العمل التطبيقي الأول
حساب الإرتياب

1. مقدمة

تهدف الأعمال التطبيقية في المخبر إلى توضيح و فهم الظواهر الفيزيائية من قوانينها النظرية التي تعترض الطالب في الدروس النظرية،كما تمكنه من التعرف على كيفية استعمال الأجهزة المخبرية واخذ القياسات التجريبية و تحليل هته الأخيرة بما يتماشى و الظاهرة الفيزيائية المدروسة.

عندما يقوم المجرب بقياسات، يجب عليه أن يدرك في الحين ما إذا كانت قياساته جيدة أم رديئة،و يكون التقييم سواء بحساب الأخطاء والتي يجب أن تكون **اقل ما يمكن** للحصول على نتائج نسبيا صحيحة ، آو بالاعتماد على الرسومات البيانية التي يجب **أن تتطابق مع المعادلات النظرية** التي تصف الظاهرة الفيزيائية رياضيا ، آو بمقارنة قياساته بين بعضها البعض و مقارنتها بما يعرفه عن التجربة من قبل، و إذا كانت القياسات غير منسجمة أو غير صحيحة يجب عليه أن يحاول اكتشاف مصدر الأخطاء و يجب أن يكون مستعدا **لتكرار القياسات** على الفور إذا تطلب الأمر.

لذا رأينا من المفيد أن نعطي للطالب في هذا العمل، المفاهيم الضرورية التي تساعده على فهم و تعلم كيفية حساب الارتياب بالإضافة إلى تمثيل نتائجها على شكل منحنى.

2. مفهوم الخطأ المطلق

يسمى dx **الخطأ المطلق** الفرق بين القيمتين الحقيقية والمقاسة لنفس المقدار الفيزيائي ويعطى بالعبارة $dx = X_{exp} - X_{the}$

حيث : X_{the} القيمة الحقيقية لمقدار فيزيائي معين.

X_{exp} القيمة المقاسة تجريبيا.

3. أسباب الخطأ

أن مصدر الخطأ في غالب الأحيان هي جهاز القياس والمجرب

4. ملاحظات:

أ.الخطأ يعتبر قيمة **صحيحة** موجبة، سالبة أو معدومة.

ب.وحدة الخطأ dx هي نفس وحدة المقدار المقاسX_{the} و X_{exp}

ت.نسمي النسبة $\varepsilon = dx/X_{exp}$ **الخطأ النسبي** و يعبر عنه عادة **بالنسبة المئوية (%)**

5. مفهوم الارتياب المطلق

نعرف **الارتياب المطلق** Δx على انه القيمة المطلقة للخطأ و نكتب $\Delta x = |X_{exp} - X_{the}|$ و لذلك يجب أن يكون دوما **موجبا**

6. كيفية حساب الارتياب

هناك عدة طرق لحساب الارتياب وهي كالأتي:

A. **بأخذ دقة أجهزة القياس المستعملة:**(نجد معدل الارتياب ظاهرا على جهاز القياس).

B. **بحساب متوسط القيم التجريبية:** إذا قام المجرب بعدة قياسات لنفس المقدار (إعادة التجربة n مرة) فيكون الارتياب النسبي من الشكل: $\Delta x/x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

C. **بحساب الخطأ:** ويكون في حالة وجود المقدار الفيزيائي على شكل دالة وذلك بإتباع الخطوات التالية:

أ. إدخال دالة اللوغاريتم على دالة المقدار الفيزيائي.

ب. القيام بعملية الاشتقاق للدالة.

ت. نحول كل رمز للاشتقاق dx إلى رمز الارتياب Δx مع تحويل كل إشارة سالبة إلى موجبة و إدخال القيمة المطلقة على القيم الثابتة لتحقيق ايجابية الارتياب.

7.أمثلة على حساب الارتياب بإتباع الطريقة C

1.7. حالة الجمع

ليكن لدينا المقدار الفيزيائي المعطى على شكل جمع كما يلي:

$$g = x_1 + x_2 + x_3 + \cdots \dots \dots \dots \dots + x_n$$

لإيجاد الارتياب النسبي ثم المطلق فإننا نتبع الخطوات المذكورة سابقا كالتالي

أ. ندخل دالة اللوغاريتم عل الدالة

$$\ln(g) = \ln(x_1 * x_2 * x_3 * \dots\dots\dots x_n)$$

ب. نقوم باشتقاق الدالة الناتجة

$$dg/g = d(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots \dots \dots \dots \dots + x_n) / (x_1 + x_2 + x_3 + \cdots \dots \dots \dots \dots + x_n)$$

$$dg/g = \sum_{i=1}^{n} dx_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} x_i$$

ت. *نحول رمز الاشتقاق إلى الرمز* Δ مع تحويل الإشارة السالبة إلى إشارة الموجب وإدخال القيمة المطلقة على القيم الصحيحة وهنا نكون قد تحصلنا على الإرتياب النسبي

$$\Delta g/g = \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} |x_i|$$

ث. نستنتج الإرتياب المطلق كما يلي:

$$\Delta g = g * \left(\Delta g / g \right)$$

$$\Delta g = g \left[\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} |x_i| \right]$$

2.7. حالة الطرح

إذا كان لدينا الشكل التالي:

$$g = x_1 - x_2 - x_3 - \cdots \dots \dots \dots \dots - x_n$$

فإننا نتبع نفس الخطوات السابقة كما في حالة الجمع وعليه :

$$\ln g = \ln(x_1 - x_2 - x_3 - \cdots \dots \dots \dots \dots - x_n)$$

$$dg/g = d(x_1 - x_2 - x_3 - \cdots \dots \dots \dots \dots - x_n) / (x_1 - x_2 - x_3 - \cdots \dots \dots \dots \dots - x_n)$$

$$\Delta g/g = \sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} |x_i|$$

$$\Delta g = g \left[\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} |x_i| \right]$$

3.7. حالة الجداء

$$g = x_1 * x_2 * x_3 * \dots\dots\dots\dots * x_n$$
$$\ln g = \ln x_1 * x_2 * x_3 * \dots\dots\dots\dots * x_n$$
$$\ln g = \ln(x_1) + \ln(x_2) + \ln(x_3) + \cdots \dots\dots\dots\dots\dots\dots . + \ln(x_n)$$
$$dg/_g = d(x_1)/_{x_1} + d(x_2)/_{x_2}\ d(x_3)/_{x_3} + \cdots \dots\dots\dots + d(x_n)/_{x_n}$$

$$\Delta g/_g = \Delta(x_1)/_{x_1} + \Delta(x_2)/_{x_2}\ \Delta(x_3)/_{x_3} + \cdots \dots\dots\dots + \Delta(x_n)/_{x_n}$$

$$\Delta g = g\left[\Delta(x_1)/_{x_1} + \Delta(x_2)/_{x_2}\ \Delta(x_3)/_{x_3} + \cdots \dots\dots\dots + \Delta(x_n)/_{x_n}\right]$$

1.3.7. حالة خاصة (الدالة عبارة على جداء مقدارين فيزيائيين)

$$g = x_1 * x_2$$

$$\ln(g) = \ln(x_1 * x_2)$$

$$\ln(g) = \ln(x_1) + \ln(x_2)$$

$$\Delta g/_g = \Delta x_1/_{|x_1|} + \Delta x_2/_{|x_2|}$$

$$\Delta g = |(x_1 * x_2)| * \left[\Delta x_1/_{|x_1|} + \Delta x_2/_{|x_2|}\right]$$

4.7. حالة القسمة

$$g = {}^{x_1}/_{x_2}$$
$$\ln g = \ln {}^{x_1}/_{x_2}$$

$$\ln g = \ln x_1 - \ln x_2$$
$$dg/_g = d(x_1)/_{x_1} - d(x_2)/_{x_2}$$

$$\Delta g/_g = \Delta(x_1)/_{|x_1|} + \Delta(x_2)/_{|x_2|}$$

$$\Delta g = g\left[\Delta(x_1)/_{|x_1|} + \Delta(x_2)/_{|x_2|}\right]$$

5.7. حالة جداء حدود ذات أسس مختلفة

$$g = x_1{}^{\alpha} * x_2{}^{\beta}$$
$$\ln g = \ln\left(x_1{}^{\alpha} * x_2{}^{\beta}\right)$$
$$\ln g = \ln\left(x_1{}^{\alpha}\right) + \ln\left(x_2{}^{\beta}\right)$$
$$\ln g = \alpha \ln(x_1) + \beta \ln(x_2)$$
$$dg/g = \alpha\, d(x_1)/x_1 + \beta\, d(x_2)/x_2$$
$$\Delta g/g = |\alpha|\, \Delta(x_1)/|x_1| + |\beta|\, \Delta(x_2)/|x_2|$$
$$\Delta g = g\left[|\alpha|\, \Delta(x_1)/|x_1| + |\beta|\, \Delta(x_2)/|x_2|\right]$$

6.7. مثال توضيحي

ليكن لدينا الربط على التفرع للمقاومتين

- أوجد الارتياب النسبي للمقاومة المكافئة في الحالتين: $\varepsilon_{R_{eq}} = \dfrac{\Delta R_{eq}}{R_{eq}}$

1- $(R_1 = 10\Omega \pm 1\%),\quad R2 = (47\Omega \pm 5\%)$

2- $(R_1 = R_2 = 10\Omega \pm 1\%)$

الحل

لدينا المقاومة المكافئة لمجموع مقاومتين مربوطتين على التفرع تكتب من الشكل: $R_{eq} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

وبإتباع الخطوات السابقة نجد الارتياب النسبي :

1- **الحالة الأولى**

$$LnR_{eq} = Ln\left(\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\right) = Ln(R_1R_2) - Ln(R_1+R_2) = LnR_1 + LnR_2 - Ln(R_1+R_2)$$

$$\frac{dR_{eq}}{R_{eq}} = \frac{dR_1}{R_1} + \frac{dR_2}{R_2} - \frac{d(R_1+R_2)}{(R_1+R_2)} = \frac{dR_1}{R_1} + \frac{dR_2}{R_2} - \frac{dR_1}{(R_1+R_2)} - \frac{dR_2}{(R_1+R_2)}$$

$$\frac{\Delta R_{eq}}{R_{eq}} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_1}{(R_1+R_2)} + \frac{\Delta R_2}{(R_1+R_2)}$$

لكن

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta R_1}{R_1} = 1\% = 0.01 \Rightarrow \Delta R_1 = R_1\left(\dfrac{\Delta R_1}{R_1}\right) = (10\Omega)(0.01) = 0.1\Omega \\ \dfrac{\Delta R_2}{R_2} = 5\% = 0.05 \Rightarrow \Delta R_2 = R_2\left(\dfrac{\Delta R_2}{R_2}\right) = (47\Omega)(0.05) = 2.35\Omega \\ R_1 + R_2 = 10\Omega + 47\Omega = 57\Omega \end{cases}$$

ومنه

$$\frac{\Delta R_{eq}}{R_{eq}} = 0.01 + 0.05 + \frac{0.1}{57} + \frac{2.35}{57} = 0.06 + 0.0018 + 0.0412 = 0.10 = 10\%$$

2- الحالة الثانية

لدينا

$$R_{eq} = \frac{R^2}{2R}$$

$$\frac{dR_{eq}}{R_{eq}} = 2\frac{dR}{R} - \frac{dR}{R} = \frac{dR}{R}$$

$$\frac{\Delta R_{eq}}{R} = \frac{\Delta R}{R}$$

ومنه $$\frac{\Delta R_{eq}}{R_{eq}} = 0.01 = 10\%$$

8. تمثيل النتائج التجريبية

ينبغي دائما أن تكتب النتيجة النهائية لقياس تجريبي معين على الشكل: (الوحدة) $g = (g \pm \Delta g)$

و تعطي هذه الصيغة حدود الخطأ التي يتوقع المجرب أن تقع ضمنة القيمة الحقيقية و ذلك باستنتاج مجال الحصر للقيمة بالشكل التالي:

$$g - \Delta g \leq g(\text{وحدة}) \leq g + \Delta g$$

8.1 مثال

إذا كانت نتيجة قياس الجاذبية في منطقة ما هي $g = 9.7945 m/s^2$

بدقة قياس $\varepsilon = \Delta g / g = 0.15\%$

كيف يمكننا تمثيل النتيجة علي الشكل $g = (g \pm \Delta g)(m/s^2)$

الحل

- نحسب Δg كالتالي : $\Delta g = \varepsilon * g = \frac{0.15}{100} * 9.7945 = 0.01469175\ m/s^2$
- يجب أن نجد هذا الارتياب بتقريب أعلي فنأخذ $\Delta g = 0.015\ m/s^2$
- نحتفظ لـ g بنفس العدد العشري لـ Δg ونقرب العدد الأخير بعد الفاصلة $g = 9.795\ m/s^2$ والنتيجة النهائية لـ g هي: $g = (9.795 \mp 0.015) m/s^2$
- أخيرا نستطيع كتابة قيمة الجاذبية كالتالي:

$$(9.795 - 0.015) m/s^2 \leq g \leq (9.795 + 0.015) m/s^2$$

أي أن قيمة الجاذبية تنحصر في المجال $9.78\, m/s^2 \leq g \leq 9.81\, m/s^2$

9. التمثيل البياني لمنحني

1.9 أهميته : يوضح البيان تطور ظاهرة فيزيائية معينة ، حيث يسمح بتحديد بعض القيم التي نعجز عن تحديدها تجريبيا لذلك يجب رسم المنحنيات بعناية فائقة ودقة بالغة حتى يكون الرسم مبينا للأخطاء المرتكبة على القياسات التي أجريت.

2.9 إختيارالسلم : ينبغي أن تختار السلم، بحيث تكون النقاط مستغلة للجزء الأكبر للمحورين $(Ox; Oy)$ وليس مهما أن تكون نقطة بداية المنحنى منطبقة على مبدأ المحاور على الورق ألمليمتري وينبغي أيضا أن تكون النسبة بين التدريجة علي الورق المليمترية والوحدة المنقولة على المحور بسيطة حتى نسهل عملية القراءة فيما بعد

3.9.تدريج المحور: نؤشر علي المحور قيمة التدريجات الأساسية (المئات –العشرات الوحدات...)دون أن نؤشر قيم القياسات التجريبية و نكتب في نهاية كل محور المقادير الفيزيائية ووحداتها المستعملة .

4.9.النقاط: ينبغي أن نعلم تحديد موضع النقاط علي الورق ألمليمتري , بشكل خطين صغيرين رقيقين و موازيين للمحورين وليس علي شكل نقاط تنعدم فيها الدقة.

5.9.البيان والعناوين : رسم المنحنيات يكون في أوراق مليمتريه منفصلة عن التقرير ويجب أن نكتب علي الورقة المليمترية كل المعطيات حتى يتم فهمم المنحنى بشكل جيد مثل :

- ✓ عنوان المنحنى , يعني الظاهرة المدروسة .
- ✓ المعادلة التي يمثلها المنحنى.
- ✓ سلم الرسم.
- ✓ يجب أن تكتب هذه المعلومات في مكان لا يعيق قراءة المنحنيات.
- ✓ للتمييز بين عدة منحنيات, في حالة رسمها علي ورقة واحدة باستخدام لون مختلف لكل منحنى بياني.

10.المطلوب:

أوجد عبارة الارتياب النسبي لكل من المقادير الفيزيائية التالية:

$$F = mg$$
$$R_{eq} = R_1 + R_2$$
$$T = 2\pi\sqrt{\left({}^{I_z}\!/_{D} \right)}$$
$$M_z = F.r$$
$$I_z = I_0 + ma^2$$
$$E = -mgS + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2r^2}I_0v^2$$

$$g, r, m, I_0, D = C^{te}$$