Centre universitaire Abdelhafid Boussouf, Mila
Institut des Sciences et Technologies
Département de génie mécanique
Transfert de chaleur I
Pr. S. Saouli

Examen de rattrapage

Transfert de chaleur I

Durée : 1 h 30 m

Questions de cours (4 points)

a) Ecrire la loi de Fourier et l'équation de Fourier.
b) Donner la définition et la formule du rendement thermique η_a d'une ailette.

Exercice n°1 (6 points)

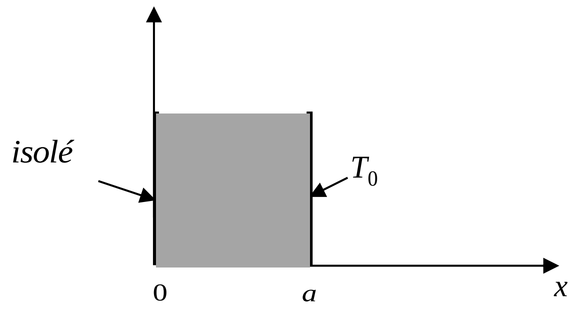
Une sphère creuse de rayon intérieur R_1, de rayon extérieur R_2 est constitué d'un matériau de conductivité thermique $\lambda(T) = \lambda_0 e^{\beta T}$.

a) Quelles sont les unités des constantes λ_0 et β,
b) Si les températures des deux parois sont T_1 et T_2, calculer la quantité de chaleur qui traverse la paroi de la sphère Q et
c) Les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 qui traversent la surface intérieure et la surface extérieure de la sphère.

Exercice n°2 (10 points)

Un mur plan d'épaisseur a et de conductivité thermique λ, dont un côté est maintenu à la température constante T_0 et l'autre est isolé, est le siège d'une génération de chaleur interne $q_S = q_0 \sin(\alpha x + \beta)$ où α et β sont des constantes positives.

a) Quelles sont les unités de q_0, α et β,
b) Ecrire l'équation de Poisson,
c) Ecrire les conditions aux limites,
d) Trouver les constantes d'intégration C_1 et C_2,
e) Déduire la température $T(x)$ et
f) Calculer le flux de chaleur q évacué.



Corrigé type de l'examen de rattrapage

Transfert de chaleur I

Durée : 1 h 30 mn

Questions de cours (4 points)

a) La loi de Fourier est

$$\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T(\vec{r},t) \quad \boxed{1,0}$$

et l'équation de Fourier est

$$\frac{\partial T(\vec{r},t)}{\partial t} = a \Delta T(\vec{r},t) \quad \boxed{1,0}$$

b) Le rendement thermique η_a d'une ailette est

$$\eta_a = \frac{chaleur\ effectivement\ échangée\ par\ l'ailette}{chaleur\ échangée\ par\ l'ailette\ si\ sa\ température\ est\ la\ température\ de\ base} \quad \boxed{1,0}$$

et sa formule est

$$\eta_a = \frac{-\lambda \left(\frac{dT(x)}{dx} \right)_{x=0}}{hPL(T_b - T_\infty)} \quad \boxed{1,0}$$

Exercice n°1 (6 points)

a) Les unités des constantes λ_0 et β dans la formule $\lambda(T)=\lambda_0\, e^{\beta T}$ sont :

$$[\lambda_0]=[\lambda(T)]=Wm^{-1}°C^{-1} \quad \boxed{0,5}$$

$$[\beta]=\frac{[1]}{[T(r)]}=C^{-1} \quad \boxed{0,5}$$

b) A partir de la loi de Fourier, nous avons

$$Q=-\lambda(r)S(r)\frac{dT(r)}{dr} \quad \boxed{0,5}$$

la surface de la sphère est $S(r)=4\pi r^2$ $\boxed{0,5}$, en y substituant l'expression de la conductivité thermique, nous trouvons

$$Q=-4\pi r^2\left(\lambda_0 e^{\beta T}\right)\frac{dT(r)}{dr} \quad \boxed{0,5}$$

En séparant les variables et en intégrant, nous obtenons

$$\frac{Q}{4\pi}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2}=-\int_{T_1}^{T_2}\lambda_0 e^{\beta T}dT \quad \boxed{0,5}$$

soit

$$\frac{Q}{4\pi}\left(-\frac{1}{r}\right)_{R_1}^{R_2}=-\frac{\lambda_0}{\beta}\left(e^{\beta T}\right)_{T_1}^{T_2} \quad \boxed{0,5}$$

$$\frac{Q}{4\pi}\left(-\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_1}\right)=-\frac{\lambda_0}{\beta}\left(e^{\beta T_2}-e^{\beta T_1}\right)$$

$$\frac{Q}{4\pi}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)=\frac{\lambda_0}{\beta}\left(e^{\beta T_1}-e^{\beta T_2}\right) \quad \boxed{0,5}$$

d'où

$$Q=\frac{4\pi\,\lambda_0\,R_1R_2}{\beta(R_2-R_1)}\left(e^{\beta T_1}-e^{\beta T_2}\right) \quad \boxed{1,0}$$

c) Les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 qui traversent la surface intérieure et la surface extérieure de la sphère sont

$$Q_1=Q_2=Q=\frac{4\pi\,\lambda_0\,R_1R_2}{\beta(R_2-R_1)}\left(e^{\beta T_1}-e^{\beta T_2}\right) \quad \boxed{1,0}$$

puisque le régime est permanent.

<u>Exercice n°2</u> (10 points)

a) Les unités des constantes q_0 et α sont :

$$[q_0]=[q]=Wm^{-3} \quad \boxed{1,0}$$

$$[\alpha]=\frac{1}{[x]}=m^{-1} \quad \boxed{1,0}$$

$$[\beta]=\frac{1}{1}=1 \quad \boxed{1,0}$$

b) L'équation de Poisson dans ce cas est

$$\frac{d^2T}{dr^2}+\frac{q_0}{\lambda}sin(\alpha x+\beta)=0 \quad \boxed{1,0}$$

c) Les conditions aux limites pour cette équation sont

$$x=0, \frac{dT}{dx}=0$$
$$x=a, T=T_0 \quad \boxed{0,5+0,5}$$

d) L'intégration de l'équation de Poisson nous donne

$$\frac{dT(x)}{dx}=\frac{q_0}{\lambda\alpha}cos(\alpha x+\beta)+C_1 \quad \boxed{0,5}$$

$$T(x)=\frac{q_0}{\lambda\alpha^2}sin(\alpha x+\beta)+C_1x+C_2 \quad \boxed{0,5}$$

En calculant les constantes d'intégration C_1 et C_2 à partir des conditions aux limites, nous obtenons

$$C_1=-\frac{q_0}{\lambda\alpha}cos\,\beta \quad \boxed{1,0}$$

$$C_2=T_0-\frac{q_0}{\lambda\alpha^2}sin(\alpha a+\beta)+\frac{q_0 a}{\lambda\alpha}cos\,\beta \quad \boxed{1,0}$$

e) Ainsi, la distribution de la température s'écrit

$$T(x)-T_0=\frac{q_0}{\lambda\alpha^2}\left(sin(\alpha x+\beta)-sin(\alpha a+\beta)\right)+\frac{q_0\,cos\,\beta}{\lambda\alpha}(a-x) \quad \boxed{1,0}$$

f) Le flux de chaleur évacué est

$$q=-\lambda\left(\frac{dT(x)}{dx}\right)_{x=a}=-\frac{q_0}{\alpha}cos(\alpha a+\beta)+\frac{q_0\,cos\,\beta}{\alpha}$$

soit

$$q=\frac{q_0}{\alpha}\left(cos\,\beta-cos(\alpha a+\beta)\right) \quad \boxed{1,0}$$