens arbitraire de circulation et ensuite nous effectuons le bilan des différences de potentiels que nous recentrons en tenant compte des signes
- La 2ème loi de kirchoff s'énonce ainsi :
  Dans une maille, la somme des différences de potentiels doit être nulle, soit $\Sigma U_i = 0$

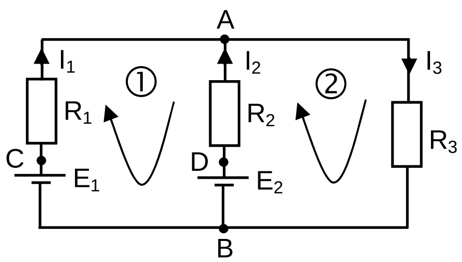
5.3- Application des lois de Kirchoff

Soit le circuit de la figure suivante, On se propose de déterminer les intensités de courants dans les trois branches. Sachant que : $R_1 = 2\ \Omega$; $R_2 = 5\ \Omega$; $R_3 = 10\ \Omega$; $E_1 = 20$ V ; $E_2 = 70$ V



Solution :

Le sens des courants étant inconnues, choisissons-les arbitrairement,



- On a 3 inconnues (I_1, I_2, I_3), il nous faut donc 3 équations indépendantes,
- La loi des Noeuds :
  Au nœud A : $I_1 + I_2 = I_3$ ①
- La loi des mailles :

1er maille - ADBCA : $R_1I_1 - E_1 + E_2 - R_2I_2 = 0 \Rightarrow E_2 - E_1 = R_2I_2 - R_1I_1 \Rightarrow 5\ I_2 - 2\ I_1 = 50$ ②

2ème maille - ABDA : $R_3I_3 + R_2I_2 - E_2 = 0 \Rightarrow E_2 = R_2I_2 + R_3I_3 \Rightarrow 5\ I_2 + 10\ I_3 = 70$ ③

- Regroupons les 3 équations :

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 & (1) \\ 5\,I_2 - 2\,I_1 = 50 & (2) \\ 5\,I_2 - 10\,I_3 = 70 & (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 & (1) \\ 25\,I_2 - 10\,I_1 = 50 & (2)\times 10 \\ 5\,I_2 - 10\,(I_1 + I_2) = 70 \Rightarrow 15\,I_2 + 10\,I_1 = 70 & (1) \rightarrow (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40\,I_2 = 320 \Rightarrow I_2 = \dfrac{320}{40} = 8\text{ A} & (2) + (3) \\ 25 \times 8 - 10\,I_1 = 250 \Rightarrow I_1 = \dfrac{-50}{10} = -5\text{ A} & (2) \\ 8 - 5 = I_3 = 3\text{ A} & (1) \end{cases}$$

Remarque :

- Les courants I_3 et I_2 sont positifs, leur calcul est correct et leur sens choisi est bon,
- Le courant I_1 est négatif, le calcul est correct, le sens réel est le sens inverse,