المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف ميلة
معهد العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم الاقتصادية

الحل النموذجي للامتحان العادي- مادةالسلاسل الزمنية

تخصص: اقتصاد نقدي ومالي **2024 /2023**

التمرين 01:

1− الاستقرار من الرتبة 2 (الاستقرارية الضعيفة Weak Stationary): 2pts

نقول عن السلسلة الزمنية Y_t مستقرة إذا حققت الشروط التالية:

1) $\boldsymbol{E(Y_t)} = \mathrm{E}(Y_{t+j}) = \boldsymbol{\mu}$ ثابت

2) $\boldsymbol{V(Y_t)} = \mathrm{V}(Y_{t+j}) = \boldsymbol{\sigma^2} = \boldsymbol{\gamma_0}$

3) $\boldsymbol{Cov(Y_t, Y_{t+j})} = \mathrm{Cov}(Y_{t+s}, Y_{t+j+s}) = \boldsymbol{\gamma_j}$

ويعني الشرط **(1)** تذبذب السلسلة حول وسطها يكون ثابت. والشرط **(2)** يعني ثبات تباين السلسلة عبر الزمن. أما الشرط **(3)** فيعني التباين المشترك أو الارتباط بين قيمتين لنفس المتغير يساوي إلى قيمة ثابتة غير مرتبطة بالزمن.

2- الشوشرة البيضاء (الضجة البيضاء) White Noise: 2pts

متسلسلة الشوشرة البيضاء ε_t عبارة عن متسلسلة من المشاهدات العشوائية غير المترابطة، وأحيانا نفرض أنها متسلسلة من المتغيرات العشوائية التي تكون مستقلة ولها توزيعات متماثلة بمتوسط مساو لـــ 0 وتباين ثابت، أي:

1) $\boldsymbol{E(\varepsilon_t)} = 0$

2) $\boldsymbol{V(\varepsilon_t)} = \sigma^2$

3) $\boldsymbol{Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+j})} = 0$

واختصارا نرمز للشوشرة البيضاء بالرمز $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$

3- متسلسلة السير العشوائي (Random Walk): 1pts

$$Y_1 = \varepsilon_1$$

$$Y_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \Rightarrow Y_2 = Y_1 + \varepsilon_2$$

$$\vdots$$

$$Y_t = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots + \varepsilon_t$$

$$\vdots$$

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

التمرين 02:

1- اختبار وجود مركبة الاتجاه العام باستعمال اختبار دانيال:

T	X_t	R_t	d_t	d_t^2
1	21	3	-2	4
2	23	4.5	-2.5	6.25
3	19	1	2	4
4	25	6	-2	4
5	27	7	-2	4
6	29	8	-2	4
7	20	2	5	25
8	34	9	-1	1
9	35	10	-1	1
10	38	11.5	-1.5	2.25
11	23	4.5	6.5	42.25
12	42	13	-1	1
13	44	14	-1	1
14	46	15	-1	1
15	38	11.5	3.5	12.25
16	48	16	0	0
$\sum =$	/	/	/	113
		0.5pts	**0.5pts**	**0.5pts**

$$\begin{cases} H_0: \text{لاتوجد مركبة الاتجاه العام} \\ H_1: \text{توجد مركبة الاتجاه العام} \end{cases}$$ **0.5pts**

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{t=1}^{n} d_t^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6.(113)}{16(16^2-1)} = 0.834$$ $01pts$

$$r_{(16,0.05)} = 0.503$$

القرار:

بما أن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية ($r_s = 0.834 > r_{(16,0.05)} = 0.503$)، فإننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة لها، أي نقبل فرضية وجود مركبة الاتجاه العام في السلسلة. **0.5 pts**

2- اختبار وجود المركبة الفصلية باستخدام اختبار *Kruskall– Wallis*:

فرضية الاختبار هي:

$$\begin{cases} H_0: \text{لاتوجد مركبة فصلية} \\ vs \\ H_1: \text{توجد مركبة فصلية} \end{cases} \qquad \mathbf{0.5pts}$$

وعلاقته المحسوبة معطاة بالشكل الرياضي التالي:

$$KW = \frac{12}{n(n+1)} \sum \frac{R_i^2}{n_i} - 3(n+1) \backsim \chi^2_{(\alpha,p-1)} \qquad \mathbf{0.5pts}$$

بالتعويض من معطيات جدول إعادة تنظيم الرتب نجد:

$$\Rightarrow \boldsymbol{KW} = \mathbf{8.824} \qquad \mathbf{0.5pts}$$

أما القيمة الجدولية لمربع كاي فهي:

$$\chi^2_{(\alpha,p-1)} = \chi^2_{(0.05,3)} = \mathbf{7.815}$$

القرار:

القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية، ومنه نقبل الفرضية البديلة ونرفض الفرضية الصفرية، أي نقبل فرضية وجود المركبة الفصلية في السلسلة. **0.5 pts**

التمرين 03: البحث عن توفر شرطي الاستقرارية والمعكوسية وحساب معاملات الارتباط الذاتي:

- $Y_t = \varepsilon_t + 0{,}8\, \varepsilon_{t-1}$

✓ **الاستقرارية:** هذا النموذج من الشكل MA(1)، ونماذج MA(q) هي نماذج مستقرة بالتعريف وبالتالي هذا النموذج مستقر. 0.5pts

✓ **المعكوسية:**

$$Y_t = \varepsilon_t + 0{,}8\, \varepsilon_{t-1} \Rightarrow Y_t = (1+0.8L)\, \varepsilon_t$$

$\theta(L) = 0 \Rightarrow (1+0.8L) = 0 \Rightarrow L = 1.25 \Rightarrow \boldsymbol{|L| > 1}$ وبالتالي هذا النموذج قابل للعكس 0.5pts

✓ **معاملات الارتباط الذاتي ACF:** بشكل عام:

$$\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)} = \begin{cases} \dfrac{\mp\theta_k + \theta_k\theta_{k+1} + \cdots + \theta_{q-k}\theta_q}{1+\theta_1^2+\theta_2^2+\cdots+\theta_q^2} & , \quad k = 1 \dots q \\ 0 & \quad k > q \end{cases} \qquad \mathbf{0.5pts}$$

إذن:

$\rho(0) = 1 \qquad , \rho(1) = \frac{0.8}{1.64} = 0.4878$ 0.5pts

- $Y_t = 0{,}8\, Y_{t-1} + 0{,}6 Y_{t-2} + \varepsilon_t$

✓ **الاستقرارية:**

$$Y_t - 0.8Y_{t-1} - 0.6Y_{t-2} = \varepsilon_t \Rightarrow (1 - 0.8L - 0.6L^2)Y_t = \varepsilon_t$$

$$\emptyset(L) = 0 \Rightarrow (1 - 0.8L - 0.6L^2) = 0 \Rightarrow \Delta = 3.04$$ **0.5pts**

$$\boldsymbol{L_1} = \frac{0.8 - \sqrt{3.04}}{2(-0.6)} = \mathbf{0.78}$$ **0.5pts**

$$\boldsymbol{L_2} = \frac{0.8 + \sqrt{3.04}}{2(-0.6)} = -\mathbf{2.11}$$ **0.5pts**

ومن هذه النتائج المتحصل عليها نجد:

$|\boldsymbol{L_1}| < \mathbf{1}$ شرط غير محقق

وبالتالي النموذج غير مستقر. **0.5pts**

✓ **المعكوسية:** نماذج الانحدار الذاتي AR(p) نماذج قابلة للانعكاس بالتعريف، وبالتالي هذا النموذج قابل للانعكاس.

✓ **معاملات الارتباط الذاتي ACF:**

$$\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)} = \begin{cases} \emptyset_1^k & , \ k = 1 \dots q \\ 0 & \text{غير ذلك} \end{cases}$$

$\rho(0) = 1 \qquad , \rho(1) = 0.8 \qquad , \rho(2) = 0.64$ **01pts**

- $(1 - 1.1L + 0.8L^2)Y_t = (1 - 1.7L + 0{,}72L^2)\varepsilon_t$

✓ **الاستقرارية:** تخص جانب نماذج AR، لأنّ نماذج MA مستقرة بالتعريف.

$$(1 - 1.1L + 0.8L^2)Y_t \Rightarrow \emptyset(L) = 0 \Leftrightarrow 1 - 1.1L + 0.8L^2 = 0 \Rightarrow \Delta = -1.99 = 1.99i^2$$ **0.5pts**

$$L_1 = \frac{1.1 - i\sqrt{1.99}}{1.6} \qquad , \qquad L_2 = \frac{1.1 + i\sqrt{1.99}}{1.6}$$ **01pts**

$$\Rightarrow L = \sqrt{\left(\frac{1.1}{1.6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{1.99}}{1.6}\right)^2} = 1.11 \Longrightarrow |\boldsymbol{L}| > \mathbf{1}$$ وبالتالي النموذج مستقر **01pts**

✓ **المعكوسية:** تخص جانب نماذج MA، لأنّ نماذج AR قابلة للانعكاس بالتعريف.

$$(1 - 1.7L + 0{,}72L^2)\varepsilon_t \Rightarrow \theta(L) = 0 \Leftrightarrow 1 - 1.7L + 0{,}72L^2 = 0 \Rightarrow \Delta = 0.01$$ **0.5pts**

$L_1 = \frac{1.7 - \sqrt{0.01}}{1.44} = 1.11$, $L_2 = \frac{1.7 + \sqrt{0.01}}{1.44} = 1.25$ شرط محقق **01pts**

وبالتالي النموذج قابل للانعكاس. **0.5pts**