

Série 4

Exercice 1 :

Étudiez la convergence des séries numériques suivantes :

$$\sum \left(a + \frac{1}{n}\right)^n \quad \sum (-1)^n \frac{n+3}{4n+1} \quad \sum \frac{n}{e^n} \quad \sum \left(\frac{-1}{3}\right)^n$$

$$\sum \frac{5^{n-3}}{2^n} \quad \sum \frac{6}{(2n+1)(3n+4)} \quad \sum \left[\frac{1}{\ln(2n)}\right]^n \quad \sum \frac{1}{\ln(n+2)}$$

Exercice 2 :

Étudiez la convergence simple et uniforme des suites de fonctions suivantes :

$$f_n(x) = x^n \quad x \in \mathbb{R}$$

$$h_n(x) = x \left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad (x \geq 0)$$

$$g_n(x) = x^n \quad (0 \leq x < 1)$$

$$v_n(x) = n \sin\left(\frac{x}{n}\right) \quad x \in [-1, 1]$$

$$w_n(x) = n^2 x e^{-nx} \quad (x \geq 0)$$

$$z_n(x) = x - \frac{\sin x}{n} \quad x \in \mathbb{R}$$

Exercice 3 :

Étudiez la convergence simple de la série de fonctions suivante:

$$\sum n e^{-nx} \quad x \in \mathbb{R}^+$$

$$\sum \frac{x^n}{n!} \quad x \in \mathbb{R}^+$$

$$\sum \frac{1}{(1+x^2)^n} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\sum \frac{\cos^2(nx)}{n^4} \quad x \in \mathbb{R}$$