Chapitre 1 : Généralités sur les vibrations

1. Définition d'un mouvement périodique

Un mouvement est dit périodique s'il répète identique à lui-même pendant des intervalles de temps égaux.

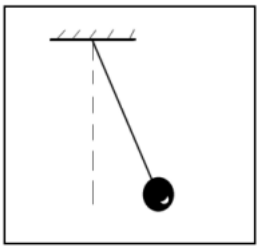
Exemples :

- **Les battements du cœur:** un battement de cœur est une succession de contractions et de relâchement des muscles cardiaques qui actionnent des valves et provoquent la circulation du sang dans le corps.
- **Le mouvement de révolution de la Lune**: La lune effectue un cycle complet de révolution autour de la terre en environ 29 jours.

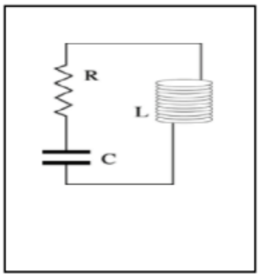
2. Définition des vibrations

Le mouvement qui se répète au cours du temps s'appelle un mouvement vibratoire ou un mouvement oscillatoire. Tout système mécanique ayant une masse et un élément flexible (un ressort par exemple) ou leur équivalence dans un système électrique (inductance, condensateur) peut faire des mouvements vibratoires. On peut citer des exemples de ce type de mouvement (le pondule simple, le circuit électrique oscillant et le système masse rossort…..)

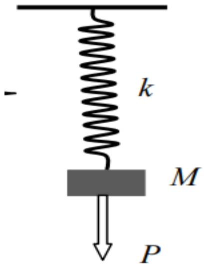
Le pendule simple : Composé par une masse attachée à un fil, écartée de sa position d'équilibre puis relâchée effectue un mouvement d'aller et retour qui se répète dans le temps.



Circuit électrique oscillant: Circuit linéaire contenant une résistance électrique et un condensateur (une capacité) et une bobine (une inductance) et pouvant fait des oscillations électriques.



Système masse-ressort : Composé par une masse attachée à un ressort écartée de sa position d'équilibre puis relâchée effectue un mouvement qui se répète dans le temps. Dès que le corps est écarté de la position d'équilibre Force apparait pour tenter de la ramener vers l'équilibre. Cette force est dite force de rappel.



3. Définition d'un mouvement sinusoïdal (harmonique)

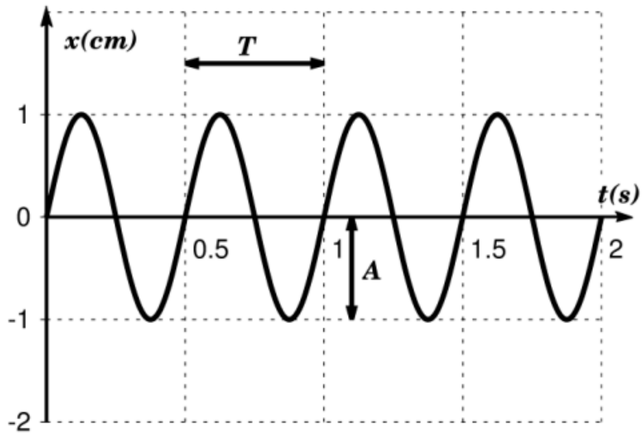
Le mouvement qui se répète dans des temps égaux, s'appelle un mouvement périodique. Le plus simple mouvement périodique est le mouvement harmonique où l'amplitude reste constante (forces dissipatives sont négligeables). Le mouvement d'un point sur un trajet circulaire avec une vitesse angulaire constante et le mouvement d'une masse accrochée à un ressort sont des exemples qui représentent ce type le mouvement harmonique. Le mouvement harmonique peut être représenté mathématiquement par le sinus ou le cosinus.

$$x(t)=A\sin(\omega t+\varphi) \text{ ou bien } x(t)=A\cos(\omega t+\varphi).$$

A est appelée amplitude : L'amplitude est l'écart maximal du système vibratoire par rapport à sa position d'équilibre

ω : la pulsation

φ : la phase initiale (rad)



Période (T) en seconde (s) : c'est l'intervalle du temps.

• Fréquence (f) en (Hertz): le nombre des répétitions par seconde.

$$f = \frac{1}{T}$$

Avec : T : est la période

• Pulsation (ω) en (rad/s) : $$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

4. Nombre de liberté

On définit le nombre de liberté (dll) par la relation suivante :

$$\textbf{dll} = \textbf{N} - \textbf{R}$$

Remarque : le nombre de liberté est le nombre d'équation à étudier.

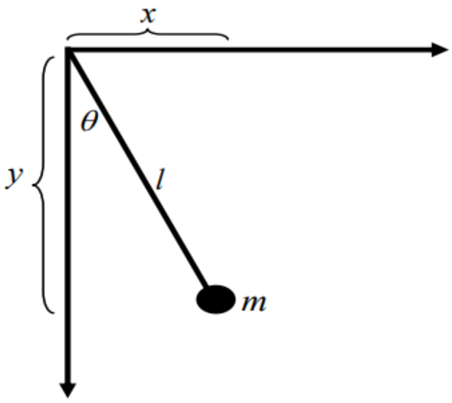
N : Nombre des coordonnées généralisées indépendantes ou liées

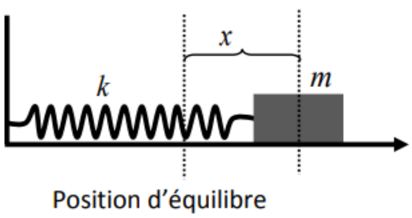
R : Nombre des liaisons entre les coordonnées

Exemples :

- **Pendule simple** : Le système de la figure peut être étudié (connaître la position de la masse m dans chaque instant) par la connaissance d'une seule coordonnée x ou y car elles sont liées par la relation $x^2 + y^2 = l^2$. Connaitre l'une des deux coordonnées, ça veut dire que la deuxième est tirée directement par la relation précédente. On dit que les deux coordonnées ne sont pas indépendantes. L'étude de ce système nécessite une seule coordonnée, donc le système est à un degré de liberté.

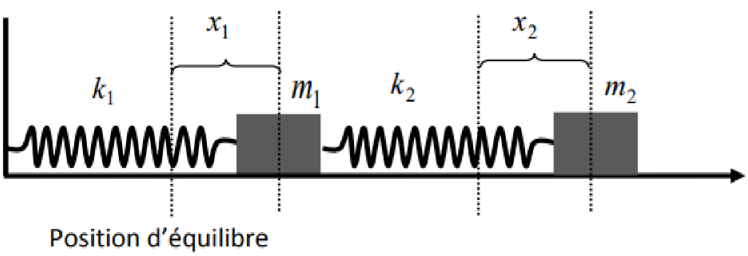
- **Masse ressort** : Pour connaitre la position de la masse dans chaque instant, il faut connaitre seulement l'abscisse x. L'étude de ce système nécessite donc une seule coordonnée, alors le système est à un degré de liberté.





Pendule simple **Système masse-ressort**

Deux masses et deux ressorts : Pour connaitre les positions des masses m1 et m2 dans chaque instant il faut connaitre les abscisses $x_1$et x_2 (les deux coordonnées sont indépendantes, x_1 par exemple ; peut prendre des valeurs indépendamment des valeurs de x_2, l'étude de ce système nécessite deux coordonnées, donc le système est à deux degrés de liberté.



Système à deux degrés de libertés, deux masses et deux ressorts

Exercice:

Un mouvement vibratoire est caractérisé par le déplacement suivant :

$$\mathbf{x\ (t) = 4cos(25t +\pi/2)}$$

Ou x en centimètres, t en secondes et la phase en radians.

1. Déterminer l'amplitude maximale

2. Donner la pulsation propre, la fréquence et la période du mouvement.

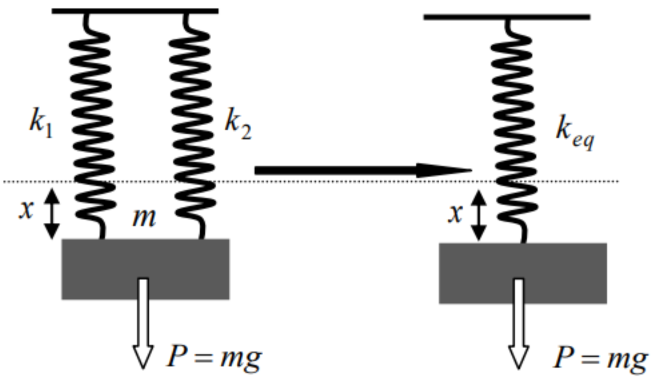
3. Exprimer la phase initiale (déphasage à l'origine).

4. Calculer le déplacement, la vitesse et l'accélération aux instants t=0s et t=0.5s.

5. La liaison des ressorts

5.1. Ressorts en parallèle

Soient deux ressorts k1 et k2, ont la même longueur à vide l_0 et subissent le même allongement x. Quand on accrocha une masse m à l'extrémité des deux ressorts. Le ressort équivalent de raideur keq a le même allongement, à l'équilibre on a :



$$mg = k1x + k2x$$

$$mg = keq\ x$$

Alors $$keq = k1 + k2$$

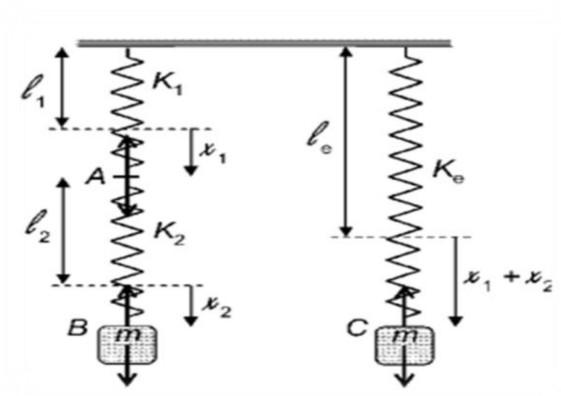
5.1. Ressorts en série

Soient deux ressorts k_1 et k_2, leurs allongement $x_1$et x_2 respectivement, le ressort équivalent de raideur keq à l'allongement x= x_1+ x_2, tel que$\boldsymbol{k_1 x_1 = k_2 x_2}$

$\boldsymbol{mg = k_2 x_2}$

$\boldsymbol{mg = (x_1 + x_2)}$

$\boldsymbol{x_1 = k_2\, k_1\, x_2}$



$k_2x_2 = (x_1 + x_2) \Rightarrow$

$k_2x_2 = keq(\frac{k1}{k2}\,x_2 + x_2) \Rightarrow$

$$keq = \frac{k1k2}{k1+k2}$$

ou bien $$\frac{1}{keq} = \frac{1}{k1} + \frac{1}{k2}$$

6. Masse équivalente :

A partir de l'énergie cinétique totale du système mécanique, on peut trouver la masse équivalente et le moment équivalent du système comme suivant :

$$Ttot(système) = 1/2\ (masse\ équivalente) V^{2}$$

Exemple :

Soit le système suivant, trouver la masse équivalente et le ressort équivalent.