التصحيح النموذجي لامتحان الدورة العادية
في مادة الأساليب الكمية في التسيير 2

الجزء النظري: (06 نقاط)

1- الهدف من التحليل العنقودي هو تصنيف الوحدات الاصلية في مجموعات متجانسة داخليا ومتمايزة خارجيا. صحيح (0,5)

2- التحليل التمييزي يصلح لتصنيف الأفراد ضمن مجموعات معروفة مسبقا اعتمادا على متغيرات كمية. صحيح. (0,5)

3- في التحليل اللوجستي، يجب أن يكون المتغير التابع كميا وموزعا توزيعا طبيعيا. خطأ. (0,5)

التصحيح: المتغير التابع في التحليل التمييزي يكون نوعيا، بينما تكون المتغيرات المستقلة كمية. (0,5)

4- يسمح التحليل اللوجستي بإدخال متغيرات كمية ونوعية (صنفية) في النموذج التنبؤي. صحيح. (0,5)

5- يجب أن تكون الارتباطات بين المتغيرات مرتفعة لتبرير استخدام التحليل العاملي. خطأ (0,5)

التصحيح: نفضل أن تكون الارتباطات بين المتغيرات معتدلة إلى مرتفعة، ولكن ليست مرتفعة جدا لتجنب مشكلة الازدواج الخطي. (0,5)

6- عدد العوامل المستخرجة في التحليل العاملي يجب أن يكون مساويا لعدد المتغيرات الأصلية. خطأ. (0,5)

التصحيح: الهدف من التحليل العاملي هو تقليل عدد المتغيرات الأصلية إلى أقل عدد من العوامل. (0,5)

حل التمرين (01): (06 نقاط)

1- حساب مصفوفة البواعد الأصلية (D):

$$d(A,B) = \sqrt{(4-6)^2 + (20000-22000)^2} = \sqrt{4000004} \approx 2000 \quad (0,5)$$

$$d(A,C) = \sqrt{(4-14)^2 + (20000-7000)^2} = \sqrt{169000100} \approx 13000 \quad (0,5)$$

$$d(A,D) = \sqrt{(4-12)^2 + (20000-9000)^2} = \sqrt{121000064} \approx 11000 \quad (0,5)$$

0,5 $d(C,B) = \sqrt{(6-14)^2 + (22000 - 7000)^2} = \sqrt{225000064} \simeq 15000$

0,5 $d(B,D) = \sqrt{(6-12)^2 + (22000 - 9000)^2} = \sqrt{169000036} \simeq 13000$

0,5 $d(C,D) = \sqrt{(14-12)^2 + (7000 - 9000)^2} = \sqrt{4000004} \simeq 2000$

$$D = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & \boxed{2000} & 13000 & 11000 \\ & 0 & 15000 & 13000 \\ & & 0 & 2000 \\ & & & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$ Min-value

0,5 Cluster 1 = {A, B} ; Cluster 2 = {C, D}

$$d_1 = \begin{array}{c} \\ (A,B) \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} (A,B) & C & D \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 8500 & 12000 \\ & 0 & \boxed{2000} \\ & & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$ Min-value

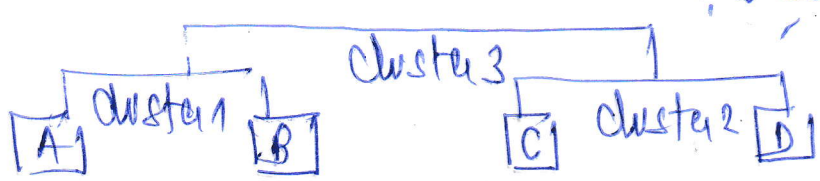
$$d_1((A,B),C) = \frac{d(A,C) + d(B,C)}{2} = \frac{2000 + 15000}{2} = 8500$$ 0,5

$$d_1((A,B),d) = \frac{d(A,D) + d(B,D)}{2} = \frac{11000 + 13000}{2} = 12000$$ 0,5

$$d_2 = \begin{array}{c} \\ A,B \\ (C,D) \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} (A,B) & (C,D) \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 10250 \\ & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

$$d_2((A,B),(C,D)) = \frac{d((A,B),C) + d((A,B),d)}{2} = \frac{8500 + 12000}{2} = 10250$$ 0,5

تمثيل الشجرة الهرمية :



حل التمرين (02) :

استخراج تحليل العاملي :

1- حساب $X'X$:

$$X'X = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (01)$$

2- إيجاد القيم الذاتية :

$$\det(X'X - \lambda I) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & -1 \\ 0 & 1-\lambda & -1 \\ -1 & -1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-\lambda) \begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 \\ -1 & 2-\lambda \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 1-\lambda \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-\lambda)[(1-\lambda)(2-\lambda)-1] - (1-\lambda) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-\lambda)\lambda(-3+\lambda) = 0$$

ومنه :

$$\begin{cases} 1-\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 1 \\ \lambda = 0 \\ -3+\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 3 \end{cases}$$

(01) (01) (01)

$\lambda_1 = 1$ ∨ $\lambda_2 = 0$ ∨ $\lambda_3 = 3$

ومنه :

3- إيجاد الأشعة الذاتية الموافقة للقيم الذاتية :

$\lambda_1 = 1$

$$(X'X - \lambda_1 I)\, U_1 = 0_{\mathbb{R}^3} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1-\lambda_1 & 0 & -1 \\ 0 & 1-\lambda_1 & -1 \\ -1 & -1 & 2-\lambda_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -z = 0 \\ -x - y + z = 0 \\ -x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow -x = y$$

$$u_1 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -x \\ 0 \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad : \text{tìm}$$

$$\|u_1\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} = \sqrt{2}$$

$$u_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} (1)$$

$\lambda_2 = 0$:

$$(X'X - \lambda_2 I)\, u_2 = 0_{\mathbb{R}^3}$$

$$\begin{pmatrix} 1-\lambda_2 & 0 & -1 \\ 0 & 1-\lambda_2 & -1 \\ -1 & -1 & 2-\lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - z = 0 \\ y - z = 0 \\ -x - y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = z \\ y = z \\ -z - z + 2z = 0 \end{cases} \quad (\text{luôn})$$

$$u_2 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix} = z \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\|u_2\| = \sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{3}$$

$$u_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (1)$$

$\lambda_3 = 3$

$$(X'X - \lambda_3 I)\, u_3 = 0_{\mathbb{R}^3}$$

$$(=) \quad \begin{pmatrix} 1-\lambda_3 & 0 & -1 \\ 0 & 1-\lambda_3 & -1 \\ -1 & -1 & 2-\lambda_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(=) \quad \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$(=) \quad \begin{cases} -2x - z = 0 \\ -2y - z = 0 \\ -x - y - z = 0 \end{cases} \quad (=) \quad \begin{cases} x = -\frac{z}{2} \\ y = -\frac{z}{2} \\ \frac{z}{2} + \frac{z}{2} - z = 0 \end{cases} \quad (\text{réel})$$

$$u_3 = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{z}{2} \\ -\frac{z}{2} \\ z \end{pmatrix} = z \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\|u_3\| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{6}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$u_3 = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2\sqrt{\frac{3}{2}}} \\ \frac{-1}{2\sqrt{\frac{3}{2}}} \\ \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}}} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Ainsi