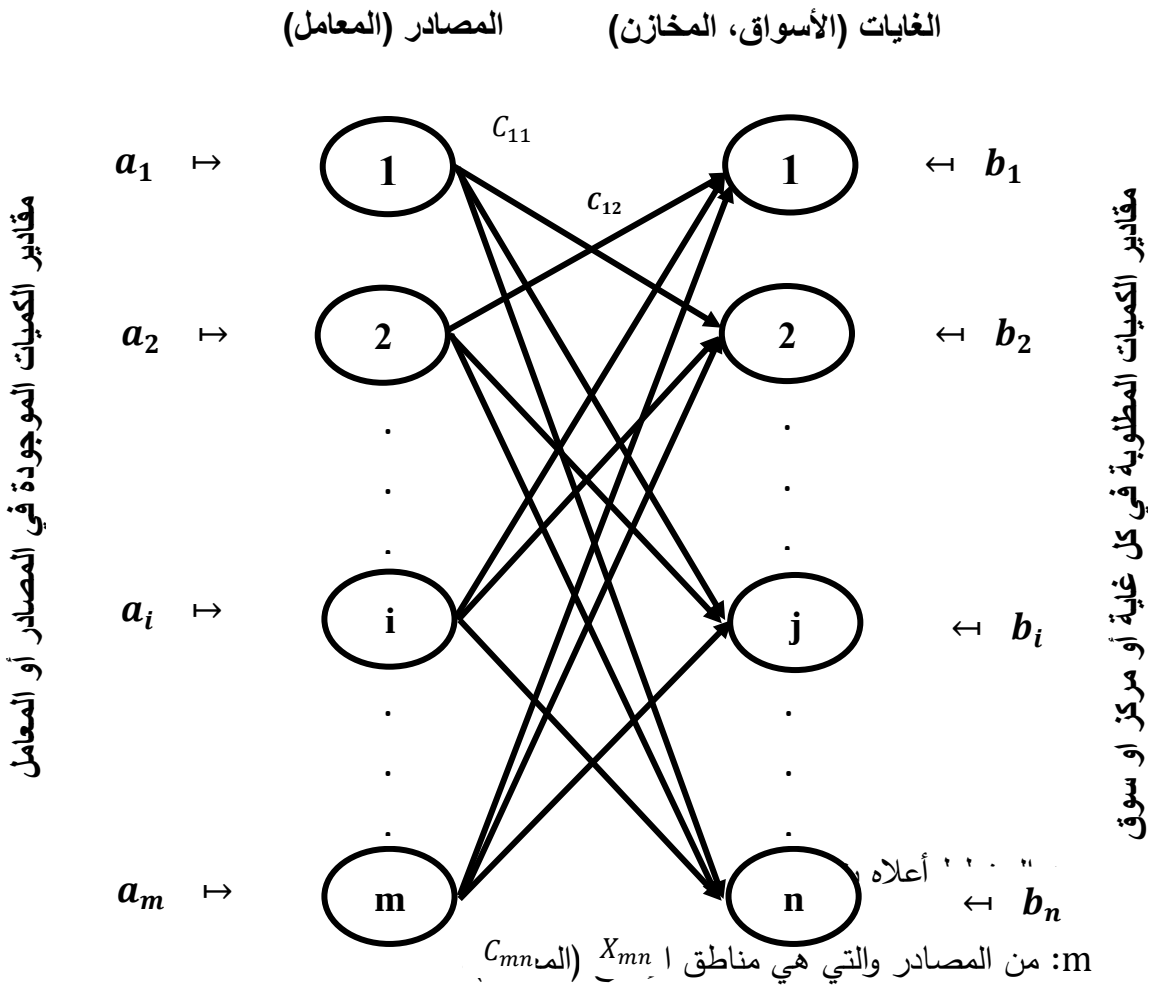
المحور السابع: نماذج النقل Transportation Models

مقدمة:

تعود **البدايات العلمية لدراسة نماذج النقل** إلى فترة مبكرة نسبيًا، نظرًا لما تتمتع به من **خصوصية ضمن إطار مسائل البرمجة الخطية** .وقد كانت أولى الدراسات المعروفة في هذا المجال من قِبل **ف. هيتشكوك** سنة 1941، ثم تلتها دراسة مهمة أخرى أجراها **ت. كووبمانز** عام 1947، وتُعد هاتان الدراستان من الأسس الهامة التي قامت عليها بحوث النقل لاحقًا.

وتوجد اليوم **عدة طرق تحليلية وتقنية** لحل مسائل النقل، كما أن هذه المسائل تخضع لنفس الفرضيات الأساسية في البرمجة الخطية، لاسيما **الخطية في دالة الهدف والقيود.**
ويمكن تقديم **الصياغة التقليدية (الكلاسيكية)** لمسألة النقل على النحو الآتي: (نور الشمرتي، 2010، صفحة 151):

لنفرض أن لدينا (m) من المصادر (المعامل) و (n) من الغايات (الأسواق) وكما في المخطط الآتي:



m: من المصادر والتي هي مناطق ا ِ X_{mn} (الم C_{mn}

n: من الغايات والتي هي مناطق التوزيع (الأسواق).

وفي كل مصـــدر أو معمل موجود $a_m, \ldots.., a_3, a_2, a_1$ من الكميات المعروضـــة في مناطق الإنتاج وفي كل من الغايات يوجد $b_n, \ldots.., b_3, b_2, b_1$ ، كميات مطلوبة في الأسواق.

C_{ij}: كلفة نقل الوحدة الواحدة من المنتج من منطقة الإنتاج (i) إلى السوق (j)، ونهدف إلى إيجاد جدول النقل الأمثل لنقل المنتج من مناطق الإنتاج إلى كل الأسواق مع تحقيق أقل كلفة ممكنة.

X_{ij}: الكمية التي ســـتنقل من منطقة الإنتاج المصـــادر (Sources).(i) إلى الأســـواق (j) (الغايات Destination) ويكون $j = 1,2,..,n، i = 1,2,\ldots,m.$ كما أن الذي يجب ملاحظته هو أن عدد متغيرات مشكلة النقل هو (nm) من المتغيرات.

ويمكن تمثيل أي مشكلة نقل كما في الجدول الآتي:

جدول رقم (2): الغايات (المراكز) الأسواق

	D_1	D_2	…	D_j	…	D_n	الكميات المعروضة Supply
S_1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	….	C_{1j} X_{1j}	…..	C_{1n} X_{1n}	a_1
S_2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	….	C_{2j} X_{2j}	…..	C_{2n} X_{2n}	a_2
. .	. .	. .	. .	. .	. . . . . .	. .	. .
S_i	C_{i1} X_{i1}	C_{i2} X_{i2}	. .	C_{ij} X_{ij}		C_{in} X_{in}	a_i
. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .
S_m	C_{m1} X_{m1}	C_{m2} X_{m2}	. . .	C_{mj} X_{mj}	. . .	C_{nm} X_{mn}	a_m

الكميات المطلوبة Demand	b_1	b_2	. . .	b_j	. . .	b_n	Q Q

ويمكن صياغة مشكلة النقل باستخدام صيغة البرمجة الخطية.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij}$$

$$S.T.$$

1. قيد لضمان أن الكمية المطلوبة لن تزيد عن الكمية المعروضة في المصدر i: $\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \leq a_i$

2.قيد لضمان أن الكمية المنقولة تحقق أقل طلب ممكن من المورد j: $\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \geq b_j$

$$X_{ij} \geq 0\ \ for\ all\ i,j \ldots\ldots..(13)$$

وإذا كانت الكمية المعروضة تفي بأقل احتياجات ممكنة للأسواق فمعنى ذلك أن:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_i \ \ldots\ldots\ldots.(14)$$

ووفقا لهذه الفرضـــية يصـــبح النموذج في هذه الحالة على الشـــكل القياســـي standard form ويدعى هذا النموذج بمشكلة النقل المتوازنة (balanced transportation) وهي أن كل القيود تصبح معادلات.

$$Min\ \ Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij}$$

$$S.T.$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ij} = a_i \ldots\ldots\ldots.(15)$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j$$

$$X_{ij} \geq 0$$

ولابد من حل مشكلة النقل باستخدام البرمجة الخطية أن تكون القيود الهيكلية على شكل متساويات.

25 حل مشاكل النقل Solution of Transportation problem:

لا تُعد **طريقة السمبلكس (Simplex Method)** مناسبة لحل **مشكلات النقل**، ويرجع ذلك إلى **التركيب الخاص لمصفوفة النموذج**، حيث تكون معاملات المتغيرات في الغالب عبارة عن **أصفار أو آحاد** .وهذا التكوين يُصعّب عملية تحديد المتغيرات التي يجب إدخالها أو استبعادها من القاعدة الأساسية أثناء الحل.

لذلك، تُفضل في حالات النقل استخدام **أساليب بديلة أكثر ملاءمة**، تُراعي طبيعة هذه المسائل. ومن أجل تبسيط الحل وتحقيق الدقة، يجب أولاً **تحويل جميع القيود إلى معادلات مساواة**، كما هو الحال في النموذج العام للبرمجة الخطية.

وبناءً عليه، يتم حل مشكلة النقل عادةً من خلال **مرحلتين رئيسيتين**، على النحو التالي:

(نور الشمرتي، 2010، صفحة 160):

5-2-1. أولاً: إيجاد حل أساسي مبدئي ممكن

تحتوي مشكلة النقل على (n + m) من القيود الهيكلية و (nm) من المتغيرات، وفي طريقة السمبلكس كان عدد المتغيرات الأساسية مساويا لعدد القيود الهيكلية. أما في مشكلة النقل فإن عدد المتغيرات الأساسية يكون $((n + m - 1)$ حيث أن المشكلة تحتوي على هذا العدد من المعادلات وبالإمكان إيجاد الحل الأساسي الأولي الممكن بالاستعانة بإحدى الطرق الآتية:

أ. طريقة الركن الشمالي الغربي North − west corner

ب. طريقة الأقل كلفة Least cost .

ج. طريقة الجزاء (فوجل) (Penality method) Vogl's method

(Vogl's Approximation method) (VAM)

وفيما يلي توضيح لكل طريقة من هذه الطرق ومميزاتها:

أ. طريقة الركن الشمالي الغربي North - west corner method:

تُعد هذه الطريقة واحدة من **أبسط الأساليب** المستخدمة في إيجاد **الحل الأساسي الابتدائي** لمشكلة النقل، حيث لا تعتمد على **تحليل علمي أو اعتبارات كمية دقيقة** في توزيع الكميات المتاحة في المصادر (Sources) لتلبية الطلب في الوجهات.(Destinations)

ويبدأ تطبيق هذه الطريقة من **الركن الشمالي الغربي** لجدول النقل، ولهذا تُعرف باسم "**طريقة الركن الشمالي الغربي.(North-West Corner Method)** "

وتقوم فكرة هذه الطريقة على الخطوات التالية:

في البداية، تتم **مقارنة الكمية المطلوبة** في الوجهة (الغايات أو الأسواق) مع **الكمية المتاحة** في المصدر (مراكز الإنتاج)، وذلك في **الخانة الأولى الواقعة في الركن الشـــمالي الغربي** من جدول النقل (الجدول رقم 2). بمعنى آخر، تتم مقارنة **الطلب في أول وجهة** مع **العرض في أول مصدر** ضمن هذا الجدول، تمهيدًا لتخصيص الكمية المناســبة بينهما.د D_1 – بالكمية المتاحة عند S_1 – ونضـــع في هذه الحالة أقل الكميتين، ثم ننتقل إلى الخلية الثانية على نفس الصف وهي الخلية S_1D_2 – والكمية المتاحة لدينا هي الكمية المتبقية بعد وضع الكمية في الخلية الأولى – S_1D_1 – وأيضـــا نقارن هذه الكمية المتبقية بالكمية المطلوبة عند – D_2 – ونختار أقل كمية، وبذلك نكون قد استهلكنا أو نقلنا كل الكميات المتاحة عند المصدر – S_1– لذلك ننتقل إلى الصف الثاني على نفس العمود – D_2 – أي عند الخلية S_2D_2 ونقارن أيضـا الكمية المتبقية لاسـتيفاء متطلبات D_2 بالكمية المتـاحـة عنـد S_2 ونختـار أقـل كميـة ونكرر هـذا العمـل حتى نفي بكـل الاحتيـاجـات عنـد الغـايـات D_j $(j = 1,2, \dots n)$ وبذلك ننقل كل الكميات المتاحة عند المصـادر S_i $(i = 1,2, \dots m)$. هذا الحل يسمى الحل الأساسي الابتدائي ويكون حلاً أساسيًا يمكن تحسينه مباشرة إذا توفر الشرط الآتي:

$$\text{مجموع الخلايا المشغولة بالكميات} = m + n - 1$$

m: عدد المصادر

n: عدد الغايات

مثال (52):

	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	10 X_{11}	0 X_{12}	20 X_{13}	11 X_{14}	15
S_2	12 X_{21}	7 X_{22}	9 X_{23}	20 X_{24}	25
S_3	0 X_{31}	14 X_{32}	16 X_{33}	18 X_{34}	5
	5	15	15	10	45 / 45

قبل البدء بحل المثال أعلاه يجب التأكد من أن مشكلة النقل متوازنة، أي أن:

مجموع ما تحتوية المصادر = مجموع احتياجات الغايات = 45

10 $X_{11} = 5$	0 $X_{12} = 10$	20 $X_{13} = 0$	11 $X_{14} = 0$	15
12 $X_{21} = 0$	7 $X_{22} = 5$	9 $X_{23} = 15$	20 $X_{24} = 5$	25
0 $X_{31} = 0$	14 $X_{32} = 0$	16 $X_{33} = 0$	18 $X_{34} = 5$	5
5	15	15	10	45 / 45

المتغيرات الأساسية: $X_{11} = 5,\ X_{12} = 10,\ X_{22} = 5,\ X_{23} = 15,\ X_{24} = 5,\ X_{34} = 5$

المتغيرات غير الأساسية: $X_{13} = X_{14} = X_{21} = X_{31} = X_{32} = X_{33} = 0$

وتكون الكلفة الكلية للنقل كما يلي:

$$Min \quad Z = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} C_{ij} X_{ij}$$

$$Z = 5 * 10 + 10 * 0 + 5 * 7 + 15 * 9 + 5 * 20 + 5 * 18 = 410$$

وتكون عدد الخلايا المشغولة $m + n - 1 = 6$