قسم العلوم الاقتصادية والتجارية، سنة ثانية – 2024/2023

مقياس أساسيات بحوث العمليات

حل السلسلة رقم 03 (حل مسائل البرمجة الخطية بإستخدام السمبلكس)

حل التمرين 01:

1. الطريقة البيانية:

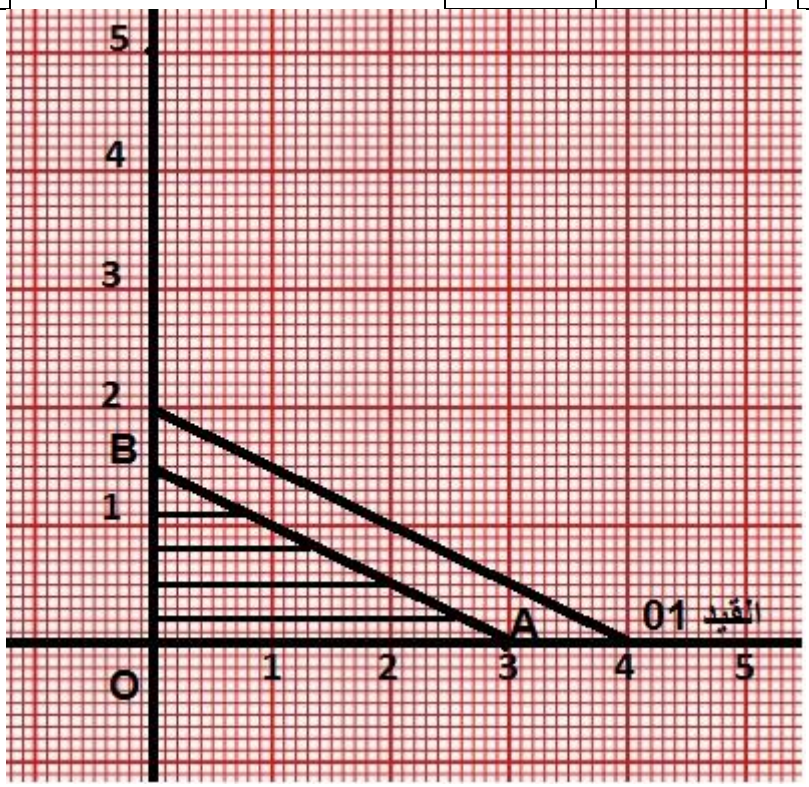
$$Max\ Z = 4x_1 + 8x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ 4x_1 + 8x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

المستقيم 01	
$2x_1 + 4x_2 = 8$	
x_2	x_1
2	**0**
0	**4**

المستقيم 02	
$4x_1 + 8x_2 = 12$	
x_2	x_1
1.5	**0**
0	**3**

المستقيم Δ	
$4x_1 + 8x_2 = 0$	
x_2	x_1
0	**0**
1	**−2**



النقطة	O	A	B
الاحداثيات	$x_1 = 0;\ x_2 = 0$	$x_1 = 3;\ x_2 = 0$	$x_1 = 2;\ x_2 = 4$
Z	$4(0) + 8(0) = 0$	$4(3) + 8(0) = 12$	$4(0) + 8(1.5) = 12$
الحل الأمثلي	النقطة A والنقطة B (حالة تعدد الحلول المثلى)		

2. أولا نحول البرنامج الخطي الى الصيغة القياسية وذلك بتحويل المتراجحات إلى معادلات، و يتم ذلك بإضافة كذلك إلى المتغيرات الراكدة (والتي تسمى كذلك الغير مستغلة) وهي التي تمثل الطاقة غير المستغلة، ويكون معاملها في القيود يساوي $+1$ و ذات معاملات صفرية في دالة الهدف كما يلي:

$$Max\ Z = 4x_1 + 8x_2 \quad \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ 4x_1 + 8x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \quad Max\ Z = 4x_1 + 8x_2 + 0S_1 + 0S_2 \quad \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 1S_1 = 8 \\ 4x_1 + 8x_2 + 1S_2 = 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, S_1 \geq 0, S_2 \geq 0 \end{cases}$$

الآن نشرع في إنشاء الجدول الأساسي (أي الأول) كما يلي:

C ➔	معاملات دالة الهدف		4	8	0	0	R
⬇	X	K	x_1	x_2	S_1	S_2	
0	S_1	8	2	4	1	0	8/4=2
0	S_2	12	4	8*	0	1	12/8=1.5
	Z	$0\times8+0\times12=0$	$0\times2+0\times4=0$	$0\times4+0\times8=0$	$0\times1+0\times0=0$	$0\times0+0\times1=0$	
	Z−C		0−4=−4	0−8=−8	0−0=0	0−0=0	

بما ان في السطر Z−C يوجد قيمة سالبة واحدة على الأقل، فوجب القيام بتحسين الحل كما يلي:

أولا: إيجاد العمود الارتكازي (ويسمى كذلك بالعمود الداخل و كذلك بالعمود المحوري)، وهو العمود الذي في يحتوي على أكبر قيمة مطلقة سالبة في السطر Z−C أي 8− ليصبح بذلك x_2 هو العمود الارتكازي ثم بعد ذلك نقسم قيم العمود K على قيم العمود الارتكازي وندون النتائج في العمود R. وأصبحنا الآن قادرين على اختيار الصف الإرتكازي (ويسمى كذلك بالصف الخارج و كذلك بالصف المحوري) والذي يحتوي على اصغر قيمة مطلقة أي نأخذ 1.5 ليصبح المتغير الراكد S_2 هو الصف الخارج، و خانة تقاطع العمود الداخل مع الصف الخارج تسمى بالعنصر المحوري أي 8.

الخطوة الموالية: بعد تحديد العنصر المحوري نقوم بكتابة x_2 محل S_2 في الجدول الثاني و نقوم بالعمليات التالية:

قيم الصف الارتكازي (أي x_2 الذي حل محل S_2) نقسمها على العنصر الارتكازي

قيم الصف الآخر الذي لم يخرج (أي S_1) نحسبها بالعلاقة التالية:

$$\text{القيمة الجديدة} = \text{القيمة القديمة} - \frac{\text{العنصر المقابل في الصف الارتكازي} \times \text{العنصر المقابل في العمود الارتكازي}}{\text{العنصر الارتكازي}}$$

C ➔	معاملات دالة الهدف		4	8	0	0	R
⬇	X	K	x_1	x_2	S_1	S_2	
0	S_1	$8-\frac{4\times12}{8}=2$	$2-\frac{4\times4}{8}=0$	$4-\frac{4\times8}{8}=0$	$1-\frac{4\times0}{8}=1$	$0-\frac{4\times1}{8}=\frac{-1}{2}$	
8	x_2	$\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$	$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$	$\frac{8}{8}=1$	$\frac{0}{8}=0$	$\frac{1}{8}$	
	Z	$0\times2+8\times\frac{3}{2}=12$	$0\times0+8\times\frac{1}{2}=4$	$0\times0+8\times1=8$	$0\times1+8\times0=0$	$0\times\frac{-1}{2}+8\times\frac{1}{8}=1$	
	Z−C		4-4=0	8-8=0	0-0=0	1-0=1	

بما أنه لايوجد قيم سالبة في الصف Z−C (أي كل القيم إما موجبة أو معدومة) فالحلل أمثلي و نتوقف عن تحسينه، والحل الأمثلي هو القيم المدونة في العمود K، أي:

لأنه غير موجود في العمود K $x_1 = 0$

$x_2 = \frac{3}{2}$

$Z = 12$

الفرق بينهما من خلال هذا المثال:

1. طريقة السمبلكس لا تظهر حالة تعدد الحلول المثلى على عكس الطريقة البيانية
2. طريقة البيانية تقتصر على متغيرين اثنين فقط اما طريقة المبسطة فهي تتعدى المتغيرين الإثنين و قد تقبل ثلاثة متغيرات او اربع او اكثر ((كلما كثر عدد المتغيرات الاساسية صعب إيجاد الحل لكن رياضيات يمكن حلها)