المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف ميلة / معهد العلوم الاقتصادية و التجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية، سنة ثانية علوم تجارية – 2024/2023

مقياس أساسيات بحوث العمليات

حل السلسلة رقم 01

جواب التمرين 01:

الهدف هو تعظيم عائد المبيعات بالدولار والذي نرمز له بالرمز Z:

$Z = 120$ ضعفا العدد من النوع الأول من شاشات الديكور المنتجة، بالاضافة إلى 80 ضعفا العدد من النوع الثاني من الشاشات المنتجة.

إذا كانت:

العدد من النوع الأول من الشاشات يرمز له بالرمز $= x_1$

العدد من النوع الثاني من الشاشات يرمز له بالرمز $= x_2$

فإننا يمكننا التعبير عن الهدف كما يلي: $Max\ z = 120x_1 + 80x_2$

ويقع على الصانع قيد في كمية الخشب و نظرا لإحتياج كل شاشة من النوع الول إلى وحدتين من الخشب، فإن $2x_1$ وحدة خشب يجب أن تخصص لهم، و بالمثل: فإن $1x_1$ وحدة خشب يجب أن تخصص لكل شاشة من النوع الثاني.

ومن ثم، فإن قيد الخشب يكون: $2x_1 + x_2 \leq 6$

كما يتعرض الصانع إلى قيد الزمن، تستهلك شاشات النوع الأول $7x_1$ ساعة، و شاشات النوع الثاني $8x_2$ ساعة، لذلك نكتب:

$$7x_1 + 8x_2 \leq 28$$

و من الواضح أنه لا يمكن إنتاج كميات سالبة من الشاشات، لذلك فإن القيدين غير الظاهرين هما

$$x_1 \geq 0 \text{ و } x_2 \geq 0$$

و حيث أنه لا يوجد أي عائد من الاستكمال الجزئي للشاشات، فإن هناك قيدا آخرا غير واشح هو أن x_1 و x_2 تكونان أعدادا صحيحة، و بتجميع هذه القيود نحصل على البرنامج الرياضي التالي:

$$Max\ z = 120x_1 + 80x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ 7x_1 + 8x_2 \leq 28 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad \text{(غير سالبة و أعداد صحيحة)} \end{cases}$$

جواب التمرين 02:

الهدف هو تصغير التكلفة بالدينار، Z لكل رطل من شطائر اللحم حيث: Z=80 وزن لحم البقر المستخدم، بالإضافة إلى 60 وزن لحم الماعز المستخدم

وزن لحم البقر المستخدم في كل رطل من شطائر اللحم x_1

وزن لحم الماعز المستخدم في كل رطل من شطائر اللحم x_2

فيمكن تعريف الهدف كما يلي: $Min\ z = 80x_1 + 60x_2$

سيحتوي كل رطل من شطائر اللحم على $0.2x_1$ رطل من الدهوم من لحم البقر، وكذلك يحتوي على $0.32x_2$ رطل من الدهون من الماعز، و يجب ألأا يزيد المحتوى الكلي من الدهون في كل رطل من شطائر اللحم عن 0.25 رطلا، لذلك نكتب:

$$0.2x_1 + 0.32x_2 \leq 0.25$$

و يجب ان يكون وزن لحم البقر و الماعز مجتمعين في كل رطل من شطائر اللحم هو رطلا واحدا، و لذلك فإن:

$$x_1 + x_2 = 1$$

و في النهاية فإن محل الجزارة يجب ألا يستخدم كميات سالبة لكلا النوعين من اللحم، كذلك فإن القيدين غير الظاهرين هما

$$x_1 \geq 0 \text{ و } x_2 \geq 0$$

وبتجميع هذه الشروط نحصل على ما يلي:

$$Min\ z = 80x_1 + 60x_2$$

$$\begin{cases} 0.2x_1 + 0.32x_2 \leq 0.25 \\ x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

جواب التمرين 03:

نفرض أن: x_3, x_2, x_1 على التوالي تمثل عدد الأيام التي سيعمل فيها المناجم رقم 1 و 2 و 3 خلال الأسبوع المقبل، لذلك:

فإن الهدف (مقاسا بوحدات ألف دولار) هو: $Min\ Z = 20x_1 + 22x_2 + 18x_3$

المطلب من الخام العالي الجودة هو: $4x_1 + 6x_2 + x_3 \geq 54$

والمطلب من الخام القليل الجودة هو: $4x_1 + 4x_2 + 6x_3 \geq 65$

ولما كان أي من المناجم سيعمل عددا موجبا من الأيام، فإن هناك ثلاثة قيود غير واضحة هي:

$$x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;\ x_3 \geq 0$$

بالإضافة إلى ذلك، لما كان أي من المناجم لا يعمل أكثر من سبعة أيام، فإن هناك ثلاثة قيود غير واضحة و هي:

$$x_1 \leq 7;\quad x_2 \leq 7;\quad x_3 \leq 7$$

وفي النهاية فإنه وبالنظر إلى عقود العمال، فإن الشركة لا تجد أي فائدة من تشغيل العمال أجزاء من اليوم، و بالتالي فإن x_3, x_2, x_1 من المفروض أن تكون أعداد صحيحة، و بتجميع هذه القيوم نتحصل على البرنامج الرياضي التالي:

$$Min\ Z = 20x_1 + 22x_2 + 18x_3$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 + x_3 \geq 54 \\ 4x_1 + 4x_2 + 6x_3 \geq 65 \\ x_1 \leq 7;\quad x_2 \leq 7;\quad x_3 \leq 7 \\ x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;\ x_3 \geq 0 \end{cases}$$

جواب التمرين 04:

الهدف هو تعظيم الربح (بالدولار) والذي نرمز له بالرمز Z، ومع اعتبار أن:

العدد من الموديل رقم I المنتج في الأسبوع هو x_1

العدد من الموديل رقم II المنتج في الأسبوع هو x_2

العدد من الموديل رقم III المنتج في الأسبوع هو x_3

العدد من الموديل رقم IV المنتج في الأسبوع هو x_4

ويمكن صياغة الهدف على النحو التالي: $Max\ Z = 7x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 9x_4$

وتوجد قيود على الوقت المتاح للتجميع، وأيضا لعمل الديكورات يمكن أن نصيغها كما يلي:

$$4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 30000$$

$$2x_1 + 1.5x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 20000$$

وحيث أنه لا يمكن إنتاج كميات سالبة، فإن هناك أربعة قيود غير واضحة هي

$$x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;\ x_3 \geq 0;\ x_4 \geq 0$$

وبالإضافة إلى ذلك: فإنه من المطلوب تحديد قيما صحيحة لكل متغير، و بتجميع هذه القيود غير الواضحة نحصل على البرنامج الرياضي التالي:

$$Max\ Z = 7x_1 + 7x_2 + 6x_3 + 9x_4$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 \leq 30000 \\ 2x_1 + 1.5x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 20000 \\ x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;\ x_3 \geq 0;\ x_4 \geq 0 \end{cases}$$

جواب التمرين 05:

عدد براميل زيوت الخدمة المخلوطة مع الجازولين العادي x_1

عدد براميل الزيوت الأخرى المخلوطة مع الجازولين العادي x_2

عدد براميل زيوت الخدمة المخلوطة مع الجازولين الممتاز x_3

عدد براميل الزيوت الأخرى المخلوطة مع الجازولين الممتاز x_4

يمكن إنتاج كمية $x_1 + x_2$ من الجازولين العادي تحقق عائدا $12(x_1 + x_2)$ ، ويمكن إنتاج كمية $x_3 + x_4$ وذلك من الجازولين الممتاز تحقق عائدا $14(x_3 + x_4)$، و تستخدم كمية زيوت خدمة $x_1 + x_3$ بتكلفة $8(x_1 + x_3)$، و كمية زيوت أخرى $x_2 + x_4$ بتكلفة $15(x_2 + x_4)$ ، الربح الكلي Z يقدر بالعائد الكلي مطروحة منه التكلفة:

$$Max\ Z = 12(x_1 + x_2) + 14(x_3 + x_4) - 8(x_1 + x_3) - 15(x_2 + x_4)$$

$$Max\ Z = 4x_1 - 3x_2 + 6x_3 - x_4$$

وهناك قيود مفروضة على الإنتاج مثل الطلب، إمكانية الإمداد ومواصفات الخلط وعن حالة الطلب:

أعلى طلب للعادي $x_1 + x_2 \leq 100000$

أعلى طلب للممتاز $x_3 + x_4 \leq 20000$

أقل طلب للعادي $x_1 + x_2 \geq 50000$

أقل طلب للممتاز $x_3 + x_4 \geq 5000$

وعن إمكانية الإمداد:

زيوت خدمة $x_1 + x_3 \leq 40000$

زيوت أخرى $x_2 + x_4 \leq 60000$

تحدد مكونات الخلط رقم الأكتين، طبقا لنسبتها المئوية بالوزن، وبالمثل بالنسبة لضغط البخار، لذلك فإن رقم الأكتين للعادي هو:

$$87\frac{x_1}{x_1 + x_2} + 98\frac{x_2}{x_1 + x_2}$$

والمطلب ليكون هذا الرقم على الأقل يؤدي إلى: $x_1 - 10x_2 \leq 0$

وبالمثل نحصل على:

قيد رقم أكتين الممتاز $6x_3 - 5x_4 \leq 0$

للعادي البخار ضغد قيد $2x_1 - 8x_2 \leq 0$

قيد ضغط البخار للممتاز $2x_3 - 8x_4 \leq 0$

وبجمع كل القيود نتحصل على البرنامج الرياضي التالي:

$$Max\ Z = 4x_1 - 3x_2 + 6x_3 - x_4$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 100000 \\ x_3 + x_4 \leq 20000 \\ x_1 + x_3 \leq 40000 \\ x_2 + x_4 \leq 60000 \\ x_1 - 10x_2 \leq 0 \\ 6x_3 - 5x_4 \leq 0 \\ 2x_1 - 8x_2 \leq 0 \\ 2x_3 - 8x_4 \leq 0 \\ x_1 + x_2 \geq 50000 \\ x_3 + x_4 \geq 5000 \\ x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0;\ x_3 \geq 0;\ x_4 \geq 0 \end{cases}$$