تقارب بعض التوزيعات الاحتمالية

1) تقارب توزيع ذي الحدين إلى التوزيع الطبيعي

- إذا كانت n كبيرة (في توزيع ذي الحدين)، وكلما n كبيرة جدا (تؤول إلى مالا نهاية) كلما كان التقريب أكثر جودة.
- إذا كان كل من q و p غير قريبين من الصفر أو الواحد الصحيح فإن التقريب يكون جيدا

الشرط التطبيقي:

- $np \geq 5$
- $nq \geq 5$

إذا توفر هذين الشرطين يمكن تقريب توزيع ذي الحدين إلى التوزيع الطبيعي، حيث:

$$\mu = np$$

$$\sigma^2 = npq$$

ومنه:

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}}$$

تصحيح الاستمرارية:

عند الانتقال من توزيع إحتمالي متقطع إلى توزيع احتمالي مستمر، فإنه عند حساب الاحتمالات يجب أن نقوم باجراء تصحيحا على قيمة x المتقطعة وذلك إما بإضافة أو طرح 0.5 منها كما يلي:

- ننقص 0.5 في حالة $p(X < a)$ أو $p(X \geq a)$
- نضيف 0.5 في حالة $p(X \leq a)$ أو $p(X > a)$
- في حالة $p(X = a)$ يستبدل هذا الاحتمال بالاحتمال:
  $p(a - 0.5 < X < a + 0.5)$

ونوضح ذلك في الجدول التالي:

الاحتمال في التوزيع المتقطع	الاحتمال في التوزيع الطبيعي المستمر مع تصحيح الاستمرارية
$p(X = a)$	$p(a - 0.5 < X < a + 0.5)$
$p(X < a)$	$p(X < a - 0.5)$
$p(X \geq a)$	$p(X > a - 0.5)$
$p(X \leq a)$	$p(X \leq a + 0.5)$

$p(X > a + 0.5)$	$p(X > a)$

مثال:

ألقيت قطعة نقود معدنية 33 مرة، بفرض أن احتمال ظهور الصورة يساوي 0.4 وأن المتغير العشوائي X يمثل عدد الصور التي يمكن الحصول عليها.

أحسب احتمال أن يظهر الوجه أكثر من 14 مرة.

2) تقارب توزيع ذي الحدين إلى توزيع بواسون:

يمكن استخدام توزيع بواسون كتقريب لتوزيع ذي الحدين عندما تكون n كبير$(n \to \infty)$ ويكون p صغير جدا (أحداث نادرة) $(p \to 0)$

الشرط التطبيقي:

- $\boldsymbol{n \geq 30}$
- $\boldsymbol{np} < 5$ أو $\boldsymbol{n(1-p)} < 5$

مثال:

توضح الخبرة الماضية أن 1% من المصابيح الكهربائية المنتجة في مصنع ما هي مصابيح معيبة،في عينة من من 30 مصباح، أوجد احتمال وجود أكثر من مصباح معيب باستخدام :

أ) توزيع ذي الحدين

ب) توزيع بواسون كتقريب لذي الحدين

3) تقارب توزيع بواسون إلى التوزيع الطبيعي:

عندما $\lambda \to \infty$ فإن التوزيعين الطبيعي وبواسون يعطيان نتائج متطابقة

الشرط التطبيقي:

- يمكن تقريب توزيع بواسون إلى الطبيعي ، إذا كانت $\boldsymbol{\lambda \geq 15}$ حيث:

$$\sigma^2 = \mu = \lambda$$

مثال:

تنتج عملية إنتاجية 25 وحدة معيبة في اليوم، أوجد احتمال أن 20 وحدة على الأكثر تكون معيبة من بين إنتاج يوم مختار.

4) تقارب توزيع مربع كاي للتوزيع الطبيعي المعياري:

إذا كان المتغير العشوائي X يتبع توزيع مربع كاي بدرجات حرية v ،أي أن $X \sim \mathcal{X}_v^2$ فإن المتغير العشوائي:

$$\boldsymbol{Z = \frac{X - v}{\sqrt{2v}}}$$

يتوزع وفق التوزيع الطبيعي المعياري، أي أن$X \sim N(0,1)$ عندما $\infty \leftarrow v$ $(v \geq 30)$