الحل النموذجي لامتحان الدورة العادية في مادة الاستقصاء العملياتي

من التمرين (01) (06 نقاط)

$$\begin{pmatrix} 12 & -8 & -2 \\ -6 & 7 & 3 \\ 10 & -6 & 2 \end{pmatrix}$$

إيجاد الاستراتيجية المثلى المختلطة من طرف كل لاعب وقيمة المباراة باستخدام طريقة البرمجة الخطية:

التأكد من أن المباراة غير مستقرة:

$$\begin{pmatrix} 12 & -8 & -2 \\ -6 & 7 & 3 \\ 10 & -6 & 2 \\ 12 & 7 & \boxed{3} \end{pmatrix} \begin{matrix} -8 \\ \boxed{-6} \\ -6 \end{matrix} \Rightarrow \text{MAX-MIN}$$

$$\text{MIN-MAX}$$

$\text{MAX-MIN} \neq \text{MIN-MAX} \Rightarrow$ المباراة غير مستقرة

نقوم أولا بإضافة ثابت $k=9$ إلى العناصر كما يلي:

(0,5)

$$\begin{pmatrix} 21 & 1 & 7 \\ 3 & 16 & 12 \\ 19 & 3 & 11 \end{pmatrix}$$

النموذج الرياضي هو:

$$\text{MAX } Z = x_1 + x_2 + x_3$$

(01)

$$\begin{cases} 21x_1 + x_2 + 7x_3 \leq 1 \\ 3x_1 + 16x_2 + 12x_3 \leq 1 \\ 19x_1 + 3x_2 + 11x_3 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

النموذج المعياري :

$$MAX\, Z = x_1 + x_2 + x_3 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3$$

$$\begin{cases} 21x_1 + x_2 + 7x_3 + s_1 = 1 \\ 3x_1 + 16x_2 + 12x_3 + s_2 = 1 \\ 19x_1 + 3x_2 + 11x_3 + s_3 = 1 \end{cases}$$

$$x_1, x_2, x_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

0,5

جدول الحل الابتدائي :

C_B	C_j / VB	1 x_1	1 x_2	1 x_3	0 s_1	0 s_2	0 s_3	b	$\frac{b}{a}$
0	s_1	(21)	1	7	1	0	0	1	0,104 → متغير الخروج
0	s_2	3	16	12	0	1	0	1	0,33
0	s_3	19	3	11	0	0	1	1	0,05
Z_j		0	0	0	0	0	0	0	
$\Delta_j = C_j - Z_j$		1	1	1	0	0	0		

0,5

متغير الدخول ↑

جدول الحل الثاني :

C_B	C_j / VB	1 x_1	1 x_2	1 x_3	0 s_1	0 s_2	0 s_3	b	$\frac{b}{a}$
1	x_1	1	0,04	0,33	0,04	0	0	0,04	1
0	s_2	0	15,85	11	-0,14	1	0	0,85	0,05
0	s_3	0	2,09	(4,66)	-0,9	0	1	0,09	0,04 → متغير الخروج
Z_j		1	0,04	0,33	0,04	0	0	0,04	
$\Delta_j = C_j - Z_j$		0	0,95	0,66	-0,04	0	0		

0,5

متغير الدخول ↑

جدول الحل الثالث :

C_B	C_j / VB	1 x_1	1 x_2	1 x_3	0 s_1	0 s_2	0 s_3	b	$\frac{b}{a}$
1	x_1	1	0	0,22	0,06	0	-0,02	0,04	0,66
0	s_2	0	0	-24,31	(6,7)	1	-7,56	0,13	0,02 → متغير الخروج
1	x_2	0	1	2,22	-0,143	0	0,47	0,04	-
Z_j		1	1	2,45	-0,36	0	0,45	0,09	
$\Delta_j = C_j - Z_j$		0	0	-1,45	0,36	0	-0,45		

0,5

متغير الدخول ↑

جدول الحل الأمثل:

C_B	C_j / V_B	1 X_1	1 X_2	1 X_3	0 S_1	0 S_2	0 S_3	b
1	X_1	1	0	0,43	0	-0,008	0,04	0,03
0	S_1	0	0	-3,62	1	0,14	-1,12	0,01
1	X_2	0	1	0,67	0	0,06	-0,01	0,04
	Z_j	1	1	1,1	0	0,05	0,03	0,07
	$\Delta_j = C_j - Z_j$	0	0	-0,1	0	-0,05	-0,03	

0,5

$\Delta_j \leq 0 \Rightarrow$ الحل الأمثل

الحل الأمثل هو:

$$\begin{cases} X_1^* = 0,03 \\ X_2^* = 0,04 \\ X_3^* = 0 \end{cases}$$

0,5 حساب قيمة اللعبة:

$$V = \frac{1}{Z} - K = \frac{1}{0,07} - 9 = 5,28$$

- تحديد الاستراتيجية المثلى للاعب (A):

0,25 $A_1 = 0$

0,25 $A_2 = 0,05 \times V = 0,05 \times 5,28 = 0,26$

0,25 $A_3 = 0,03 \times V = 0,03 \times 5,28 = 0,15$

- تحديد الاستراتيجية المثلى للاعب (B):

0,25 $B_1 = 0,03 \times V = 0,03 \times 5,28 = 0,15$

0,25 $B_2 = 0,04 \times V = 0,04 \times 5,28 = 0,21$

0,25 $B_3 = 0$

حل التمرين (02) (07 نقاط)

$\lambda = 1$ طائرة / 5 د

$\mu = 3$ د / طائرة

1 طائرة → 5 د
8 → 60 د
$\Rightarrow \lambda = \frac{60}{5} = 12$ طائرة / سا (01)

1 طائرة → 3 د
μ → 60 د
$\Rightarrow \mu = \frac{60}{3} = 20$ طائرة / سا (01)

(01) معامل الاستخدام: $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{12}{20} = 0,6$

1- حساب متوسط عدد الطائرات في النظام:

(01) $L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{12}{20-12} = \frac{12}{8} = 1,5$ طائرة

2- حساب متوسط عدد الطائرات التي طلبت الهبوط وما زالت في النظام:

$L_q = L \times \rho = 1,5 \times 0,6 = 0,9$ طائرة (01)

3- حساب الاحتمال أن الطائرة التي تطلب تكون على الأرض في زمن أقل من 10 د بعد أول طلب بالنزول:

$W(t < 10) = 1 - W(t \geq 10) = 1 - e^{-t/w}$

$w = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{20-12} = \frac{1}{8} = 0,125$ سا $= 7,5$ د

$W(t < 10) = 1 - e^{-10/7,5} = 0,736$ (01)

4- حساب احتمال أن يكون هناك على الأكثر 3 طائرات في النظام:

$P(n > 3) = 1 - P(n \leq 3)$ يكون:

$= 1 - (P(n=0) + P(n=1) + P(n=2) + P(n=3))$

$P(n=0) = P_0 = 1 - \rho = 0,4$ ؛ $P(n=1) = P_0 \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^1 = 0,24$

$P(n=2) = P_0 \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 = 0,144$ ؛ $P(n=3) = P_0 \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 = 0,0864$

$P(n > 3) = 1 - (0,4 + 0,24 + 0,144 + 0,0864) = 0,1296$ (01)

حل التمرين (03)

تعيين أطول مسار ممكن للمشي باستخدام طريقة الكلفة (البرمجة الديناميكية)

(S4) :

$C_4^*(8) = 0$ (0,75)

(S3) :

$C_3^*(5) = \max(C_4^*(8) + c(8,5)) = \max(0+140) = 140$ (0,75)

$C_3^*(6) = \max(C_4^*(8) + c(8,6)) = \max(0+180) = 180$ (0,75)

$C_3^*(7) = \max(C_4^*(8) + c(8,7)) = \max(0+200) = 200$ (0,75)

(S2) :

$C_2^*(2) = \max(C_3^*(5) + c(5,2) ; C_3^*(6) + c(6,2) ; C_3^*(7) + c(7,2))$
$= \max(140+80 ; 180+100 ; 200+90)$
$= \max(220 ; 280 ; 290) = 290$ (0,75)

$C_2^*(3) = \max(C_3^*(5) + c(5,3) ; C_3^*(6) + c(6,3) ; C_3^*(7) + c(7,3))$
$= \max(140+110 ; 180+120 ; 200+150)$
$= \max(250 ; 300 ; 350) = 350$ (0,75)

$C_2^*(4) = \max(C_3^*(5) + c(5,4) ; C_3^*(6) + c(6,4) ; C_3^*(7) + c(7,4))$
$= \max(140+140 ; 180+150 ; 200+170)$
$= \max(280 ; 330 ; 370) = 370$ (0,75)

(S1) :

$C_1^*(1) = \max(C_2^*(2) + c(2,1) ; C_2^*(3) + c(3,1) ; C_2^*(4) + c(4,1))$
$= \max(290+150 ; 350+60 ; 370+80)$
$= \max(440 ; 410 ; 450) = 450$ (0,75)

(5)

٥١٥

٥١٥

أطول مسار ممكن هو = 8 - 7 - 4 - 1

طوله = ٤٢٥ م

انتهى