Examen de rattrapage

Transfert de chaleur II

Durée : 1h 30 mn

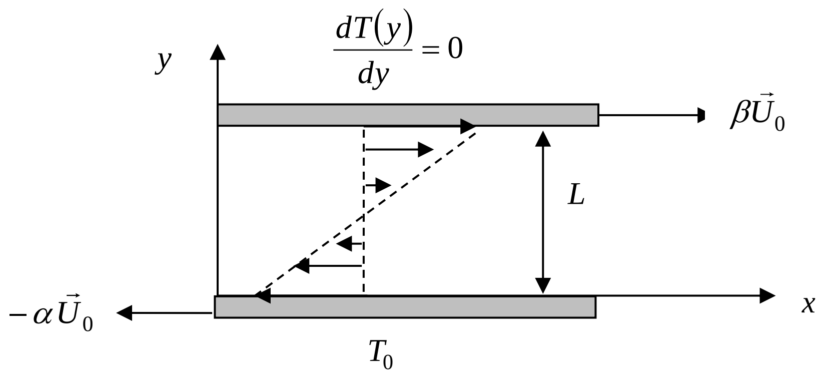
Exercice n°1 (6 points)

Ecrire le nombre de Reynolds Re_R pour l'écoulement d'un fluide newtonien de débit massique $\dot{m}$ dans un tube circulaire de rayon R.

Exercice n°2 (14 points)

Considérons le mouvement d'une couche fluide d'épaisseur L entre deux plaques solides et mobiles. La plaque supérieure se déplace avec la vitesse βU_0 ($\beta \succ 0$) tandis que la plaque inférieure se déplace avec la vitesse $-\alpha U_0$ ($\alpha \succ 0$). L'une des plaques est maintenue à la température constante T_0 et l'autre plaque est isolée.

a) Déterminer le profil de la vitesse du fluide $\dfrac{U(y)}{U_0}$.
b) Déterminer la position y_r où la vitesse s'annule.
c) Trouver le profil de la température $T(y)$ en tenant compte de la dissipation visqueuse et écrire son expression sous une forme adimensionnelle.
d) Quelle est la température T_r à la position où la vitesse s'annule.



Corrigé type de l'examen de rattrapage

Transfert de chaleur II

Durée : 1h 30 mn

Exercice n°1 (6 points)

Le nombre de Reynolds dans un tube circulaire de rayon R est

$$\mathrm{Re}_R = \frac{\rho \bar{U} D}{\mu} = \frac{2\rho \bar{U} R}{\mu} \quad \boxed{2.0}$$

le débit massique $\dot{m}$ est lié à la vitesse moyenne par la relation

$$\dot{m} = \rho \bar{U} S = \rho \bar{U} \pi R^2 \quad \boxed{2.0}$$

en éliminant la vitesse moyenne entre ces deux relations, nous obtenons

$$\mathrm{Re}_R = \frac{2\rho R}{\mu}\frac{\dot{m}}{\rho \pi R^2} = \frac{2\dot{m}}{\mu \pi R} \quad \boxed{2.0}$$

Exercice n°1 (14 points)

a) Les équations de continuité et du mouvement sont

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0\,,\ U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad \boxed{0.5} \quad \boxed{0.5}$$

Comme $V = 0$, $\dfrac{\partial U}{\partial x} = 0\,, U = U(y)$ $\boxed{0.5}$ de là, nous obtenons $\dfrac{d^2U(y)}{dy^2} = 0$ $\boxed{0.5}$, la solution de cette équation est

$$U(y) = C_1 y + C_2 \quad \boxed{0.5}$$

Les conditions aux limites pour ce cas sont

$$y = 0, U = -\alpha U_0 \quad \boxed{0.5}$$

$$y = L, U = \beta U_0 \quad \boxed{0.5}$$

$$C_1 = \frac{(\alpha+\beta)U_0}{L} \quad \boxed{0.5}$$

$$C_2 = -\alpha U_0 \quad \boxed{0.5}$$

d'où

$$\frac{U(y)}{U_0} = (\alpha+\beta)\frac{y}{L} - \alpha \quad \boxed{0.5}$$

b) Détermination de la position y_r où la vitesse s'annule,

$$\frac{U(y)}{U_0} = (\alpha+\beta)\frac{y_r}{L} - \alpha = 0 \quad \boxed{0.5}$$

$$y_r = \frac{\alpha L}{\alpha+\beta} \quad \boxed{0.5}$$

c) L'équation de chaleur en présence de la dissipation visqueuse est

$$U\frac{\partial T}{\partial x} + V\frac{\partial T}{\partial y} = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\mu}{\rho C_P}\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 \quad \boxed{0.5}$$

Comme $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ et $V = 0$, nous obtenons $\boxed{0.5}$

$$\frac{d^2T}{dy^2} + \frac{\mu}{\lambda}\left(\frac{(\alpha+\beta)U_0}{L}\right)^2 = 0 \quad \boxed{0.5}$$

la solution de cette équation différentielle est

$$T(y) = -\frac{\mu(\alpha+\beta)^2 U_0^2}{2\lambda L^2}y^2 + C_1 y + C_2 \quad \boxed{0.5}$$

avec les conditions aux limites

$$y = 0, T = T_0 \quad \boxed{0.5}$$

$$y = L, \frac{dT}{dy} = 0 \quad \boxed{0.5}$$

d'où

$$C_1 = \frac{\mu(\alpha+\beta)^2 U_0^2}{\lambda L} \quad \boxed{0.5}$$

$$C_2 = T_0 \quad \boxed{0.5}$$

ainsi

$$T(y) = -\frac{\mu(\alpha+\beta)^2 U_0^2}{2\lambda L^2}y^2 + \frac{\mu(\alpha+\beta)^2 U_0^2}{\lambda L}y + T_0$$

$$T(y) - T_0 = \frac{\mu(\alpha+\beta)^2 U_0^2}{2\lambda}\left(2\frac{y}{L} - \frac{y^2}{L^2}\right) \quad \boxed{1.0}$$

soit $$\frac{T(y)-T_0}{\dfrac{\mu(\alpha+\beta)^2 U_0^2}{2\lambda}} = 2\frac{y}{L} - \frac{y^2}{L^2} \quad \boxed{1.0}$$

d) La température T_r où la vitesse s'annule

$$T_r = \frac{\mu\alpha U_0^2}{2\lambda}(\alpha+2\beta)+T_0 \quad \boxed{2.0}$$