المحاضرة الأولى

المجموعات (Sets)

محتويات المحاضرة:

- تعاريف ومفاهيم أساسية؛
- العمليات الجبرية على المجموعات؛
- خواص العمليات الجبرية على المجموعات.

1.1.تعريف المجموعة: هي تجمع أي عدد من العناصر أو الأشياء.

A **set** is a collection of some items (elements)

مثال: نرمي قطعة نقد، فما هي العناصر الممكن وقوعها؟

طبعا عند رمي قطعة نقد مرة واحد فالعناصر الممكن وقوعها هي إما صورة (F) أو كتابة (P).

إذن : $\Omega = S = \{F, P\}$

2.1. **وصف المجموعة**: توجد طريقتين لوصف المجموعات:

طريقة العد وطريقة القانون. عادة ما نرمز للمجموعة بـ(**capital letters**)

أ. **طريقة العد**: وذلك بوضع جميع عناصر المجموعة بين حاصرتين.

$A=\{F,P\}$

مثل: $B=\{1,2,c,f,5,d\}$

$C=\{1,2,3,4,5,6\}$

ب. **طريقة القانون**: وذلك بوصف المجموعة بقانون يعرفها يوضع بين حاصرتين:

مثل: $A=\{x:x\in N, x\geq 5\}$ ؛ أي x عدد طبيعي، حيث x أكبر من أو يساوي 5

3.1. أنواع المجموعات:

أ. **المجموعة الخالية (Empty set)**: هي المجموعة التي لا يوجد فيها عناصر ونعبر عنها بالرمز $(\phi,\{\ \} \Rightarrow Null\ \ Set)$

ب. **المجموعة الجزئية (Subset)**: نقول أن المجموعة A مجموعة جزئية من B ونرمز لها $A \subset B$ إذا كان كل عنصر من A منتميا للمجموعة B.

ج. **التساوي (Equality)**: نقول أن المجموعة A تساوي B ؛ أي A=B إذا كانتا المجموعتين تحتويان على نفس العناصر، ويكون ذلك بشرط: $A \subset B, B \subset A$.

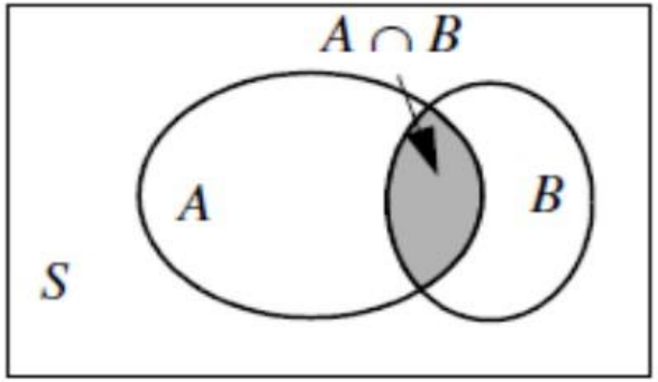
د. **المجموعة الكلية (Universal Set)**: هي المجموعة التي تدرس جميع المجموعات تحت البحث باعتبارها مجموعات جزئية منها.

2. العمليات الجبرية على المجموعات

أ.**التقاطع (Intersection):** يعتبر تقاطع الحادثان A و B عن وقوع الاثنان في آن واحد ويشمل كل النتائج المشتركة بين الحادثين ويعبر عن ذلك رياضيا بـ $(A \cap B)$ أو (A و B)؛ أي (A et B) . حيث أن:

$$A \cap B = \{x : x \in A, et, x \in B\}$$

ويظهر ذلك في مخطط Venn كما يلي:



إذن $(A \cap B)$ يبين العناصر التي تظهر في Aوتظهر كذلك في B.

حالة خاصة: $A \cap B = \varnothing$ نقول أن A و B حدثان متنافيان.

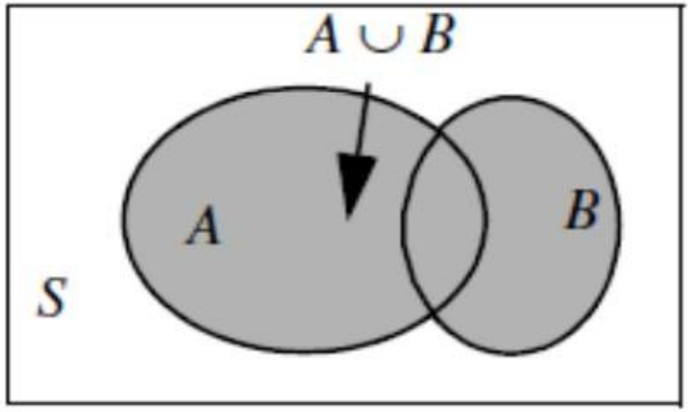
الاتحاد:

ب.الاتحاد (Union): يعبر اتحاد الحادثان A وB عن وقوع أحدهما على الأقل، أي؛ وقوع الأول أو الثاني أو كلاهما.

يعبر عن الاتحاد رياضيا بـ $(A \cup B)$ أو (A أوB)؛ أي (A ou B) حيث أن:

$$A \cup B = \{x : x \in A, ou, x \in B\}$$

ويظهر ذلك في مخطط Venn كما يلي:



إذن $(A \cup B)$ يبين العناصر التي تظهر في A والعناصر التي تظهر في B والعناصر التي تظهر في A وB.

مثال:

مثال: نرمي زهرة نرد مرة واحدة، نعرف الحادث A بأنه ظهور عدد يقبل القسمة على 3. الحادث B بأنه ظهور عدد فردي.

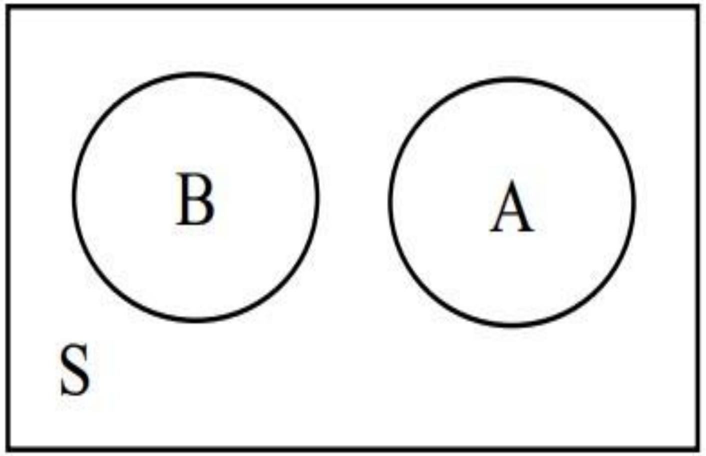
- أوجد فراغ العينة (S)؟
- أوجد $(A \cup B),(A \cap B)$

$$A \cup B = \{1;3;5,6\} \qquad S = \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$A \cap B = \{3\} \qquad A = \{3,6\}$$
$$B = \{1,3,5\}$$

الأحداث المتنافية

ج.الأحداث المتنافية(Disjoint): يقال أن الحادثان A وB متنافيان إذا كان وقوع أحدهما ينفي وقوع الحدث الآخر؛ بمعنى استحالة وقوعها في آن واحد ومن تم تكون نتيجة تقاطع الحدثان المتنافيان هو المجموعة الخالية. أي $A \cap B = \varnothing$.

ويظهر ذلك في شكل Venn.

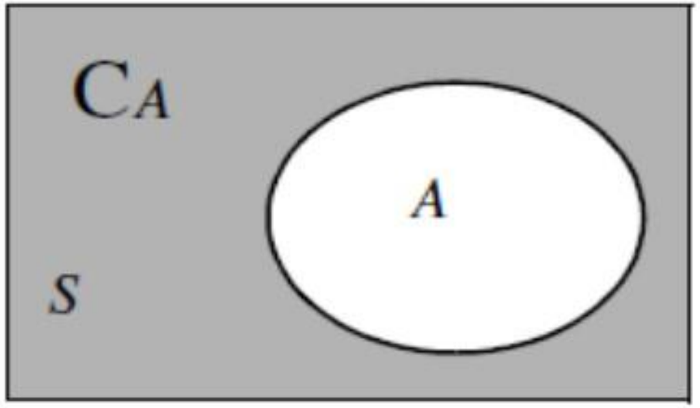


$$A \cap B = \varnothing$$

الحادث المكمل

د.الحادث المكمل(Complement) : الحادث المكمل للحادث A هو الذي ينفي وقوعه؛ أي الحادث الذي يشمل كل نتائج التجربة باستثناء النتائج المكونة للحادث A. يرمز للحادث المكمل بالرمز $\overline{A}$ أو C_A .

$$C_A = \{x : x \notin A\}$$



$$A \cup \overline{A} = S$$

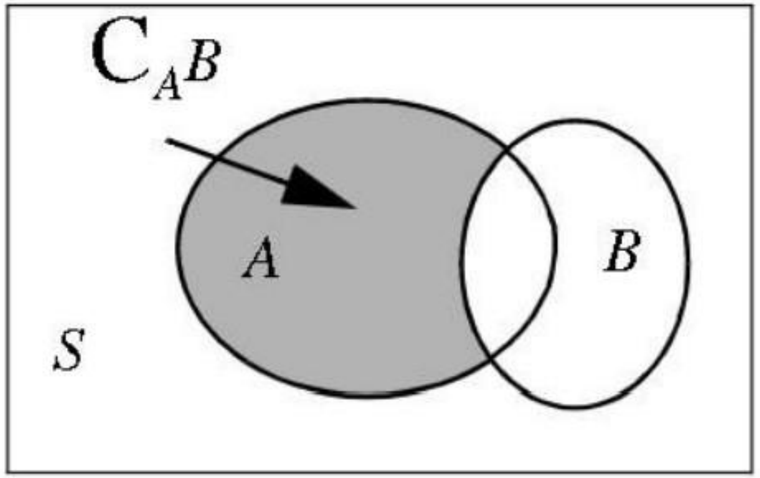
$$A \cap \overline{A} = \varnothing$$

$$C_{\overline{A}} = A$$

$$\overline{S} = \varnothing$$

الفرق

هـ. **الفرق (Difference)**: الفرق بين A وB أو مكمل B $(C_A B)$ بالنسبة إلى A هو العناصر التي تنتمي إلى A ولا تنتمي إلى B. أي: $A - B = \left\{ x : x \notin B \quad et \quad x \in A \right\}$



خواص العمليات الجبرية

3. خواص العمليات الجبرية على المجموعات:

خاصية التبديل	خاصية التبديل للاتحاد	$A\cup B=B\cup A$
	خاصية التبديل للتقاطع	$A\cap B=B\cap A$
خاصية التجميع	خاصية التجميع للاتحاد	$A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$
	خاصية التجميع للتقاطع	$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$
خاصية التوزيع	خاصية التوزيع للتقاطع على الاتحاد	$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$
	خاصية التوزيع للاتحاد على التقاطع	$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$
قوانين ديمورغان		$(\overline{A\cap B})=(\overline{A}\cup\overline{B})$
		$(\overline{A\cup B})=(\overline{A}\cap\overline{B})$

مثال تطبيقي: نرمي زهرة نرد مرة واحدة، لتكن المجموعات الجزئية التالية:

$C=\{1,5,6\}$	$B=\{2,4,5\}$	$A=\{1,2\}$

أوجد ما يلي:

1. $A\cup B, A\cap B, \ \overline{A}, \ \overline{B}$
2. أفحص قانون ديمورغان من خلال: $\overline{A\cup B}, \overline{A}\cap\overline{B}$
3. أفحص خاصية التوزيع من خلال: $A\cap(B\cup C),(A\cap B)\cup(A\cap C)$

الحل:

الحل: $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

$A\cap B=\{2\}$	$A\cup B=\{1,2,4,5\}$	$\overline{A}=\{3,4,5,6\}$	$\overline{B}=\{1,3,6\}$
$\overline{A\cup B}=\{3,6\}$	$\overline{A}\cap\overline{B}=\{3,6\}$	$\Rightarrow \overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$	
$(B\cup C)=\{1,2,4,5,6\}$	$A\cap(B\cup C)=\{1,2\}$	$(A\cap C)=\{1\}$	$(A\cap B)\cup(A\cap C)=\{1,2\}$
$\Rightarrow A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$			

أمثلة

ليكن لديك المجموعات الجزئية A, B, C غير المتنافية ، بإستعمال مخطط Venn بين ما يلي:

a) $\overline{A \cap B}$

b) $\overline{A} \cup \overline{B}$

c) $\overline{A \cup B}$

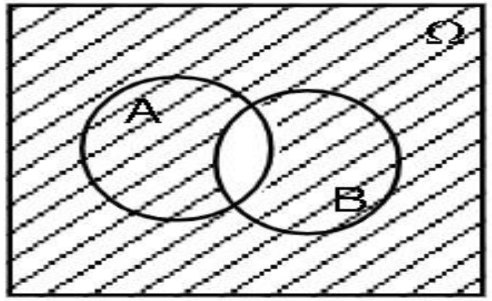
d) $(A \cap \overline{B}) \cup B$

e) $B \cap (\overline{A \cup C})$

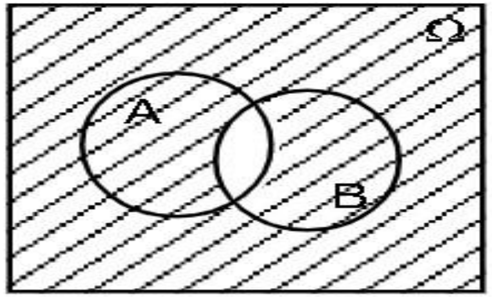
f) $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

g) $\overline{A \cup B \cup C}$

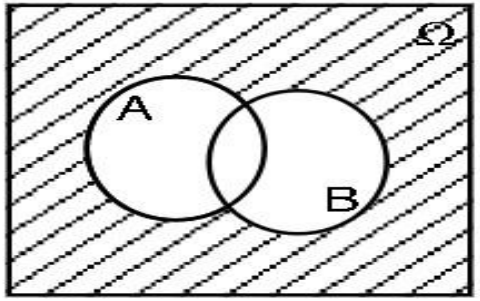
a)



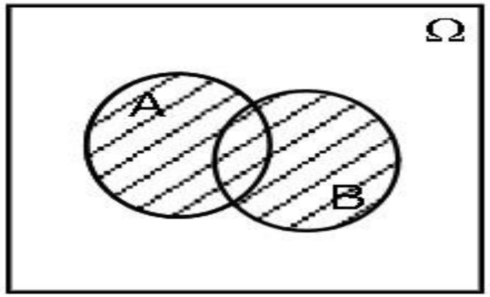
b)



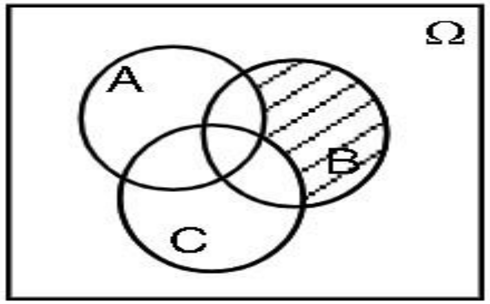
c)



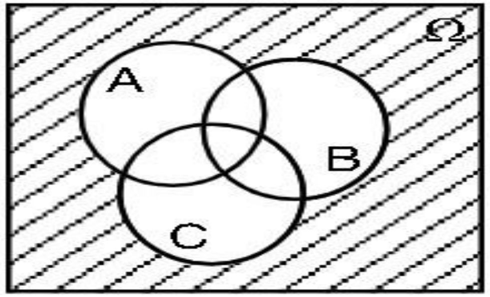
d)



e)



f)



g)