قسم العلوم التجارية، سنة ثانية علوم تجارية – 2024/2023

مقياس أساسيات بحوث العمليات

السلسلة رقم 04 (الحالات الخاصة في طريقة Simplex)

التمرين 01: إذا علمت أن الذي أمامك هو البرنامج الخطي الذي **حله النهائي** ملخص في الجدول أدناه:

$$Max\ Z = 4x_1 + 6x_2$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 120 \\ 4x_1 + 2x_2 \leq 100 \\ x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

C	معاملات دالة الهدف		4	6	0	0
	X	K	x_1	x_2	S_1	S_2
6	X_2	40	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{1}{3}$	0
0	S_2	20	$\frac{8}{3}$	0	$\frac{-2}{3}$	1
	Z	240	4	6	2	0
	Z-c		4 – 4 = 0	6 – 6 = 0	2 – 0 = 2	0 – 0 = 0

المطلوب: في هذا الجدول، يوجد نوع من أنواع الحالات الخاصة، أوجده، ثم أوجد **الحل الأمثل البديل له؟**.

جواب التمرين 01: نلاحظ أن جميع القيم في الصف الأخير موجبة أو معدومة و بالتالي توصلنا إلى الحل الأمثل المتكون مما يلي

$$X_1 = 0\ ,\ X_2 = 40\ ,\ S_1 = 0\ ,\ S_2 = 20\ ,\ Z = 240$$

وفقا للقاعدة السابق الإشارة إليها، فإن المتغيرين X_2 و S_2 في السطر الأخير معدومة، وذلك راجع لوجودهما في الحل الامثلي، لكن نلاحظ كذلك ان المتغير X_1 في السطر الأخير من الجدول معدوم رغم أنه غير موجود في الحل الأمثلي، أي أن إدخاله إلى الحل النهائي لن يؤثر على مقدار دالة الدف لا بالزيادة ولا بالنقصان، فقط يتغير البرنامج الإنتاجي المتحصل عليه أعلاه، ويمكن التحق من ذلك بإدخال المتغير X_1 إلى الحل واعتباره عمودا داخلا ومواصلة بقية الخطوات إلى غاية الوصول إلى الحل الأمثلي فيكون الجدول الثالث الذي يمثل **الحل الأمثل البديل** كما يلي:

C	معاملات دالة الهدف		4	6	0	0
	X	K	x_1	x_2	S_1	S_2
6	X_2	35	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{-1}{4}$
4	X_1	7.5	1	0	$\frac{-1}{4}$	$\frac{3}{8}$
	Z	240	4	6	2	0
	Z-c		4 – 4 = 0	6 – 6 = 0	2 – 0 = 2	0 – 0 = 0

توصلنا إلى الحل الأمثل و المتمثل فيما يلي $X_1 = 7.5\ ,\ X_2 = 35\ ,\ S_1 = 0\ ,\ S_2 = 0\ ,\ Z = 240$

و من الملاحظ أن قيمة دالة الهدف لم تتغير و بقيت 240 و تغير فقط البرنامج الانتاجي، وفي نفس الوقت اصبح S_2 مساويا للصفر رغم أنه غير موجود في الحل النهائي وبالتالي يمكن تكرار نفس العملية واعتباره عمودا داخلا وسنجد لاحقا كذلك أن دالة الهدف لم تتغير، وهذه الحالة تسمى **حالة تعدد المثلى**.

التمرين 02: إذا علمت أن الذي أمامك هو البرنامج الخطي الذي **حله الإبتدائي** ملخص في الجدول أدناه:

$$Max\ Z = 3x_1 + 9x_2$$
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

C	معاملات دالة الهدف		3	9	0	0	
	X	K	x_1	x_2	S_1	S_2	
9	S_2	8	1	4	1	0	2
3	S_2	4	1	2	0	1	2
	Z	0	0	0	0	0	
	Z-c		−3	−9	0	0	

المطلوب: في هذا الجدول، يوجد نوع من أنواع الحالات الخاصة، أوجده، ثم أثبت أن قيمة Z **ستبقى ثابتة إذا أردنا تحسين الحل؟**

جواب التمرين 02: **حالة عدم الإنتظام:** تنتج هذه الحالة عندما نقول بإيجاد المتغير الخارج فيكون هناك أكثر من قيمة واحدة لأصغر حاصل قسمة وبالتالي سيتم إختيار المتغير الخارج عشوائيا من بينهما ثم نكمل الحل إلى غاية الوصول إلى الحل الأمثل، كما يترتب في هذه الحالة أن قيمة أحد متغيرات الحال النهائي على الأقل في العمود K سيكون مساويا للصفر

C	معاملات دالة الهدف		3	9	0	0	
	X	K	x_1	x_2	S_1	S_2	
9	X_2	2	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	
0	S_2	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{-1}{2}$	1	
	Z	18	$\frac{9}{4}$	9	$\frac{9}{4}$	0	
	Z-c		$\frac{-3}{4}$	0	$\frac{9}{4}$	0	

المتغير S_2 أساسي و معدوم في العمود K، و بما ان لجدول غير نهائي وجب علينا تحسين الحل ليصبح لدينا الجدل التالي كما يلي:

C	معاملات دالة الهدف		3	9	0	0
	X	K	x_1	x_2	S_1	S_2
9	X_2	2	0	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{-1}{2}$
3	X_1	0	1	0	−1	2
	Z	18	3	9	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
	Z-c		0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$

بالرغم من قيامنا بعملية تحسين الحل إلا أننا نلاحظ ان قيمة Z بقيت ثابتة، وكذلك مازال هناك متغير في العمود K معدوما (X_1)

الخلاصة: عندما نواجه هذه لامشكلة المتمثلة في تساوي أكثر من قيمة بعد تقسيم قيم العمود K على قيم العمود الخارج، فإن إختيار المتغير الخارج عشوائيا سيترتب عنه بقاء أحد المتغيرات على الأقل في العمود K معدوماوهذا ما يسمى بحالة عدم الانتظام، اما عمليا فإن هذا الامر يعود لوجود قيد زائد عن الحاجة ولإثبات ذلك يمكن الاستعانة بالطريقة البيانية لنكتشف ان القيد الأول لا حاجة لوجوده ولكم يؤثر على منطقة الحلو الممكنة كما يمك الاستغناء عنه.

التمرين 03: إذا علمت أن الذي أمامك هو البرنامج الخطي الذي **حله النهائي** ملخص في الجدول أدناه:

$$Max\ Z = 3x_1 + 2x_2$$
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 12 \\ x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

C	معاملات دالة الهدف		3	2	0	0	$-M$
	X	K	x_1	x_2	S_1	S_2	R_1
2	X_2	2	2	1	0	1	0
$-M$	R_1	4	-5	0	-1	-1	1
	Z	$4-4M$	$4+5M$	2	$-M$	$-2-M$	M
	Z-c		$-1-5M$	0	$2-0=2$	$-2-M$	0

المطلوب: في هذا الجدول، يوجد نوع من أنواع الحالات الخاصة، أوجدها؟

في جدول الحل النهائي نلاحظ وجود أحد المتغيرات الاصطناعية، حيث نلاحظ أن دالة الهدف سالبة رغم أن دالة الهدف تعظيم، وهذا طبعا ليس له معنى إقتصادي وعليه يمكن القول بان ليس لهذا البرنامج حل، أما بيانيا سيظهر أنه هناك تناقض بين القيود ولا يتوجد أي منطقة حلول مشتركة أصلا.

التمرين 04: إذا علمت أن الذي أمامك هو البرنامج الخطي الذي **حله الإبتدائي** ملخص في الجدول أدناه:

$$Max\ Z = 6x_1 + 4x_2$$
$$\begin{cases} x_1 \leq -10 \\ x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

C	معاملات دالة الهدف		6	4	0	0	
	X	K	x_1	x_2	S_1	S_2	
0	S_1	-10	1	0	1	0	-10
0	S_2	12	0	1	0	1	Math Error
	Z	0	0	0	0	0	
	Z-c		-6	-4	0	0	

المطلوب: في هذا الجدول، يوجد نوع من أنواع الحالات الخاصة، أوجدها؟

جواب التمرين 04: **حالة مسألة بدون حل محدود**

وتظهر هذه الحالة عندما لا نجد قيمة موجبة في العمود الأيمن بعد تقسيم العمود K على قيم العمود الداخل، ومن ثم فإن محاولة إيجاد المتغير الخارج لا يمكن تحقيقها، أما بيانيا فمنطقة الحلول الممكنة ستكون غير محددة كما تم الإشارة إليها سابقا مما يجعل عدد الحلول لا نهائي وهو أمر غير مقبول.