

حل التمرين 02 - السلسلة 03 (حل مسائل البرمجة الخطية باستخدام طريقة السمبلكس)

$$Max Z = 2x_1 - x_2 + x_3$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 - x_2 - x_3 \leq 7 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

الصيغة القياسية:

$$Max Z = 2x_1 - x_2 + x_3 + 0S_1 + 0S_2$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + S_1 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + S_2 = 10 \\ x_1 - x_2 - x_3 + S_3 = 7 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, S_1 \geq 0, S_2 \geq 0, S_3 \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الابتدائي:

C	معاملات دالة الهدف		2	-1	1	0	0	0
	X	K	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3
0	S_1	4	1	-1	3	1	0	0
0	S_2	10	2	1	0	0	1	0
0	S_3	7	1	-1	-1	0	0	1
	Z	0	0	0	0	0	0	0
	Z-c		-2	1	-1	0	0	0

بما أنه يوجد قيم سالبة في السطر فالجدول غير نهائي و الحل غير أمثلي و يجب تحسين الحل

نحدد أولا العمود الداخل: و هو العمود الذي يحتوي على اكبر قيمة مطلقة سالبة التي هي -2 ، و بالتالي فالعمود الداخل هو x_1 ، ثم نقسم قيم العمود K على قيم هذا العمود الارتكازي و ندون النتائج في العمود R

C	معاملات دالة الهدف		2	-1	1	0	0	0	R
	X	K	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	
0	S_1	4	1	-1	3	1	0	0	$4/1 = 4$
0	S_2	10	2	1	0	0	1	0	$10/2 = 5$
0	S_3	7	1	-1	-1	0	0	1	$7/1 = 7$
	Z	0	0	0	0	0	0	0	
	Z-c		-2	1	-1	0	0	0	

لتحديد الصف الخارج، نقوم باختيار الصف الذي يحتوي على اصغر قيمة مطلقة التي هي 4 وبالتالي فالصف الخارج هو الصف الأول والعنصر الارتكازي هو 1. ليصبح لدينا الجدول كما يلي:

C	معاملات دالة الهدف		2	-1	1	0	0	0
	X	K	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3
2	x_1	$\frac{4}{1} = 4$	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{-1}{1} = -1$	$\frac{3}{1} = 3$	$\frac{1}{1} = 1$	$\frac{0}{1} = 0$	$\frac{0}{1} = 0$
0	S_2	$\frac{10 - 2 \times 4}{1} = 2$	$\frac{2 \times 1}{1} = 0$	$\frac{1 - 2 \times (-1)}{1} = 3$	$\frac{0 - 2 \times 3}{1} = -6$	$\frac{0 - 2 \times 1}{1} = -2$	$\frac{1 - 2 \times 0}{1} = 1$	$\frac{0 - 2 \times 0}{1} = 0$
0	S_3	$\frac{7 - 1 \times 4}{1} = 3$	$\frac{1 \times 1}{1} = 0$	$\frac{-1 - 1 \times (-1)}{1} = 0$	$\frac{-1 - 1 \times 3}{1} = -4$	$\frac{0 - 1 \times 1}{1} = -1$	$\frac{0 - 1 \times 0}{1} = 0$	$\frac{1 - 1 \times 0}{1} = 1$
	Z	2	2	-2	6	6	0	0
	Z-c		$2 - 2 = 0$	$-2 - (-1) = -1$	$6 - 1 = 5$	$6 - 0 = 6$	$0 - 0 = 0$	$0 - 0 = 0$

بما انه ما زال هناك قيم سالبة في السطر الاخير فوجب تحسين الحل مرة أخرى، و بما انه يوجد قيمة سالبة وحيد في السطر الاخير فهي نفسها العمود الداخل، فنقوم بتقسيم قسيم العمود K على قيم العمود الداخل و ندون النتائج في العمود الاخير R

C	معاملات دالة الهدف		2	-1	1	0	0	0	R
	X	K	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	
2	x_1	4	1	-1	3	1	0	0	$\frac{1}{-1} = -1$
0	S_2	2	0	3	-6	-2	1	0	$\frac{2}{3} = 0.67$
0	S_3	3	0	0	-4	-1	0	1	$\frac{3}{0} = \text{MATH ERROR}$
	Z	2	2	-2	6	6	0	0	
	Z-c		0	-1	5	6	0	0	

ونأخذ الصف الثاني كصف خارج لأنه يحتوي على اصغر قيمة مطلقة ليصح العنصر الارتكازي هو 3 كما يلي:

C	معاملات دالة الهدف		2	-1	1	0	0	0	R
	X	K	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	
2	x_1	4 $-\frac{-1 \times 2}{3}$ $= \frac{14}{3}$	1 $-\frac{-1 \times 0}{3}$ $= 1$	-1 $-\frac{-1 \times 3}{3}$ $= 0$	3 $-\frac{-1 \times (-6)}{3}$ $= 1$	1 $-\frac{-1 \times (-2)}{3}$ $= \frac{1}{3}$	1 $-\frac{-1 \times 1}{3}$ $= \frac{4}{3}$	0 $-\frac{-1 \times 0}{3}$ $= 0$	
-1	x_2	$\frac{2}{3}$	$\frac{0}{3} = 0$	$\frac{3}{3} = 1$	$\frac{-6}{3} = -1$	$\frac{-2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{0}{3} = 0$	
0	S_3	3 $-\frac{0 \times 2}{3}$ $= 3$	1 $-\frac{0 \times 0}{3}$ $= 1$	0 $-\frac{0 \times 3}{3}$ $= 0$	-4 $-\frac{0 \times (-6)}{3}$ $= -4$	-1 $-\frac{0 \times (-2)}{3}$ $= -1$	0 $-\frac{0 \times 1}{3}$ $= 0$	1 $-\frac{0 \times 0}{3}$ $= 1$	
	Z	$2\left(\frac{14}{3}\right)$ $-1\left(\frac{2}{3}\right)$ $= \frac{26}{3}$	$2(1)$ $-1(1)$ $= 2$	$2(0)$ $-1(1)$ $= -1$	$2(1)$ $-1(-1)$ $= 3$	$2\left(\frac{1}{3}\right)$ $-1\left(\frac{-2}{3}\right)$ $= \frac{4}{3}$	$2\left(\frac{4}{3}\right)$ $-1\left(\frac{1}{3}\right)$ $= \frac{7}{3}$	$2(0)$ $-1(0)$ $= 0$	
	Z-c		$2 - 2$ $= 0$	-1 $-(-1)$ $= 0$	$3 - 1 = 2$	$\frac{4}{3} - 0 = \frac{4}{3}$	$\frac{7}{3} - 0$ $= \frac{7}{3}$	$0 - 0$ $= 0$	

بما أنه لا يوجد قيم سالبة في السطر الأخير فالجدول نهائي و الحل أمثلي، و تتمثل قيم الحل الأمثلي في ما يلي:

$$x_1 = \frac{14}{3}, \quad x_2 = \frac{2}{3}, \quad x_3 = 0, \quad Z = \frac{26}{3}$$