الفصل الثاني:

عرض البيانات الإحصائية

I- العرض الجدولي:

I-1/ العرض الجدولي في حالة صفة واحدة (الجداول البسيطة).

I-2/ العرض الجدولي في حالة صفتين (الجداول المركبة).

I-3/ حساب مختلف التكرارات.

I-4- أصناف الجداول التكرارية.

II- العرض البياني:

II- 1- العرض البياني في حالة صفة كيفية (بيانات نوعية).

II- 2- العرض البياني في حالة صفة كمية (بيانات كمية).

- ✓ **تمـــارين محلـولــة.**

نقصد بعرض البيانات الاحصائية، هو تمثيلها، تقديمها وتنظيمها في جداول وأشكال بيانية، لإعطاء نظرة مختصرة عنها، وتسهيل قراءتها، وهذه تعتبر كخطوة أولية في طريق استخدام وتطبيق مختلف الأساليب الاحصائية عليها، وهذا بغية تلخيصها، تحليلها، استخراج مختلف النتائج، واتخاذ القرارات المناسبة.

I- العرض الجدولي: وهو صورة تنقل البيانات الاحصائية دون الانقاص منها، من حالتها الأولى إلى حالة جديدة، تتسم بالترتيب والوضوح، والجدول الأساسي (المبدئي، الأولي)، يسمى جدول التوزيع التكراري، حيث يتضمن سطرين (أو عمودين)؛ سطر يمثل مختلف الحالات المختلفة التي تأخذها الصفة، والسطر الآخر يمثل عدد مرات تكرار كل حالة من حالات الصفة (التكرار المطلق F_i)؛ أي لكل حالة من حالات الصفة نقوم بحساب وإحصاء عدد الوحدات الاحصائية الموافقة والممثلة لها، ثم من خلال جدول التوزيع التكراري يمكن حساب أنواع أخرى من التكرارات، وهي: التكرار النسبي، التكرار النسبي المئوي، التكرار المتجمع الصاعد، التكرار المتجمع الصاعد النسبي المئوي، التكرار المتجمع النازل، التكرار المتجمع النازل النسبي المئوي، ويمكن توضيح مختلف طرق تمثيل جدول التوزيع التكراري، وكيفية حساب مختلف أنواع التكرارات، كالآتي:

I-1/ العرض الجدولي في حالة صفة واحدة (الجداول البسيطة):

أ- جدول التوزيع التكراري في حالة صفة كيفية (ترتيبية أو اسمية): يتضمن سطرين (أو عمودين)، يحتوي الأول على الصفة التي تكون في شكل كلمات تعبر عن الحالات المختلفة للصفة، والثاني يحتوي على التكرار المطلق F_i.

مثال (2-1): قام باحث معين بإجراء استطلاع لآراء عينة من الزبائن (100 شخص)، حول مدى رضاهم اتجاه سلعة معينة، فكانت النتائج كالآتي:

مستوى رضا الزبون (الصفة)	غير راضي أبدا	غير راضي	راضي نوعا ما	راضي	راضي جدا	$\sum$
F_i (التكرار المطلق)	05	15	10	55	15	100

ب- جدول التوزيع التكراري في حالة صفة كمية ذات متغيرة منفصلة: يتضمن سطرين (أو عمودين)، يحتوي الأول على مختلف حالات الصفة في شكل أعداد طبيعية، والثاني يحتوي على التكرار المطلق F_i.

مثال (2-2): قام باحث معين بإجراء دراسة اتجاه عينة مكونة من 80 أسرة، لمعرفة عدد الأطفال فيها، وكانت النتائج كالآتي:

عدد الأطفال (الصفة) x_i	00	01	02	03	04	05	06	$\sum$
F_i (التكرار المطلق)	10	05	12	18	20	13	02	80

ت- جدول التوزيع التكراري في حالة صفة كمية ذات متغيرة مستمرة: يتضمن سطرين (أو عمودين)، يحتوي الأول على الصفة التي تكون في شكل فئات (مجالات)، والثاني يحتوي على التكرار المطلق F_i.

مثال (2-3):تم قياس أوزان عينة من الأشخاص مكونة من 40 شخص (الوحدة كغ)، والنتائج ممثلة في الجدول الآتي:

الفئات	[40-55[	[55-60[	[60-65[	[65-70[	[70-75[	[75-80[
F_i (التكرار المطلق)	4	5	7	6	10	8

في حالة ما لم يكن هناك عدد معين للفئات نرغب في تشكيل الجدول على أساسه، فإنه يتم أولا تحديد طول الفئات وعددها، حتى نتمكن من تكوين الجدول، وهناك بعض القوانين الخاصة بذلك، ومن بين أشهرها هو قانون (**H.Sturges**)، وذلك وفق الخطوات الآتية:

1- لتحديد طول الفئة (ET) يجب أولا أن نحدد المدى العام، والذي يساوي أكبر قيمة في السلسلة ناقص أقل قيمة $(ET = X_{max} - X_{min})$.

2- ثم نحسب عدد الفئات وفق القانون الآتي: $1 + 3{,}332Log(N) =$ عدد الفئات

- ✓ Log هو اللوغاريتم العشري؛
- ✓ N هو عدد القيم في السلسلة؛
- ✓ إذا تم إيجاد عدد الفئات غير طبيعي، فإنه يتم تقريبه إلى العدد الطبيعي الأقرب إليه (بطريقة عادية)؛

3- حساب طول الفئة بالعلاقة: $\Delta = \frac{ET}{\text{عدد الفئات}}$ ، بعد تحديد عدد الفئات (كعدد طبيعي)، فإنه إذا وجدنا طول الفئات عدد غير طبيعي، فإنه ينبغي تقريبه إلى العدد الطبيعي الأكبر منه مباشرة، فمثلا لو وجدنا الطول 5,30، فإنه يتم تقريبه إلى العدد 6، وذلك لتفادي عدم الوقوع في حالات أن تكون بعض القيم الأخيرة للسلسلة خارج الفئات؛ أو بتعبير آخر حتى نضمن تحقق أن يكون: **عدد الفئات × طول الفئة ≤ المدى**،

ويكون الشكل العام لجدول التوزيع التكراري كالآتي:

الفئات	F_i (التكرار المطلق)
$[L_1-L_2[$	F_1
$[L_2-L_3[$	F_2
$[L_3-L_4[$	F_3

F_4	$[L_4-L_5[$
F_5	$[L_5-L_6[$
F_6	$[L_6-L_7[$
N	Σ

✓ يفضل أن يكون عدد الفئات محصورا بين 5 و15.

✓ مركز الفئة c_i = (الحد الأدنى + الحد الأعلى)/2

✓ لو أردنا تشكيل جدول توزيع تكراري بطول للفئات ثابت ومعلوم، فإنه يبقى علينا إيجاد عدد الفئات فقط، وذلك كالآتي: $\frac{ET}{\Delta}=$ **عدد الفئات**، وإذا وجد عدد الفئات عدد غير طبيعي، فإنه يتم تقريبه (بطريقة غير عادية) إلى العدد الطبيعي الأكبر منه مباشرة دائما، فمثلا لو وجدنا الطول 4,20، فإنه يتم تقريبه إلى العدد 5.

مثال (2-4):لتكن لدينا أوزان 30 شخص، كالآتي:

79	77,8	74	55	40	71	69	65,2	61	56	55	40,5	50	35	40
50	70	60	68,5	63	56	52	48	44	33	38,1	72	52	62	35,6

1- كوّن جدول التوزيع التكراري باستخدام طريقة (**H.Sturges**)؟

2 - كوّن جدول التوزيع التكراري، إذا أردنا أن يكون عدد الفئات 5؟

3 - كوّن جدول التوزيع التكراري، إذا أردنا أن يكون طول جميع الفئات ثابت، ويساوي 7؟

الحل:

1- تكوين جدول التوزيع التكراري باستخدام طريقة (**H.Sturges**)؟

- ايجاد عدد الفئات:

$$\text{عدد الفئات} = 1 + 3{,}332Log(N)$$

$$= 1 + 3{,}332Log(30) \approx 5{,}92 \approx 6$$

- ايجاد طول الفئات:

$$\Delta = \frac{ET}{\text{عدد الفئات}} = \frac{X_{max}-X_{min}}{\text{عدد الفئات}} = \frac{79-33}{6} = \frac{46}{6} \approx 7{,}67 \approx 8$$

إذا حسب هذا القانون، فإن الجدول الذي سيتم تشكيله يتكون من 6 فئات، وطول كل فئة هو 8،

وقبل تشكيل جدول التوزيع التكراري، حبذا أن يتم ترتيب القيم تصاعديا، حتى يسهل حساب التكرار المطلق (F_i) لكل فئة، وذلك كالآتي:

55	55	52	52	50	50	48	44	40,5	40	40	38,1	35,6	35	33
79	77,8	74	72	71	70	69	68,5	65,2	63	62	61	60	56	56

ومنه يكون جدول التوزيع التكراري كالآتي:

F_i(التكرار المطلق)	الفئات
7	$[33-41[$
2	$[41-49[$
8	$[49-57[$
4	$[57-65[$
6	$[65-73[$
3	$[73-81[$
30	Σ

2 – تكوين جدول التوزيع التكراري، إذا أردنا أن يكون عدد الفئات 5؟

$$\Delta=\frac{ET}{\text{عدد الفئات}}\Rightarrow\Delta=\frac{46}{5}=9{,}2\approx 10$$

ومنه يكون جدول التوزيع التكراري كالآتي:

F_i(التكرار المطلق)	الفئات
7	$[33-43[$
6	$[43-53[$
7	$[53-63[$
7	$[63-73[$
3	$[73-83[$
30	Σ

3 – تكوين جدول التوزيع التكراري، إذا أردنا أن يكون طول جميع الفئات ثابت، ويساوي 7:

$$\Delta=\frac{ET}{\text{عدد الفئات}}\Rightarrow \text{عدد الفئات}=\frac{ET}{\Delta}\Rightarrow \text{عدد الفئات}=\frac{46}{7}\approx 6{,}57\approx 7$$

ومنه يكون جدول التوزيع التكراري كالآتي:

F_i(التكرار المطلق)	الفئات
4	$[33-40[$
4	$[40-47[$
5	$[47-54[$
5	$[54-61[$
4	$[61-68[$
6	$[68-75[$
2	$[75-82[$
30	Σ

I-2/ العرض الجدولي في حالة صفتين (الجداول المركبة): وهي الجداول التي تتوزع فيها البيانات حسب صفتين في نفس الوقت، وقد تكون الصفتين كميتين، أو نوعيتين، أو واحدة كمية والأخرى نوعية.

مثال (2-5): الجدول التالي يوضح توزيع مجموعة من طلبة جامعة 8 ماي 1945 قالمة، حسب مستوياتهم الدراسية، والكليات التي ينتموا إليها، وذلك كالآتي:

الكلية / المستوى الدراسي	الاقتصاد	العلوم الانسانية	علوم الطبيعة	علوم الدقيقة	المجموع
السنة أولى	15	12	10	8	45
السنة الثانية	7	9	5	4	25
السنة الثالثة	8	14	5	3	30
المجموع	30	35	20	15	100

I-3/ حساب مختلف التكرارات: من خلال التكرار المطلق لأي ظاهرة يمكن حساب مختلف التكرارات، والتي لها دلالات معينة.

3-1- التكرار النسبي (Fr): وذلك لتوضيح الأهمية النسبية لكل قيمة من قيم الظاهرة المدروسة، ويتم حسابه كالآتي:

$Fr = \frac{F_i}{\sum F_i}$، حيث: $\sum Fr = 1$

3-2- التكرار النسبي المئوي ($Fr\%$): وذلك لتوضيح الأهمية النسبية المئوية، ويتم حسابه كالآتي:

$Fr\% = \frac{F_i}{\sum F_i} \times 100 = Fr \times 100$ ، حيث: $\sum Fr\% = 100$

3-3- التكرار المتجمع الصاعد (Fcc)، والتكرار المتجمع النازل (Fcd): تحسب التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة لمختلفة المتغيرات، ما عدا تلك الكيفية المقاسة بالمقياس الإسمي (صفة نوعية اسمية).

ويستخدم (Fcc) لمعرفة عدد العناصر التي تقل عن مستوى معين (أقل من)، أما (Fcd) فيستخدم لمعرفة عدد العناصر التي تزيد عن قيمة معينة (أكبر من)، ويتم حساب مختلف قيم (Fcc) و(Fcd) كالآتي:

$$Fcc = \begin{cases} 0 \\ F_1 \\ F_1 + F_2 \\ F_1 + F_2 + F_3 \\ \dots\dots\dots\dots.. \\ \sum F_i = N \end{cases} \qquad Fcd = \begin{cases} \sum F_i = N \\ \sum F_i - F_1 \\ \sum F_i - F_1 - F_2 \\ \dots\dots\dots\dots.. \\ 0 \end{cases}$$

3-4- التكرار المتجمع الصاعد النسبي ($Frcc$)، والتكرار المتجمع النازل النسبي ($Frcd$):

ويستخدم ($Frcc$) لمعرفة عدد العناصر التي تقل عن نسبة معينة (نسبة من الواحد مثل: 0,6)، أما ($Frcd$) فيستخدم لمعرفة عدد العناصر التي تزيد عن نسبة معينة (نسبة من الواحد)، ويتم حساب مختلف قيم ($Frcc$) و($Frcd$) كالآتي:

$$Frcc = \begin{cases} 0 \\ Fr_1 \\ F_{r1} + F_{r2} \\ F_{r1} + F_{r2} + F_{r3} \\ \dots\dots\dots\dots.. \\ 1 \end{cases} \qquad Frcd = \begin{cases} 1 \\ 1 - Fr_1 \\ 1 - F_{r1} - F_{r2} \\ \dots\dots\dots\dots.. \\ 0 \end{cases}$$

3-5- التكرار المتجمع الصاعد النسبي المئوي ($Frcc\%$)، والتكرار المتجمع النازل النسبي المئوي ($Frcd\%$):

ويستخدم ($Frcc\%$) لمعرفة عدد العناصر التي تقل عن نسبة مئوية معينة، أما ($Frcd\%$) فيستخدم لمعرفة عدد العناصر التي تزيد عن نسبة مئوية معينة، ويتم حساب مختلف قيم ($Frcc\%$) و($Frcd\%$) كالآتي:

$$Frcc\% = \begin{cases} 0 \\ Fr_1\% \\ F_{r1}\% + F_{r2}\% \\ F_{r1}\% + F_{r2}\% + F_{r3}\% \\ \dots\dots\dots\dots.. \\ 100 \end{cases} \qquad Frcd\% = \begin{cases} 100 \\ 100 - Fr_1\% \\ 100 - F_{r1}\% - F_{r2}\% \\ \dots\dots\dots\dots.. \\ 0 \end{cases}$$

مثال (2-6): لتكن لدينا أطوال 90 شخص (وحدة الطول سنتيمتر) ممثلة في جدول التوزيع التكراري الآتي:

الفئات	[130-140[	[140-150[	[150-160[	[160-170[	[170-180[	[180-190[
(التكرار المطلق) F_i	5	9	14	17	25	20

- أحسب مختلف التكرارات؟

الحل: يمكن تلخيص مختلف التكرارات، كما في الجدول الآتي:

الفئات	*Fi*	*ci*	*Fr*	*Fr%*	*Fcc*	*Frcc*	*Frcc%*	*Fcd*	*Frcd*	*Frcd%*
[130-140[	5	135	0,0555	05,55	5	0,0555	05,55	90	1	100
[140-150[	9	145	0,1000	10,00	14	0,1555	15,55	85	0,9444	94,44
[150-160[	14	155	0,1555	15,55	28	0,3111	31,11	76	0,8444	84,44
[160-170[	17	165	0,1889	18,89	45	0,4999	49,99	62	0,6888	68,88
[170-180[	25	175	0,2778	27,78	70	0,7777	77,77	45	0,5	50,00
[180-190[	20	185	0,2222	22,22	90	1	100	20	0,2222	22,22
المجموع	90	//	1	100	//	//	//	//	//	//

ويمكن مثلا قراءة **السطر الثالث** الموافق للفئة الثانية [140-150[، كالآتي:

هناك 9 أشخاص أطوالهم ضمن الفئة [140-150[، وهم يمثلون ما نسبته 10% من مجموع الأشخاص، وأن عدد الأشخاص التي أطوالهم **أكبر أو يساوي** 140سم هو 85 شخص (Fcd=85) وبنسبة 94,44%، وعدد الأشخاص التي أطوالهم **أقل تماما** من 150سم هو 14 شخص (Fcc=14) وبنسبة 15,55%.

وأما **السطر الثاني** الموافق للفئة الأولى [130-140[، فيتم قراءته كالآتي:

هناك 5 أشخاص أطوالهم ضمن الفئة [130-140[، وهم يمثلون ما نسبته 05,55% من مجموع الأشخاص، وأن عدد الأشخاص التي أطوالهم أكبر أو يساوي 130سم هو 90 شخص (Fcd=90)؛ أي جميع الأشخاص (بنسبة 100%)، وعدد الأشخاص التي أطوالهم أقل تماما من 140سم هو 5 أشخاص (Fcc=5) وبنسبة 05,55%.

وأما **السطر قبل الأخير** الموافق للفئة الأخيرة [180-190[، فيتم قراءته كالآتي:

هناك 20 شخص أطوالهم ضمن الفئة [180-190[، وهم يمثلون ما نسبته 22,22% من مجموع الأشخاص، وأن عدد الأشخاص التي أطوالهم أكبر أو يساوي 180سم هو 20 شخص (Fcd=20)

ونسبتهم %22,22، وعدد الأشخاص التي أطوالهم أقل تماما من 190سم هو 90 شخص (Fcc=90)؛ أي جميع الأشخاص ونسبتهم %100.

ونشير إلى أنه بالنسبة للأطوال الأقل تماما من 130سم غير ممثلة في الجدول، وهذا لأن عدد الأشخاص التي أطوالهم أقل تماما من 130سم هو 0 ونسبتهم %0، وكذلك الأطوال الأكبر أو يساوي 190سم غير ممثلة في الجدول، لأن عدد الأشخاص التي أطوالهم أكبر أو يساوي 190سم هو 0 ونسبتهم %0.

وتوجد **طريقة أخرى** لتمثيل الجدول بحيث يتم إظهار أعداد الأشخاص (0) ونسبتهم (%0)، وهذا سواء الأقل تماما من 130سم، أو الأكبر أو يساوي 190سم، وذلك من خلال إضافة سطر قبل الفئة الأولى، وسطر بعد الفئة الأخيرة، وكذلك اضافة أسطر بين الفئات، وهذه الأسطر المضافة يوضع فيها فقط قيم مختلف التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة، والطريقتين الاثنين صحيحتين، لكن كل شخص عندما يتعود على طريقة معينة تبدوا له الأسهل، ويمكن تمثيل الجدول السابق بالطريقة الثانية كالآتي:

الفئات	Fi	ci	Fr	$Fr\%$	Fcc	$Frcc$	$Frcc\%$	Fcd	$Frcd$	$Frcd\%$
					0	0	0	90	1	100
[130-140[	5	135	0,0555	05,55						
					5	0,0555	05,55	85	0,9444	94,44
[140-150[	9	145	0,1000	10,00						
					14	0,1555	15,55	76	0,8444	84,44
[150-160[	14	155	0,1555	15,55						
					28	0,3111	31,11	62	0,6888	68,88
[160-170[	17	165	0,1889	18,89						
					45	0,4999	49,99	45	0,5	50,00
[170-180[	25	175	0,2778	27,78						
					70	0,7777	77,77	20	0,2222	22,22
[180-190[	20	185	0,2222	22,22						
					90	1	100	0	0	0
المجموع	90	//	1	100	//	//	//	//	//	//

ويمكن قراءة والتعبير عن مختلف القيم ضمن الأسطر بين الفئات، كالآتي:

السطر السادس بين الفئة الثانية [140-150[والفئة الثالثة [150-160[، يتم قراءته بأن هناك 14(Fcc=14) شخص أطوالهم أقل تماما من 150سم، ونسبتهم (%15,55)، وهناك 76 (Fcd=76) شخص أطوالهم أكبر أو يساوي 150سم، ونسبتهم (%84,44).

السطر الثاني قبل الفئة الأولى]130-140]، يتم قراءته بأن هناك 0 (Fcc=0) شخص أطوالهم أقل تماما من 130سم، ونسبتهم (00%)، وهناك 90 (Fcd=90) شخص أطوالهم أكبر أو يساوي 130سم، ونسبتهم (100%).

السطر (قبل الأخير) بعد الفئة الأخيرة]180-190]، يتم قراءته بأن هناك 90 (Fcc=90) شخص أطوالهم أقل تماما من 190 سم، ونسبتهم (100%)، وهناك 0 (Fcd=0) شخص أطوالهم أكبر أو يساوي 190سم، ونسبتهم (00%).

ملاحظة: نشير إلى أنه عندما نكون بصدد قراءة قيم ضمن الأعمدة الممثلة للتكرارات المتجمعة **الصاعدة** (Fcc, $Frcc$, $Frcc\%$)، فإننا دائما نستخدم عبارة **أقل تماما*** (**عكس عبارة صاعد**) من قيمة الحد الأعلى للفئة المناسبة، أما عند قراءة القيم ضمن الأعمدة الممثلة للتكرارات المتجمعة **النازلة** (Fcd, $Frcd$, $Frcd\%$)، فإننا نستخدم عبارة **أكبر أو يساوي**** (**عكس عبارة نازل**) من قيمة الحد الأدنى للفئة المناسبة.

I-4- أصناف الجداول التكرارية:

4-1- الجداول المقفلة والمفتوحة: يمكن أن تكون الجداول التكرارية مغلقة أو مفتوحة، من طرف أو من طرفين، ويمكن توضيح ذلك كالآتي:

أقل من 5
5-10
10-15
15-20

مفتوح من طرفه الأدنى

5-10
10-15
15-20
أكبر من 20

مفتوح من طرفه الأعلى

أقل من 5
5-10
10-15
15-20
أكبر من 20

مفتوح من الطرفين

5-10
10-15
15-20

مقفل

* نستعمل عبارة أقل تماما وليس عبارة أقل أو يساوي لأن مجالات الفئات مغلقة من الأسفل ومفتوحة من الأعلى.
** نستعمل عبارة أكبر أو يساوي، وليس عبارة أكبر تماما، لأن مجالات الفئات مغلقة من الأسفل ومفتوحة من الأعلى.

2-4- الجداول المنتظمة وغير المنتظمة: الجدول المنتظم هو الذي تكون فيه أطوال الفئات متساوية، أما الجدول غير المنتظم فتكون فيه أطوال الفئات غير متساوية.

قد تكون الفئات غير متساوية الطول، وخاصة عند التشتت الكبير للبيانات، حيث يتم توسيع الفئات التي تحوي بيانات متطرفة أو متباعدة، ويتم تقليص حجم الفئات إذا كان هناك تركُّز كبير للتكرارات في فئات معينة، وهذا على سبيل المثال فقط، لأن تقدير ذلك يبقى للباحث وخبرته، وكذا طبيعة الدراسة، والمقصود منها، والمقاييس المطبقة عليها.

عندما تكون الفئات غير متساوية، فإنه يتم حساب التكرار الجديد المصحح (التكرار المعدل F_i^*)، وهذا فقط من أجل رسم المدرج التكراري (أو المضلع والمنحنى التكراري)، أو حساب المنوال (**كما سنرى لاحقا**)، أما عند حساب مقاييس أخرى أو رسم أنواع أخرى من الرسوم البيانية، فإنه يُعتمد على التكرار المطلق الأصلي (F_i)، ويتم حساب التكرار المصحح كالآتي:

$$F_i^* = \frac{F_i}{\text{طول الفئة } (\Delta)} \times \text{الثابت (طول الفئة الشائع)}$$

ملاحظات:

- ✓ يتم اختيار الثابت على أنه طول الفئة الشائع، وهذا فقط من أجل الحفاظ على أن تكون بعض قيم التكرارات الأصلية (المقابلة للفئات ذات الطول الشائع) هي نفسها بعد تصحيحها؛
- ✓ في حالة لا يوجد طول وحيد للفئة هو الشائع، كأن يوجد طولين مثلا، هما الأكثر شيوعا؛ أي لها نفس وأكبر تكرار مطلق، فهنا نختار أي منها في القانون، فذلك يعتبر صحيح؛
- ✓ في حالة اختيار أي قيمة أخرى للثابت، فإن ذلك يعتبر صحيح، لأنه تبقى نفس علاقة التناسب بين التكرارات المصححة، فقط يتم تضخيم هذه القيم جميعها، أو تصغيرها، وبالتالي ينتج نفس الرسم للمدرج (المضلع التكراري أو المنحنى)، فقط الفرق في مستوى ارتفاع أو انخفاض المدرج (المضلع أو المنحنى)، أما فيما يخص المنوال فنحصل على نفس القيمة (كما سنرى لاحقا).

مثال (2-7): ليكن لدينا جدول توزيع تكراري غير منتظم ونقوم بتصحيح التكرار.

الفئات	التكرار المطلق الأصلي F_i	طول الفئة	التكرار المطلق المصحح F_i^* (طول الفئة الشائع= 10)
20-10	50	10	50
40-20	40	20	20
50-40	60	10	60

نشير إلى أنه يمكن أن تكون بعض قيم التكرار المصحح أعداد حقيقية وغير طبيعية (بالفاصلة)، ويمكن توضيح ذلك كالآتي:

الفئات	التكرار المطلق الأصلي F_i	طول الفئة	التكرار الأصلي/طول الفئة	التكرار المطلق المصحح F_i^* (طول الفئة الشائع= 10)
20-10	55	10	5,5	55
40-20	45	20	2,25	22,5
50-40	60	10	6	60

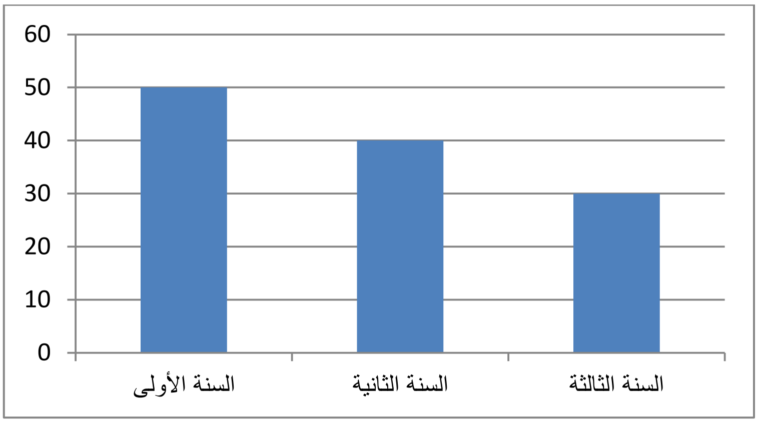
II- العرض البياني: وهي طريقة للتعبير عن البيانات الاحصائية في شكل رسومات بيانية، وفي كثير من الحالات فإن العرض البياني قد يعطي بعض الدلالات ويصف ويلخص البيانات بطريقة أوضح من العرض الجدولي، وسيتم تناول مختلف الرسومات البيانية من خلال التصنيف الآتي:

II- 1- العرض البياني في حالة صفة كيفية (بيانات نوعية): من بين الرسومات البيانية المتوافقة مع هذه الحالة هي الرسم بالأعمدة (المستطيلات)، وقد تكون بسيطة، أو مجزأة، أو متلاصقة، وكذلك الشكل الدائري، ويمكن توضح ذلك من خلال المثال الآتي:

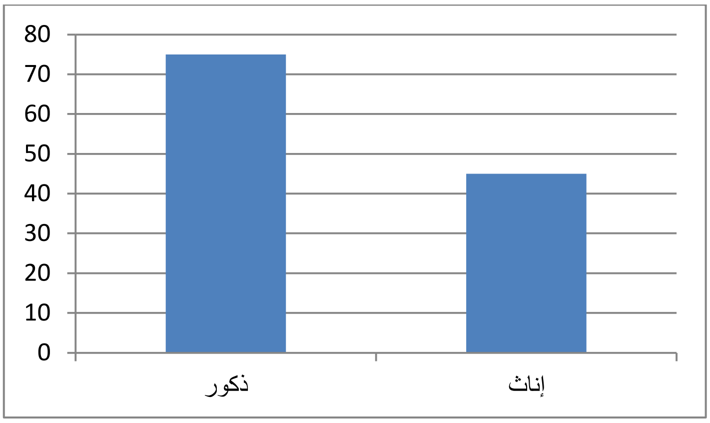
مثال (2-8): يوضح الجدول الآتي توزيع مجموعة من الطلبة حسب مستويات دراستهم وجنسهم.

المستوى الدراسي / الجنس	السنة الأولى	السنة الثانية	السنة الثالثة	المجموع
ذكور	30	25	20	75
إناث	20	15	10	45
المجموع	50	40	30	120

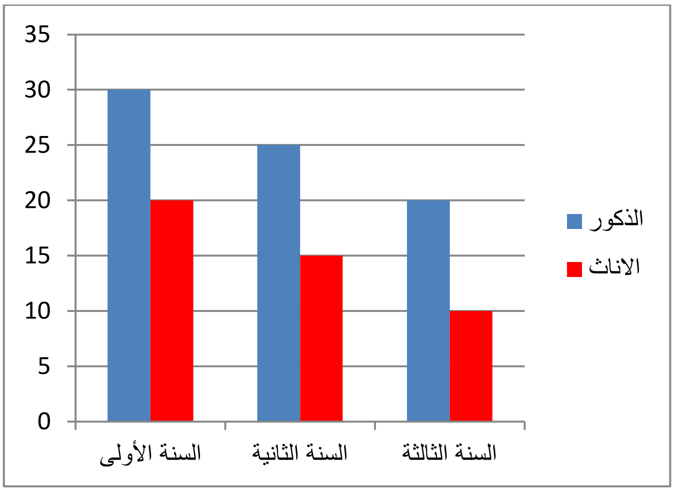
- **عرض الطلبة حسب مستوياتهم الدراسية بالأعمدة البسيطة:** حيث محور الفواصل يتضمن المستويات الدراسية، ومحور التراتيب يتضمن التكرار المطلق (F_i).

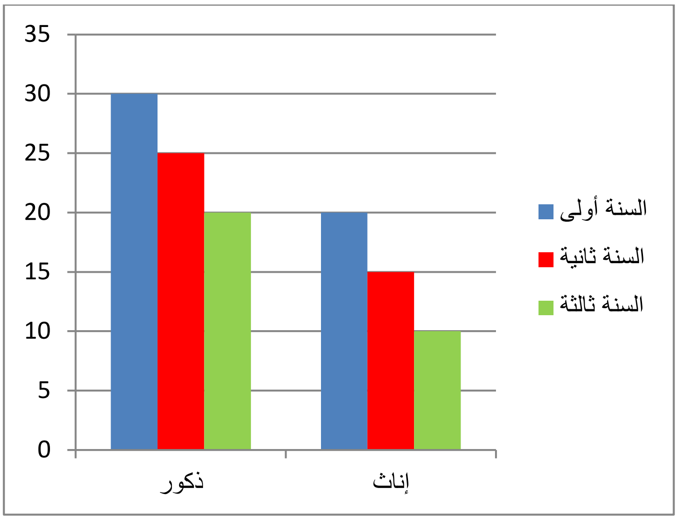


- **عرض الطلبة حسب جنسهم بالأعمدة البسيطة:** حيث محور الفواصل يتضمن جنس الطلبة، ومحور التراتيب يتضمن التكرار المطلق (F_i).

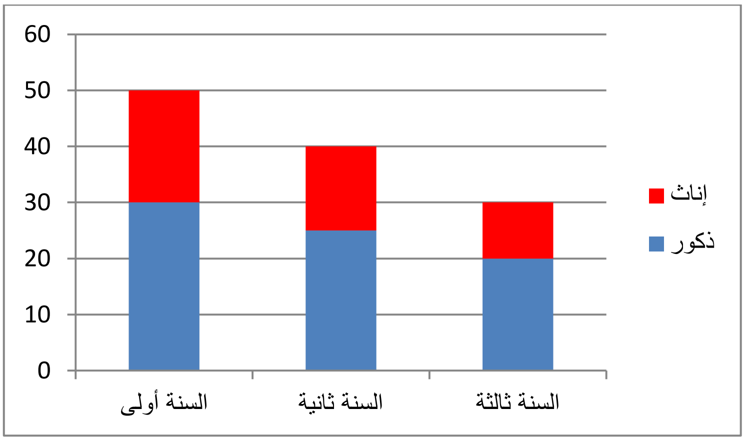


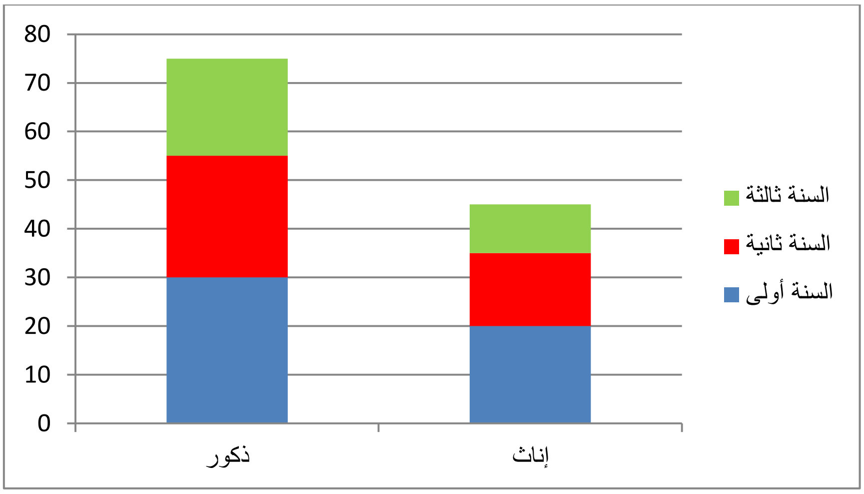
- **عرض الطلبة حسب مستوياتهم الدراسية وجنسهم، بالأعمدة المتلاصقة:**



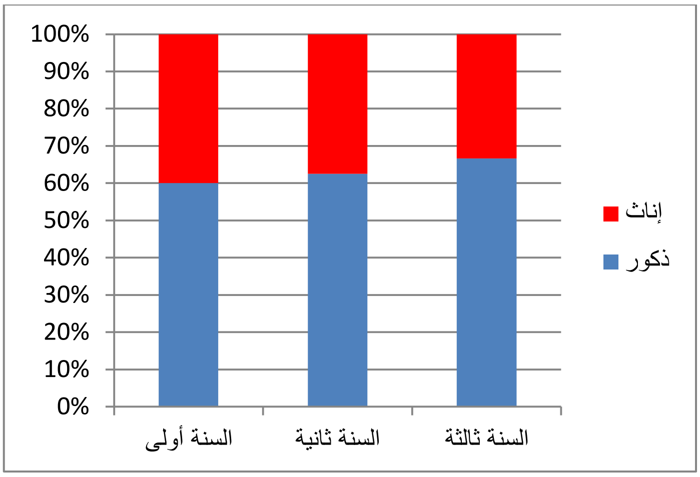


- عرض الطلبة حسب مستوياتهم الدراسية وجنسهم بالأعمدة المجزأة العادية:

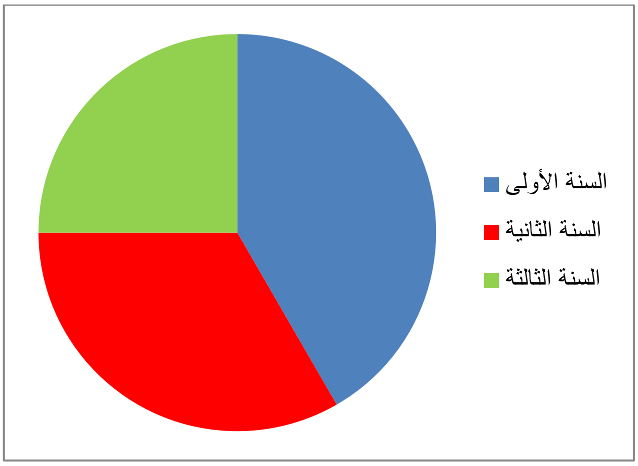




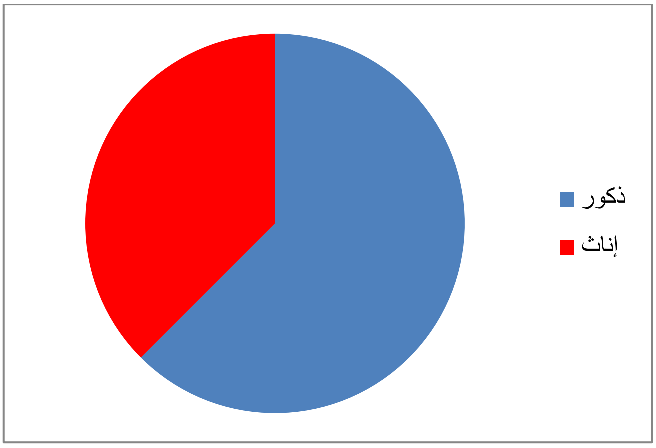
– عرض الطلبة حسب مستوياتهم الدراسية وجنسهم بالأعمدة المجزأة بالنسب المئوية:



– عرض الطلبة حسب مستوياتهم الدراسية بالشكل الدائري:



– عرض الطلبة حسب جنسهم بالشكل الدائري:



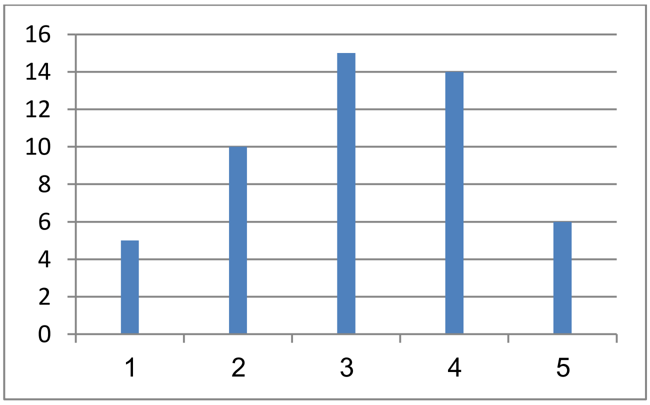
II– 2– العرض البياني في حالة صفة كمية (بيانات كمية):

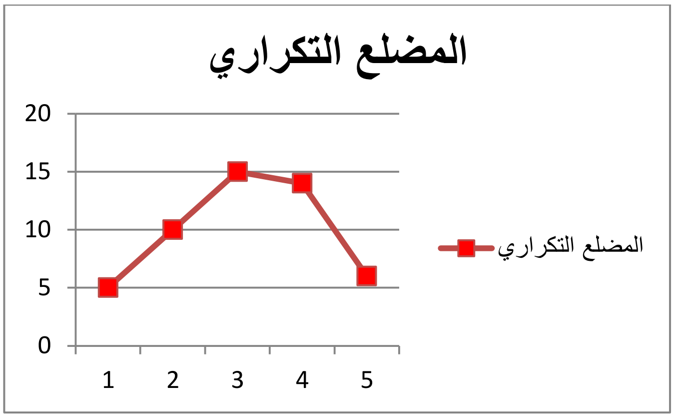
2–1– العرض البياني في حالة صفة كمية منفصلة: الرسومات البيانية في هذه الحالة، تتمثل في الأعمدة البيانية، والمضلع التكراري، والمنحنى الدرجي الصاعد (المنحنى التكاملي)، والمنحنى الدرجي النازل (المنحنى التفاضلي)، ويمكن توضيح ذلك من خلال المثال الآتي:

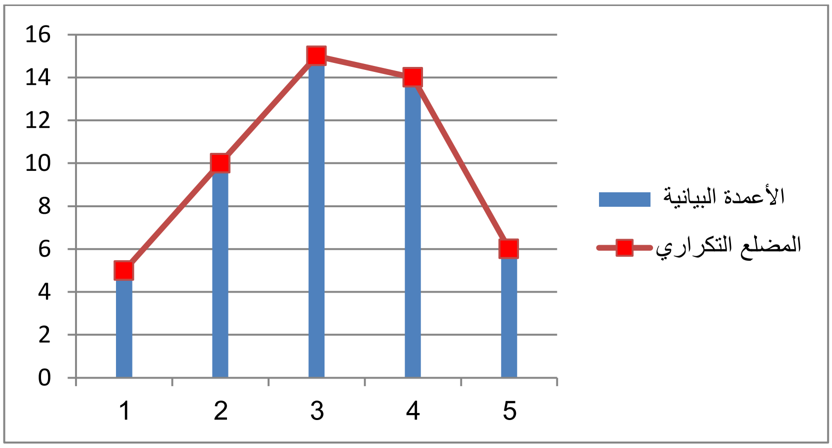
مثال (2–9): ليكن لدينا توزيع مجموعة من الأسر حسب عدد الأطفال كالآتي:

عدد الأطفال (صفة كمية منفصلة)	01	02	03	04	05
عدد الأسر (F_i)	05	10	15	14	06

– التمثيل بالأعمدة البيانية والمضلع التكرار: حيث نضع في محور التراتيب (المحور العمودي) عدد الأسر (F_i)، وفي محور الفواصل عدد الأطفال (الصفة)، ويمكن تمثيل كل رسم في منحنى منفصل عن الآخر، أو نمثلهما في منحنى واحد.



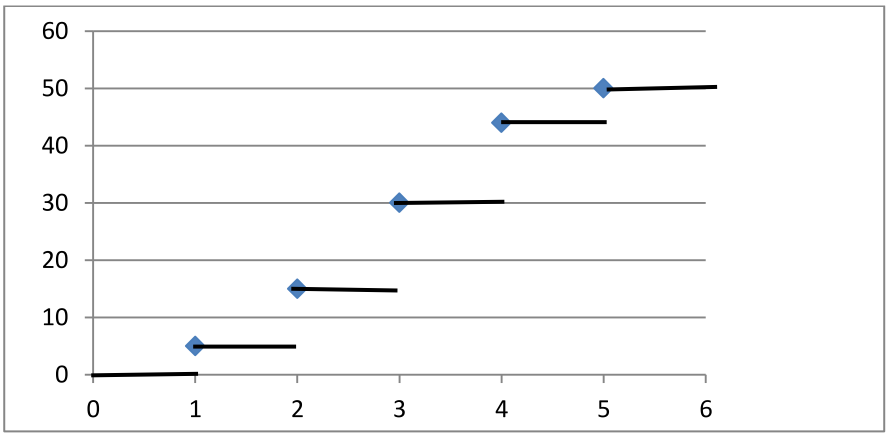




– **المنحنى التكاملي**: في حالة الصفة الكمية المنفصلة يسمى **المنحنى الدرجي الصاعد**، وهو يمثل قيم التكرار المتجمع الصاعد (Fcc)، حيث نضع قيم (Fcc) في محور التراتيب، وفي محور الفواصل نضع عدد الأطفال (الصفة x_i)، وقيم التكرار المتجمع الصاعد ممثلة كما في الجدول الآتي:

عدد الأطفال (صفة كمية منفصلة)		01		02		03		04		05		Σ
عدد الأسر (F_i)		05		10		15		14		06		50
Fcc	00		05		15		30		44		50	//

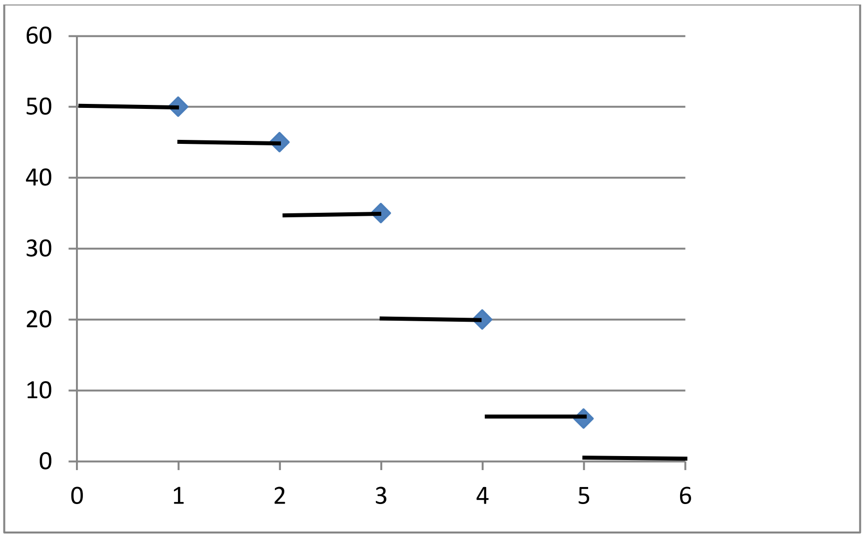
من خلال قيم Fcc، يمكن تمثيل المنحنى التكاملي كالآتي:



– **المنحنى التفاضلي**: في حالة الصفة الكمية المنفصلة يسمى **المنحنى الدرجي النازل**، وهو يمثل قيم التكرار المتجمع النازل (Fcd)، حيث نضع قيم (Fcd) في محور التراتيب، وفي محور الفواصل نضع عدد الأطفال (الصفة x_i)، وقيم التكرار المتجمع النازل ممثلة كما في الجدول الآتي:

عدد الأطفال (صفة كمية منفصلة)		01		02		03		04		05		Σ
عدد الأسر (F_i)		05		10		15		14		06		50
Fcd	50		45		35		20		06		00	//

من خلال قيم Fcd، يمكن تمثيل المنحى التكاملي كالآتي:



2-2- العرض البياني في حالة صفة كمية متصلة: الرسومات الممثلة لهذه الحالة تتمثل في المدرج التكراري، والمضلع التكراري، المنحنى التكاملي، والمنحنى التفاضلي، ويمكن توضيح ذلك من خلال المثال الآتي:

مثال (2-10)* : لتكن لديان أوزان مجموعة من الأشخاص موزعة كالآتي:

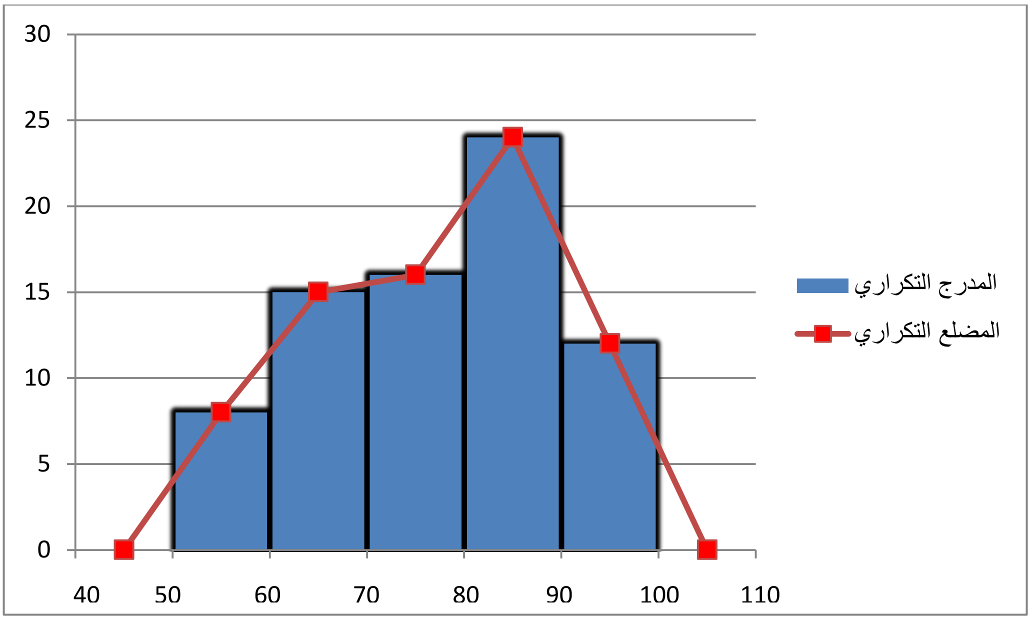
الفئات (الأوزان)	[50-60[	[60-70[	[70-80[	[80-90[	[90-100[
عدد الأشخاص (التكرار) F_i	8	15	16	24	12

– **المضلع والمدرج التكراري**: وذلك لتمثيل مختلف قيم التكرار المطلق (عدد الأشخاص)، ويمكن تمثلين الرسمين البيانيين (المضلع والمدرج التكراري) في منحنى أو في منحنيين منفصلين، ويمكن تمييز بين حالتين:

الحالة الأولى: إذا كانت أطوال الفئات متساوية، حيث نقوم بإضافة فئة قبل الفئة الأولى وطولها مثل باقي الفئات، وتكرارها صفر، وكذلك نضيف فئة بعد الفئة الأخيرة وطولها مثل باقي الفئات، وتكراراها صفر، ثم نقوم برسم المدرج التكراري، أما المضلع التكراري فيتم الحصول عليه برسم خط منكسر يصل بين مختلف

* سيتم استخدام معطيات هذا التمرين باستمرار في الفصول القادمة في حالة المتغير الاحصائي المتصل.

النقاط الممثلة لمنتصف قمم المستطيلات (الممثلة للمدرج التكراري)، حيث نقوم بغلق الخط المنكسر مع محور الفواصل، وذلك من خلال مركز الفئة المضافة قبل الفئة الأولى، ومركز الفئة المضافة بعد الفئة الأخيرة، وتكون المساحة المحصورة بين المدرج التكراري ومحور الفواصل، مساوية للمساحة المحصورة بين المضلع التكراري ومحور الفواصل، ويمكن توضيح ذلك كالآتي:



كما يمكن تمثيل المضلع التكراري دون المدرج التكراري، وذلك من خلال رسم خط منكسر يصل بين النقاط التي فواصلها هي مراكز الفئات (بما فيها الفئتين المضافتين)، وتراتيبها هي قيم التكرار المطلق.

الحالة الثانية: في حالة أطوال الفئات غير متساوية، فإنه يتم رسم المدرج والمضلع التكراري مثل السابق (سواء في نفس المنحنى أو منفصلين)، لكن فقط يتم الإعتماد على التكرار المطلق المصحح، وقد تم توضيح ذلك سابقا في ص 14، 15، وهذا لأن قاعدة المقارنة غير ثابتة؛ أي يتم ايجاد عدد الوحدات الإحصائية الموزعة على وحدة قياس معينة.

ونشير أنه عند رسم المضلع التكراري في حالة الفئات غير متساوية، سواء في منحنى مستقل أو مع المدرج التكراري، فإنه ينبغي إضافة فئة قبل الفئة الأولى **ومساوية** وتكرارها صفر، وكذلك يتم إضافة فئة بعد الفئة الأخيرة **ومساوية لها** وتكرارها صفر، وهذا حتى يتم الحفاظ على أن تكون المساحة المحصورة بين المدرج التكراري ومحور الفواصل، مساوية للمساحة المحصورة بين المضلع التكراري ومحور الفواصل.

مثال (2-11): ليكن لدينا جدول التوزيع التكراري الآتي:

[90-110[	[80-90[	[70-80[	[60-70[	[55-60[	الفئات
12	24	16	15	8	التكرار F_i

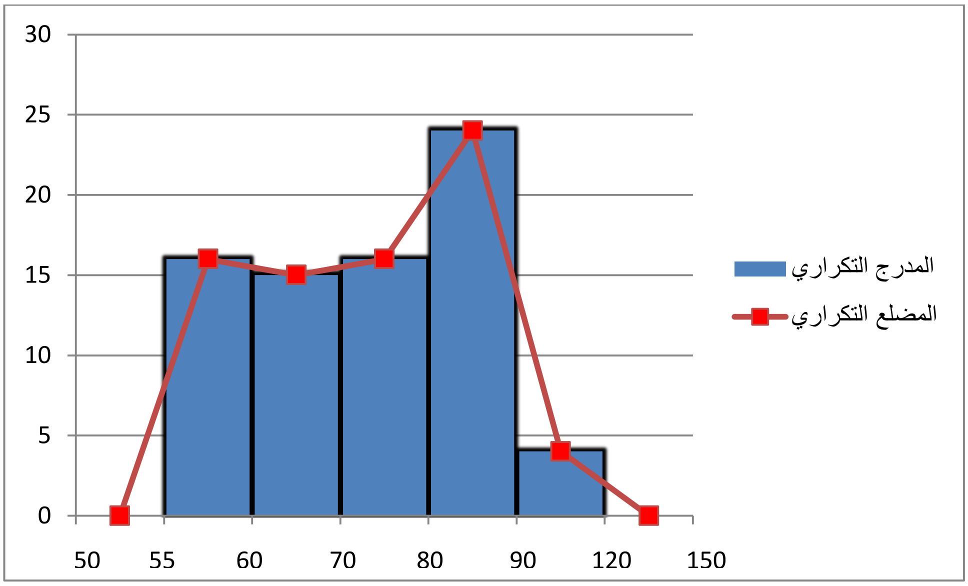
المطلوب: رسم كل من المدرج التكراري والمضلع التكراري؟

الحل:

نقوم أولا بتصحيح التكرارات الأصلية وذلك باستخدام العلاقة الآتية:

$$F_i^* = \frac{F_i}{(\Delta)\ \text{طول الفئة}} \times (\text{طول الفئة الشائعة})\ \text{الثابت}$$

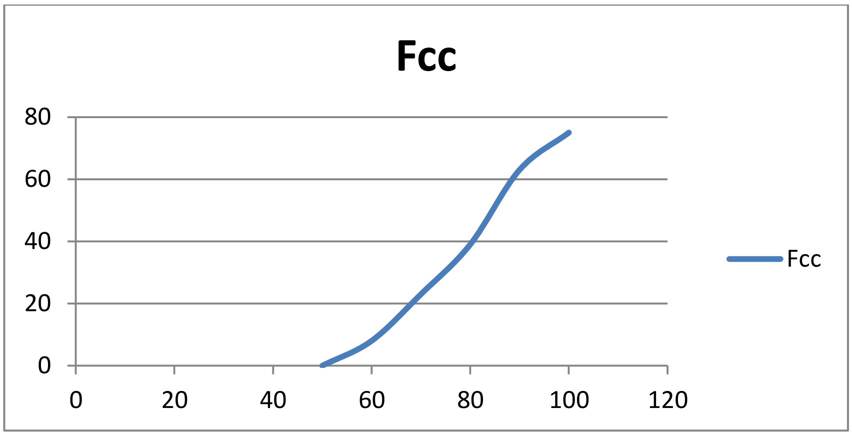
[90-120[	[80-90[	[70-80[	[60-70[	[55-60[	الفئات
30	10	10	10	5	طول الفئة
12	24	16	15	8	F_i
4	24	16	15	16	F_i^* (طول الفئة الشائعة=10)



- **المنحنى التكاملي**: حيث يمثل قيم التكرار المتجمع الصاعد (Fcc)، حيث ينبغي أولا تشكيل جدول التكرار المتجمع الصاعد، وكما تم ذكره سابقا فإن هناك طريقتين لتكوين هذا الجدول، ويمكن تمثيله كالآتي:

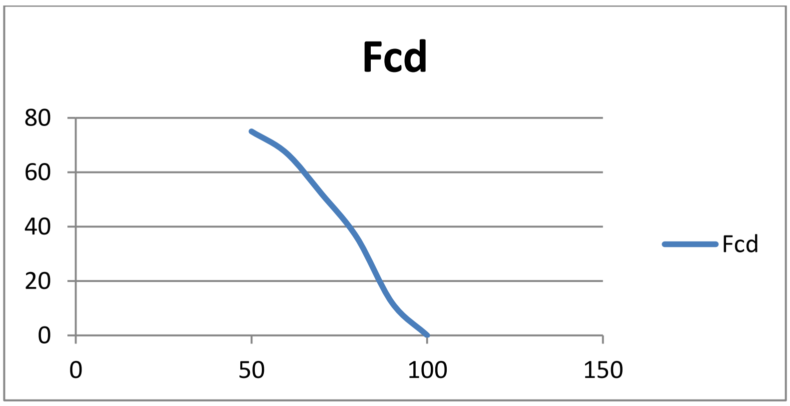
الفئات (الأوزان)		[50-60[		[60-70[		[70-80[		[80-90[		[90-100[		Σ
عدد الأشخاص (التكرار F_i)		8		15		16		24		12		75
Fcc	0		8		23		39		63		75	//

من خلال جدول التكرار المتجمع الصاعد، يمكن رسم المنحنى التكاملي كالآتي:



– **المنحنى التفاضلي**: حيث يمثل قيم التكرار المتجمع النازل (Fcd)، ومن خلال قيم التكرار المتجمع النازل الممثلة في الجدول الآتي، يمكن تمثيل هذا المنحنى.

الفئات (الأوزان)		[50-60[		[60-70[		[70-80[		[80-90[		[90-100[		Σ
عدد الأشخاص (التكرار F_i)		8		15		16		24		12		75
Fcd	75		67		52		36		12		0	//



تمـــارين محلولة

تمرين (2−1):

قمنا بإحصاء 36 عائلة قصد معرفة عدد الأطفال في كل منها، فكانت النتائج ممثلة في كالآتي:

03	05	00	01	01	02	03	00	00
01	03	00	01	02	01	02	03	01
03	03	01	04	04	03	03	04	05
03	03	03	02	03	05	05	03	04

1/ كون جدول التوزيع التكراري مبينا فيه التكرار المطلق، التكرار النسبي والتكرار النسبي المئوي؟

2/ مثل قيم التكرار المطلق بالأعمدة البيانة والمضلع التكراري معا؟

3/ أوجد قيم Fcc، وقيم Fcd، ومثلهما بيانيا؟

الحل:

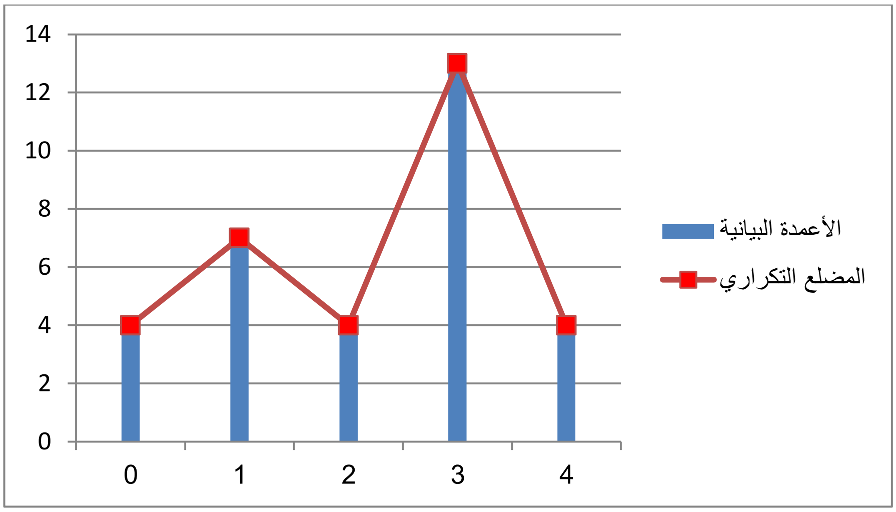
1/ لتسهيل تكوين جدول التوزيع التكراري، نقوم بترتيب قيم الصفة الاحصائية (منفصلة) تصاعديا كالآتي:

00	00	00	00	01	01	01	01	01
01	01	02	02	02	02	03	03	03
03	03	03	03	03	03	03	03	03
03	04	04	04	04	05	05	05	05

ثم نقوم بتكوين جدول التوزيع التكراري كالآتي:

عدد الأطفال (الصفة x_i)	00	01	02	03	04	05	المجموع
F_i(التكرار المطلق)	04	07	04	13	04	04	36
F_r (التكرار النسبي)	0,1111	0,1944	0,1111	0,3611	0,1111	0,1111	1
$F_r\%$ (التكرار النسبي المئوي)	11,11	19,44	11,11	36,11	11,11	11,11	100

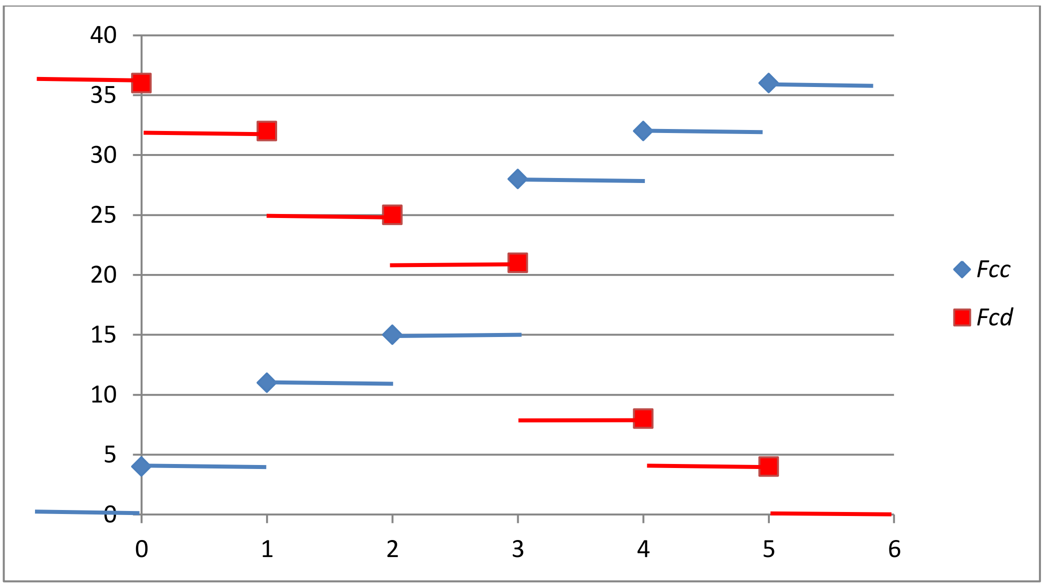
2/ تمثيل قيم التكرار المطلق بالأعمدة البيانة والمضلع التكراري:



3/ ايجاد قيم Fcc، وقيم Fcd:

عدد الأطفال (صفة كمية منفصلة)		00		01		02		03		04		05		Σ
عدد الأسر (F_i)		04		07		04		13		04		04		36
Fcc	00		04		11		15		28		32		36	//
Fcd	36		32		25		21		08		04		00	//

– المنحنى التكاملي والتفاضلي:



تمرين (2-2):

قمنا بقياس أطوال 35 طالب فكانت النتائج كالآتي:

150	162	130	163	137	141	148	152	157
133,5	136,2	140	140	131	135	140	136	137
134	143	149	135	146	137,5	139	138	144
151,8	153	156	157	160	162	164	157	

المطلوب:

1/ كون جدول التوزيع التكراري (حسب قانون H.Sturges) مبينا فيه التكرار المطلق، التكرار النسبي والتكرار النسبي المئوي؟

2/ مثل قيم التكرار المطلق بالأعمدة البيانة والمضلع التكراري معا؟

3/ أوجد قيم Fcc، وقيم Fcd، ومثلهما بيانيا؟

الحل:

1/ تكوين جدول التوزيع التكراري: نقوم أولا بترتيب البيانات تصاعديا، كالآتي:

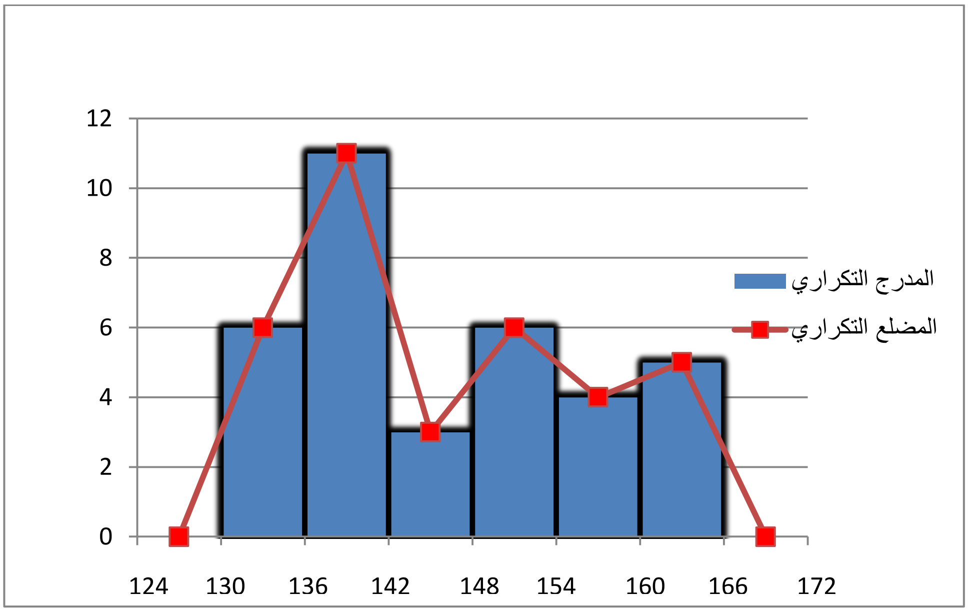
130	131	133,5	134	135	135	136	136,2	137
137	137,5	138	139	140	140	140	141	143
144	146	148	149	150	151,8	152	153	156
157	157	157	160	162	162	163	164	

نقوم بتحديد طول الفئات وعددها وفق قانون (**H.Sturges**)، وذلك الآتي:

- المدى العام للسلسلة هو: $ET = X_{max} - X_{min} = 164 - 130 = 34$
- ثم نقوم بحساب عدد الفئات وفق القانون الآتي: $\text{عدد الفئات} = 1 + 3{,}332(\text{LogN}) = 1 + 3{,}332(Log35) \approx 6{,}14 \approx 06$
- وبالتالي يكون طول الفئة هو: $\Delta = \frac{ET}{\text{عدد الفئات}} = \frac{34}{06} \approx 05{,}67 \approx 06$ / ويكون شكل الجدول التكراري كالآتي:

المجموع	[160–166[	[154–160[	[148–154[	[142–148[	[136–142[	[130–136[	الفئات
35	05	04	06	03	11	06	F_i (التكرار المطلق)
01	0,1428	0,1143	0,1714	0,08571	0,3143	0,1714	F_r (التكرار النسبي)
100	14,28	11,43	17,14	08,57	31,43	17,14	$F_r\%$ (التكرار النسبي المئوي)

2/ تمثيل قيم التكرار المطلق بالأعمدة البيانة والمضلع التكراري:



3/ ايجاد قيم Fcc، Fcd:

المجموع		[160–166[		[154–160[		[148–154[		[142–148[		[136–142[		[130–136[		الفئات
35		05		04		06		03		11		06		F_i(التكرار المطلق)
	35		30		26		20		17		06		00	**Fcc**
	00		05		09		15		18		29		35	**Fcd**

تمرين (2–3):

قمنا بتوزيع 60 شخص حسب أعمارهم، والنتائج مسجلة في جدول التوزيع التكراري الآتي:

المجموع	[53–60[	[46–53[	[39–46[	[32–39[	[25–32[	[18–25[	الفئات
60	07	13	17	10	08	05	F_i (التكرار المطلق)

1/ ما هو عدد ونسبة الأشخاص التي أعمارهم أقل من 32 سنة؟

2/ ما هي نسبة الأشخاص التي أعمارهم 39 سنة فأكبر؟

3/ ما هي نسبة الأشخاص التي أعمارهم أقل من 53 سنة وأكبر أو يساوي 32سنة؟

4/ ما هي نسبة الأشخاص التي أعمارهم أقل من 28 سنة؟

5/ ما هي نسبة الأشخاص التي أعمارهم أكبر من 43 سنة؟

الحل:

1/ من الجدول مباشرة، نلاحظ أن عدد الأشخاص التي أعمارهم أقل من 32 سنة، هو مجموع التكرارات للفئتين الأولى والثانية؛ أي 13 شخص، وبالتالي نسبتهم من اجمالي الأشخاص (60 شخص) هي:

$$\frac{13 \times 100}{60} \approx 21{,}67\%$$

2/ من الجدول مباشرة، نلاحظ أن عدد الأشخاص التي أعمارهم 39 سنة فأكبر، هو مجموع التكرارات للفئات الثلاثة الأخيرة؛ أي 37 شخص، وبالتالي نسبتهم من اجمالي الأشخاص (60 شخص) هي:

$$\frac{37 \times 100}{60} \approx 61{,}67\%$$

3/ من الجدول مباشرة، نلاحظ أن عدد الأشخاص التي أعمارهم أقل من 53 سنة وأكبر أو يساوي 32سنة، هو مجموع التكرارات للفئة الثالثة، الرابعة والخامسة؛ أي 40 شخص، وبالتالي نسبتهم من اجمالي الأشخاص (60 شخص) هي:

$$\frac{40 \times 100}{60} \approx 66{,}67\%$$

4/ نقوم أولا بإيجاد عدد الأشخاص التي أعمارهم أقل من 28 سنة، لكن نلاحظ أن الرقم 28 لا يوجد ضمن حدود الفئات، إذن العدد هو تكرارات الفئة الأولى، ونضيف اليه جزء من تكرارات الفئة الثانية، هذا الجزء مجهول، فنقوم بإيجاده بتطبيق القاعدة الثلاثية على الفئة الثانية كالآتي:

$$\left\{\begin{array}{l} [25-32[\longleftarrow 08 \\ 25-28 \longleftarrow x \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} 07 \longleftarrow 08 \\ 03 \longleftarrow x \end{array}\right.$$

إذن نجد: $x = \frac{03 \times 08}{07} \approx 03{,}43 \approx 03$

وبالتالي عدد الأشخاص هو: 08 = 05 + 03، ونسبتهم هي: $\frac{08\times100}{60}\approx 13{,}33\%$

5/ نقوم أولا بإيجاد عدد الأشخاص التي أعمارهم أكبر من 43 سنة، والعدد هو مجموع تكرارات الفئتين الأخيرتين، ونضيف اليهما جزء من تكرارات الفئة الرابعة، هذا الجزء مجهول، فنقوم بإيجاده بتطبيق القاعدة الثلاثية على الفئة الرابعة كالآتي:

$$\begin{cases} [39\text{-}46[\longrightarrow 17 \\ 43\text{-}46 \longrightarrow x \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} 07 \longrightarrow 17 \\ 03 \longrightarrow x \end{cases}$$

إذن نجد: $x=\frac{03\times17}{07}\approx 07{,}28\approx 07$

وبالتالي عدد الأشخاص هو: 27 = 07 + 13 + 07، ونسبتهم هي: $\frac{27\times100}{60}=45\%$