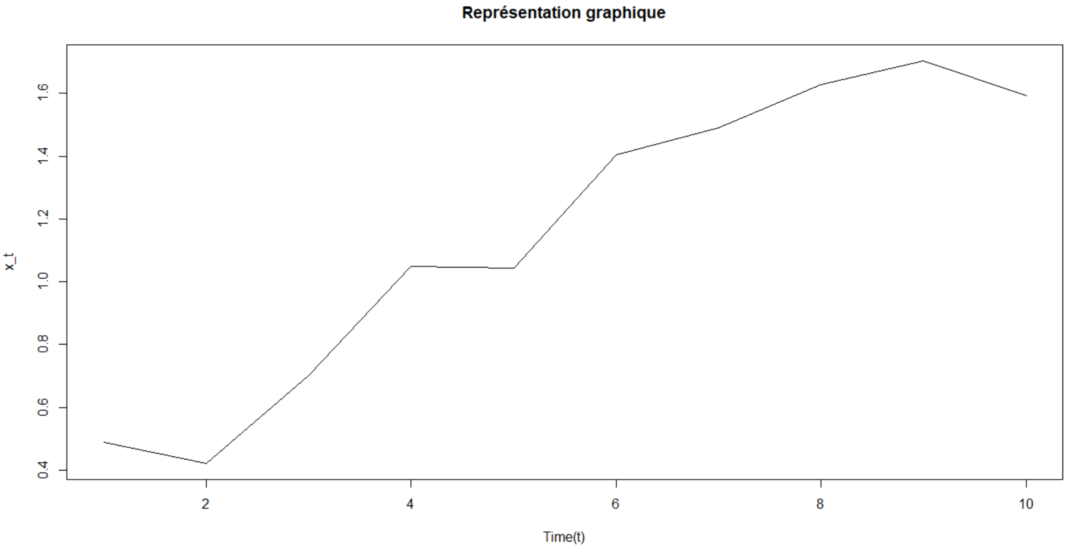
Correction d'exercices

Corrextion exercice 1. .

1. La représentation graphique



Le model proposé est $X_t = at + b + S(t) + \varepsilon_t$ car la série contient une tendace et une composante saisonnière.

2. Tant que la série estsupposé sans compsante saisonnière et de tendance fixe on a $x_t = \overline{X} = 1.15$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varepsilon_t^{(1)} = x_t - \overline{X}$	-0.66	-0.73	-0.45	-0.10	-0.11	0.25	0.34	0.47	0.55	0.44

3. Tant que la série est supposé sans compsante saisonnière et de tendance linéaire, alors on a

$x_t = at + b$ où

* $a = \frac{cov(X,T)}{var(T)} = \frac{1.40}{9.17} = 0.15$

* $b = \overline{X} - a * \overline{T} = 0.31$.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varepsilon_t^{(2)} = x_t - \overline{X}$	0.02	-0.20	-0.07	0.13	-0.03	0.18	0.11	0.09	0.02	-0.25

4. Dans ce cas où la série est supposé sans compsante saisonnière et de tendance $x_t = log(at + b)$, nous éffectuons un changement de variable $y_t = e^{x_t} = e^{log(at+b)} = at + b$. Il

est claire que la nouvelle variable y_t est linéaire en fonction du temps, donc

* $a = cov(Y,T)/var(T) = cov(exp(X),T)/var(T) = 0.48$
* $b = \overline{X} - a * \overline{T} = 0.86.$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varepsilon_t^{(3)} = x_t - \overline{X}$	0.19	-0.18	-0.13	0.03	-0.13	0.09	0.05	0.08	0.06	-0.14

5. Le meilleur model est celui qui donne la plus petite valeur de somme d'erreurs $\sum_{t=1}^{10} \varepsilon_t$, on a

   * $\sum_{t=1}^{10} \varepsilon_t^{(1)} = 2.09$
   * $\sum_{t=1}^{10} \varepsilon_t^{(2)} = 0.18$
   * $\sum_{t=1}^{10} \varepsilon_t^{(3)} = 0.14$

   Donc le meilleur model pour cette série est le troisième model $x_t = log(at + b)$

Corrextion exercice 2. .

1. Pour montrer que le processus X_t est linéaire il suffit de déveloper sa formule,

$$\begin{aligned}
(1-B)(1-B^{12})Y_t &= (1-B)(1-B^{12})(a+bt+S_t+X_t) \\
&= (1-B)\big((a+bt+S_t+X_t)-(a+bt+S_{t-12}+X_{t-12})\big) \\
&= (1-B)(S_t-S_{t-12}+X_t-X_{t-12}) \\
&= (1-B)(X_t-X_{t-12}) \\
&= X_t-X_{t-1}-X_{t-12}+X_{t-13}
\end{aligned}$$

   $X_t - X_{t-1} - X_{t-12} + X_{t-13}$ est une somme de processus stationnaire et comme la somme de processus stationnaire est stationnaire nous concluons que Y_t est stationnaire.

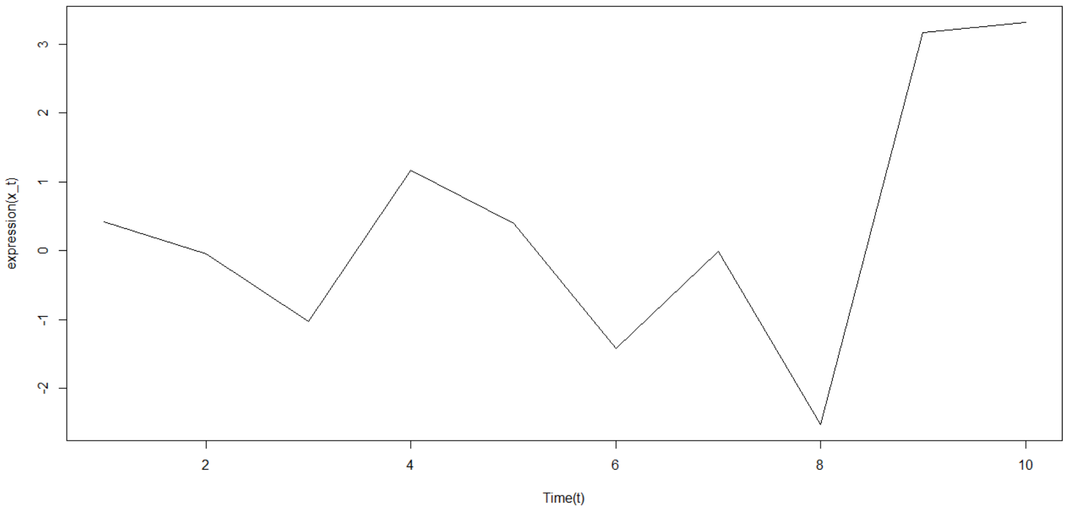
2. Nous montrons dela même manière que la première question

$$\begin{aligned}
(1-B^{12})^2Y_t &= (1-B^{12})\big((a+bt+S_t+X_t)-(a+bt+S_{t-12}+X_{t-12})\big) \\
&= (1-B^{12})(S_t-S_{t-12}+X_t-X_{t-12}) \\
&= (1-B^{12})(X_t-X_{t-12}) \\
&= X_t-X_{t-12}-X_{t-12}+X_{t-24}
\end{aligned}$$

   $X_t - X_{t-12} - X_{t-12} + X_{t-24}$ est stationnaire donc $(1-B^{12})^2Y_t$ l'est.

Corrextion exercice 3. .

1. Pour décider quelle model est le meilleur pour notre série, on doit d'abord la représenter graphiquement est observer son dévellopment



D'une part, nous observons que la série varie de façon presque parallelle à l'axe des abscisses d'autre part nous voyons qu'il y'a une partie de la série qi serépete periodéquement, donc nous proposons le model $x_t = b + S_t + \varepsilon_t$ où b est un réel fixe, S_t la composante saisainière et ε représente l'erreur du model.

2. Tant que la série est supposée sans compsante saisonnière et de tendance fixe on a $x_t = \overline{X} + \varepsilon_t \simeq 0.34$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varepsilon_t^{(1)} = x_t - \overline{X}$	0.08	-0.39	-1.37	0.83	0.05	-1.76	-0.35	-2.86	2.82	2.97

3. Dans ce cas où la série est supposé sans compsante saisonnière et de tendance $x_t = e^{at+b} + min(x_t) - 0.1 \Leftrightarrow x_t - min(x_t) + 0.1 = e^{at+b}$, nous éffectuons un changement de variable $y_t = log(x_t - min(x_t) + 0.1)$. Il est claire que la nouvelle variable y_t est linéaire en fonction du temps, donc

* $a = cov(Y,T)/var(T) = cov(exp(X),T)/var(T) = -0.03$
* $b = \overline{Y} - a * \overline{T} = 0.9.$

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\varepsilon_t^{(2)} = x_t - (e^{at+b} - min(x_t) + 0.1)$	-4.59	-4.99	-5.90	-3.63	-4.35	-6.09	-4.62	-7.07	-1.34	-1.13

4. Le meilleur model est celui qui donne la plus petite valeur de somme d'erreurs $\sum_{t=1}^{10} \varepsilon_t$, on a

   * $\sum_{t=1}^{10} \varepsilon_t^{(1)} = 30.90$
   * $\sum_{t=1}^{10} \varepsilon_t^{(2)} = 224.37$

   Donc le meilleur model pour cette série est le deuxsième model $x_t = \overline{x_t}$