المحور الثاني: مسائل البرمجة الخطية – الصيغة القياسية

متطلبات البرمجة الخطية:

لكي يتمكن متخذ القرار في المؤسَّسة من استخدام هذا الأسلوب الرياضي لابد من توفر جملة من الشروط أو المتطلبات وهي:

1. وجود هدف تسعى المؤسَّسة لتحقيقه يمكن التعبير عنه في شكل دالة، كتخفيض التكاليف تعظيم الأرباح، تقليص استهلاك المواد... الخ.
2. وجود مجموعة من القيود والشروط التي في ظلها يتم تحقيق الهدف.
3. يجب أن تكون هناك استخدامات متعددة للموارد المتاحة.
4. إمكانية صياغة المسألة في شكل نموذج رياضي.

تطبيقات البرمجة الخطية:

في الحقيقة فإن للبرمجة الخطية استخدامات متعددة وكثيرة جدا، حيث يمكن استعمالها في العديد من ميادين الحياة ولحل الكثير من المسائل التي تواجهنا على أن تستوفي الشروط المذكورة سابقا، غير أننا سوف نذكر فقط بعضًا من المجالات التي يمكن أن استعمالها في المؤسسات من بينها ما يلي:

1. المشاكل المتعلقة بالإنتاج، كتحديد التشكيلة الممكنة من مختلف المنتجات وكمياتها مما يسمح بتحقيق هدف معين، وفي ظل كميات متاحة من عوامل الإنتاج تدخل جميعها في تشكيلة الإنتاج.
2. تحديد المزيج الإنتاجي المتمثل في العناصر التي تُمزج مع بعضها بكيفية معينة وبنسب مختلفة للحصول على منتج جديد، كصناعة الأدوية الأغذية، الدهن...الخ.
3. تستعمل في اختيار وتعيين الأفراد في المؤسسة بغرض القيام بعمليات ومهام مختلفة (مسائل التعيين والتخصيص).
4. توزيع المواد والمنتجات المتجانسة من مصادر تواجدها نحو أماكن استخدامها (مسائل النقل).
5. بالإضافة إلى ذلك يمكن استخدام البرمجة الخطية في: تخطيط الإشهار، تخطيط المخزون، تحديد أماكن إقامة الوحدات... الخ.

عرض مسألة البرمجة الخطية:

نموذج البرمجة الخطية قد يكون في شكل قانوني، أو في شكل معياري وتأخذ المسألة الشكل المعياري (Standard) إذا كانت القيود عبارة عن معادلات على النحو التالي:

$$\begin{bmatrix} [Min]Z = C_iX_i \\ A_iX_i = b_i \\ X_i \geq 0 \end{bmatrix} \quad \text{أو} \quad \begin{bmatrix} [Max]Z = C_iX_i \\ A_iX_i = b_i \\ X_i \geq 0 \end{bmatrix}$$

أما إذا كانت قيود المسألة عبارة عن متراجحات أو متباينات فنقول أن المسألة على شكل قانوني (Canonique) وتأخذ إحدى الصيغتين التاليتين:

$$\begin{bmatrix} [Min]Z = C_iX_i \\ A_iX_i \leq b_i \\ or\ A_iX_i \geq b_i \\ X_i \geq 0 \end{bmatrix} \quad \text{أو} \quad \begin{bmatrix} [Max]Z = C_iX_i \\ A_iX_i \geq b_i \\ or\ A_iX_i \leq b_i \\ X_i \geq 0 \end{bmatrix}$$

طرق حل مسألة البرمجة الخطية:

نستطيع النظر لمسألة البرمجة الخطية من زاويتين، الأولى تسمى المسألة المطروحة (Problème Primal) أو المسألة الأولية، أما الزاوية الثانية تسمى بالمسألة المعكوسة (Problème Dual) أو المسالة الثنائية.

تكون المسألة المطروحة بشكل عام على النحو التالي:

$$[Max/Min]Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \cdots + C_nX_n$$

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \cdots + a_{1n}X_n \leq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \cdots a_{2n}X_n \leq b_2$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$a_{m1}X_1 + am_2X_2 + \cdots + a_{mn}X_n \leq b_m$$

أما المسألة المعكوسة فتكون بصفة عامة على الشكل التالي:

$$[Max]G = b_1u_1 + b_2u_2 + \cdots b_mu_m$$

$$a_{11}u_1 + a_{21}u_2 + \cdots + a_{m1}u_n \geq C_1$$

$$a_{12}u_1 + a_{22}u_2 + \cdots + a_{m2}u_n \geq C_2$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$a_{1n}u_1 + a_{2n}u_2 + \cdots + a_{mn}u_n \geq C_n$$

ولحل أي من المسألتين لدينا الطرق التالية:

1. الطريقة الجبرية.
2. طريقة الرسم البياني
3. الطريقة المبسطة (السمبلاكس Simplexe)