Abdelhafid Boussouf University Center - Mila — Academic year 2023-2024

Institute of Nature and life Sciences — Department of NLS

Module: Mathematics Statistics — Graduation(year one) NLS, Semester I

Responsible of the module: **Dr. HAFIRASSOU Zineb**

Series of exercises N 2

Exercise 1

Calculate the following primitives

❶ $\int x^2(1-x^3)^4 dx$

❷ $\int \frac{\cos x}{(1+\sin x)^3} dx$

❸ $\int \frac{1}{x \ln x} dx$

❹ $\int x\, e^{-4x^2+9} dx$

❺ $\int 1+\tan^2(x)\, dx$

❻ $\int \frac{x^2}{\sqrt{1+2x^3}} dx.$

Exercise 2

By integration by parts, calculate the following integrals

❶ $\int x^2 \sin x\, dx$

❷ $\int (\ln x)^2 dx$

❸ $\int x\, e^x\, dx$

❹ $\int \arctan x\, dx.$

Exercise 3

Make the change of variable to calculate the following integrals

❶ $\int \cos(\sqrt{x})\, dx$

❷ $\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$

❸ $\int \frac{\tan x}{1+\cos x} dx$

Exercise 4

Calculate the following integrals

❶ $\int_{-3}^{1} |x+1|\, dx$

❷ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos x} dx$

❸ $\int_0^{\pi} \cos^4(x) \sin x\, dx$

❹ $\int_2^3 \frac{3x+2}{x^2+x-2} dx$

❺ $\int_1^2 \frac{x^2+3x-1}{2x-1} dx,$

❻ $\int_1^e \frac{(\ln x)^n}{x} dx.$

Formulaire : Dérivées et primitives usuelles

Dans tout le formulaire, les quantitées situées au dénominateur sont supposées non nulles

Dérivées des fonctions usuelles

Dans chaque ligne, f' est la dérivée de la fonction f sur l'intervalle I.

$f(x)$	I	$f'(x)$
λ (constante)	$\mathbb{R}$	0
x	$\mathbb{R}$	1
$x^n \ (n \in \mathbb{N}^*)$	$\mathbb{R}$	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$	$-\frac{1}{x^2}$
$\frac{1}{x^n}$ où $n \in \mathbb{N}, \quad n \geqslant 2$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$
$\sqrt{x}$	$]0,+\infty[$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$]0,+\infty[$	$\frac{1}{x}$
e^x	$\mathbb{R}$	e^x
$\sin x$	$\mathbb{R}$	$\cos x$
$\cos x$	$\mathbb{R}$	$-\sin x$
$\tan x$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \quad k \in \mathbb{Z}$	$1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

Opérations et dérivées

$(f+g)' = f' + g'$

$(\lambda f)' = \lambda f'$, λ désignant une constante

$(fg)' = f'g + fg'$

$\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$

$\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

$\boxed{(f \circ g)' = g' \times (f' \circ g)}$

$(u^n)' = nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{N}, \ n \geqslant 2)$

$\left(\frac{1}{u^n}\right)' = -\frac{nu'}{u^{n+1}} \quad (n \in N, \ n \geqslant 1)$

$(e^u)' = u'e^u$

$(\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$

En particulier,si $u > 0$: $\forall a \in \mathbb{R}$, $\boxed{(u^a)' = \alpha u' u^{a-1}}$

Primitives des fonctions usuelles

Dans chaque ligne, F est **une** primitive de f sur l'intervalle I. Ces primitives sont **uniques à une constante près** notée C.

$f(x)$	I	$F(x)$
λ (constante)	$\mathbb{R}$	$\lambda x + C$
x	$\mathbb{R}$	$\frac{x^2}{2} + C$
$x^n \ (n \in \mathbb{N}^*)$	$\mathbb{R}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$	$\ln\lvert x\rvert + C$
$\frac{1}{x^n}$ où $n \in \mathbb{N}, \quad n \geqslant 2$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$	$-\frac{1}{(n-1)\,x^{n-1}} + C$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$	$2\sqrt{x} + C$
$\ln x$	$\mathbb{R}_+^*$	$x\ln x - x + C$
e^x	$\mathbb{R}$	$e^x + C$
$\sin x$	$\mathbb{R}$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\mathbb{R}$	$\sin x + C$
$1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[, \quad k \in \mathbb{Z}$	$\tan x + C$

Opérations et primitives

On suppose que u est une fonction dérivable sur un intervalle I

- Une primitive de $u'u^n$ sur I est $\frac{u^{n+1}}{n+1}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$
- Une primitive de $\frac{u'}{u^2}$ sur I est $-\frac{1}{u}$.
- Une primitive de $\frac{u'}{u^n}$ sur I est $-\frac{1}{(n-1)\,u^{n-1}}.(n \in \mathbb{N}, n \geqslant 2.$
- Une primitive de $\frac{u'}{\sqrt{u}}$ sur I est $2\sqrt{u}$ (En supposant $u > 0$ sur I.)
- Une primitive de $\frac{u'}{u}$ sur I est $\ln|u|$.
- Une primitive de $u'e^u$ sur I est e^u.

En particulier, si $u > 0$ sur I et si $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, une primitive de $u'u^a$ sur I est :

$$\boxed{\int u'u^a = \begin{cases} \frac{1}{a+1}u^{a+1} + C & \text{si } a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \\ \ln u \ + C & \text{si } a = -1 \end{cases}}$$