

Série d'exercices N 02

Exercice 1

Un étudiant estime à 65% ses chances de réussir son cours de statistiques, à 80% ses chances de réussir son cours de chimie et à 50% ses chances de réussir les deux matières.

- ❶ Quelle est la probabilité que l'étudiant réussisse en Statistiques mais non en Chimie?
- ❷ Quelle est la probabilité qu'il réussisse en Chimie mais non en Statistiques?
- ❸ Quelle est la probabilité que l'étudiant réussisse en Statistiques ou en Chimie?
- ❹ Quelle est la probabilité qu'il ne réussisse ni en Chimie, ni en Statistiques?
- ❺ Quelle est la probabilité qu'il réussisse en Statistiques sachant qu'il a réussi en chimie?

Exercice 2

Soit l'expérience aléatoire "on lance un dé à six faces et on regarde le résultat".

On considère le jeu suivant:

- Si le résultat est pair on gagne 2 DA
- Si le résultat est 1 on gagne 3 DA
- Si le résultat est 3 ou 5 on perd 4 DA

On va définir ainsi une variable aléatoire X qui donne le gain à ce jeu.

- ❶ Donner l'ensemble fondamentale Ω .
- ❷ Déterminer $X(\Omega)$.
- ❸ Déterminer la loi de probabilité de X .
- ❹ Déterminer la fonction de répartition de X .
- ❺ Calculer l'espérance mathématique $E(X)$, la variance $V(X)$ et l'écart-type δ_x

Exercice 3

On fait l'expérience aléatoire suivante: on jette une paire de dés bien équilibrés, numérotées de 1 à 6 et on définit la variable aléatoire X par:

$$X: \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$(a, b) \longmapsto X(a, b) = \max(a, b)$$

- ❶ Donner l'ensemble fondamentale Ω .
- ❷ Déterminer $X(\Omega)$.
- ❸ Déterminer la loi de probabilité de X .
- ❹ Déterminer la fonction de répartition de X .
- ❺ Calculer l'espérance mathématique $E(X)$, la variance $V(X)$ et l'écart-type δ_x

Exercice 4

On considère la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(2-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- ❶ Montrer que f est une densité de probabilité d'une variable aléatoire X .
- ❷ Déterminer sa fonction de répartition.
- ❸ Calculer l'espérance mathématique de X
- ❹ Calculer la variance et l'écart-type de X

Exercice 5

Soit X une variable aléatoire et la fonction associée:

$$f(x) = \begin{cases} ax(1-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- ❶ Déterminer a pour que f soit une densité de probabilité.
- ❷ Déterminer sa fonction de répartition.
- ❸ Calculer $P(0 \leq X \leq \frac{1}{2})$