CHAPITRE 6

LA TRANSMISSION DU SAVOIR MATHÉMATIQUE VERS L'EUROPE ET RENAISSANCE

Au XIe siècle, une nouvelle phase des mathématiques a commencé avec les traductions de l'arabe. Des érudits de toute l'Europe se sont rendus à Tolède, à Cordoue et ailleurs en Espagne pour traduire en latin le savoir accumulé par les musulmans. Outre la philosophie, l'astronomie, l'astrologie et la médecine, d'importantes réalisations mathématiques des civilisations grecque, indienne et islamique ont été mises à la disposition de l'Occident. Les éléments d'Euclide, les travaux d'Archimède et les traités d'arithmétique et d'algèbre d'al-Khwārizmī sont particulièrement importants. Les textes occidentaux appelés algorismus (forme latine du nom al-Khwārizmī) ont introduit les chiffres hindous-arabes et les ont appliqués aux calculs. Ainsi, les chiffres modernes ont d'abord été utilisés dans les universités, puis sont devenus courants chez les marchands et autres profanes. Il convient de noter que, jusqu'au XVe siècle, les calculs étaient souvent effectués à l'aide d'un tableau et de compteurs. Le calcul en chiffres hindous-arabes est utilisé par les marchands au moins depuis Léonard de Pise (début du XIIIe siècle), d'abord en Italie, puis dans les villes marchandes du sud de l'Allemagne et de la France, où des maestri d'abbaco ou des Rechenmeister enseignent l'arithmétique commerciale dans les différentes langues vernaculaires. Certaines écoles étaient privées, d'autres gérées par la communauté.

Les universités

Les mathématiques ont été étudiées d'un point de vue théorique dans les universités. Les universités de Paris et d'Oxford, fondées relativement tôt (vers 1200), étaient des centres de mathématiques et de philosophie. Les versions arabes d'Euclide, au nombre d'au moins quatre au 12e siècle, revêtaient une importance particulière dans ces universités. Parmi les nombreuses rédactions et compendiums réalisés, celui de Johannes Campanus (vers 1250 ; imprimé pour la première fois en 1482) était de loin le plus populaire, servant de manuel à de nombreuses générations. Ces rédactions des Éléments avaient pour but d'aider les étudiants non seulement à comprendre le manuel d'Euclide, mais aussi à traiter d'autres questions, particulièrement philosophiques, suggérées par des passages d'Aristote. La théorie des rapports des Éléments permettait d'exprimer les diverses relations

entre les quantités associées aux corps en mouvement, relations qui seraient désormais exprimées par des formules. On trouve également chez Euclide des méthodes d'analyse de l'infini et de la continuité (paradoxalement, car Euclide a toujours évité l'infini).
L'étude de ces questions a conduit non seulement à de nouveaux résultats, mais aussi à une nouvelle approche de ce que l'on appelle aujourd'hui la physique. Thomas Bradwardine, qui travaillait au Merton College d'Oxford dans la première moitié du XIVe siècle, a été l'un des premiers érudits médiévaux à se demander si le continuum pouvait être divisé à l'infini ou s'il existait des parties plus petites (indivisibles). Il a notamment comparé différentes formes géométriques en fonction de la multitude de points supposés les composer, ce qui a donné lieu à des paradoxes qui n'ont pas été résolus pendant des siècles. Une autre question féconde issue d'Euclide concerne l'angle entre un cercle et une droite tangente à celui-ci (appelé angle de corne) : si cet angle n'est pas nul, une contradiction s'ensuit rapidement, mais s'il est nul, alors, par définition, il ne peut y avoir d'angle. Pour la relation entre la force, la résistance et la vitesse du corps mû par cette force, Bradwardine a proposé une loi exponentielle. Nicholas Oresme (mort en 1382) a étendu les idées de Bradwardine aux exposants fractionnaires.
Une autre question liée à la quantification des qualités, la soi-disant latitude des formes, a commencé à être discutée à peu près à la même époque à Paris et au Merton College. Diverses qualités aristotéliciennes (par exemple, la chaleur, la densité et la vitesse) se voyaient attribuer une intensité et une extension, parfois représentées par la hauteur et la base (respectivement) d'une figure géométrique. La surface de la figure était alors considérée comme représentant la quantité de la qualité. Dans le cas important où la qualité est le mouvement d'un corps, l'intensité sa vitesse et l'extension son temps, l'aire de la figure est considérée comme représentant la distance parcourue par le corps. Un mouvement uniformément accéléré partant d'une vitesse nulle donne lieu à une figure triangulaire (voir la figure). L'école de Merton a prouvé que la quantité de mouvement dans ce cas est égale à la quantité d'un mouvement uniforme à la vitesse atteinte à mi-chemin du mouvement accéléré ; dans la formulation moderne, s = 1/2at2 (règle de Merton). Des discussions de ce type ont certainement influencé Galilée de manière indirecte et pourraient avoir influencé la fondation de la géométrie des coordonnées au 17e siècle. Un autre développement important des « calculs » scolastiques a été la sommation des séries infinies.
S'appuyant sur des traductions de sources grecques, le mathématicien et astronome allemand Regiomontanus écrivit vers 1464 le premier livre (imprimé en 1533) en Occident sur la trigonométrie plane et sphérique indépendante de l'astronomie. Il a également publié des tables de sinus et de tangentes qui ont été constamment utilisées pendant plus de deux siècles.

La renaissance

Les artistes et marchands italiens ont influencé les mathématiques de la fin du Moyen Âge et de la Renaissance de plusieurs manières. Au XVe siècle, un groupe d'artistes toscans, dont Filippo Brunelleschi, Leon Battista Alberti et Leonardo da Vinci, ont intégré la perspective linéaire dans leur pratique et leur enseignement, environ un siècle avant que le sujet ne soit formellement traité par les mathématiciens. Les maestri d'abbaco italiens ont tenté, en vain, de résoudre des équations cubiques non triviales. En fait, la première solution générale a été trouvée par Scipione del Ferro au début du XVIe siècle et redécouverte par Niccolò Tartaglia quelques années plus tard. La solution a été publiée par Gerolamo Cardano dans son Ars magna (Ars Magna ou Règles d'algèbre) en 1545, en

même temps que la solution de l'équation quartique de Lodovico Ferrari.
En 1380, un symbolisme algébrique avait été développé en Italie, dans lequel des lettres étaient utilisées pour l'inconnue, pour son carré et pour les constantes. Les symboles utilisés aujourd'hui pour l'inconnue (par exemple, x), le signe de la racine carrée et les signes + et - se sont généralisés dans le sud de l'Allemagne à partir de 1450 environ. Ils ont été utilisés par Regiomontanus et Fridericus Gerhart et ont reçu une impulsion vers 1486 à l'université de Leipzig par Johann Widman. L'idée de distinguer les quantités connues et inconnues en algèbre a été appliquée pour la première fois de manière cohérente par François Viète, avec des voyelles pour les quantités inconnues et des consonnes pour les quantités connues. Viète a trouvé des relations entre les coefficients d'une équation et ses racines. Cela suggère l'idée, explicitement énoncée par Albert Girard en 1629 et prouvée par Carl Friedrich Gauss en 1799, qu'une équation de degré n a n racines. Les nombres complexes, qui sont implicites dans de telles idées, ont été progressivement acceptés à l'époque de Rafael Bombelli (mort en 1572), qui les a utilisés en relation avec la cubique. Les Coniques d'Apollonius et les recherches sur les aires (quadratures) et les volumes (cubatures) d'Archimède faisaient partie de l'enseignement humaniste du 16e siècle. Ces études ont fortement influencé les développements ultérieurs de la géométrie analytique, du calcul infinitésimal et de la théorie des fonctions, sujets qui ont été développés au 17e siècle.