الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية		وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف ميلة	معهد العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير	قسم العلوم التجارية
المدة: ساعة ونصف	2024/2023	تخصص: مالية وتجارة دولية

التصحيح النموذجي مرفق بسلم النقيط في مادة الاقتصاد القياسي، السداسي السادس – السنة الثالثة

التمرين 01: أولا نقوم بحساب $\bar{X}$ و $\bar{Y}$:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{20} X_i}{n} = \frac{2817.9}{20} = 140.895 \quad \dots 0.5$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{20} Y_i}{n} = \frac{1574.8}{20} = 78.74 \quad \dots 0.5$$

ثانيا نقوم بحساب المقدرات $\hat{\beta}_1$ ثم $\hat{\beta}_0$:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{20}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{20}(X_i - \bar{X})^2} = \frac{776,434}{18921,83} \approx 0.041 \dots 1.5$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} = 78.74 - 0.041 \times 140.895 = 72.96 \quad \dots 0.5$$

ومنه؛ يمكننا كتابة النموذج المقدر كما يلي:

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 X_i + \hat{\beta}_0 \qquad \hat{Y}_i = 0.41 X_i + 72.96 \quad \dots 0.5$$

نحسب الآن تباين البواقي بالاعتماد على القانون التالي كما يلي:

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{\mu}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\mu}_i^2}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^{20} \hat{\mu}_i^2}{20-2} = \frac{7.9682}{18} \approx 0.44 \dots 1$$

والان وباستخدام قيمة تباين البواقي $\hat{\sigma}^2_{\hat{\mu}}$، نستطيع حساب تباين المقدرات $\hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_0$ على التوالي كما يلي:

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}_1} = var(\hat{\beta}_1) = \frac{\hat{\sigma}^2_{\hat{\mu}}}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})} = \frac{\hat{\sigma}^2_{\hat{\mu}}}{\sum_{i=1}^{20}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})} = \frac{0.44}{776,434} = 0.000566 \dots 1$$

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}_0} = var(\hat{\beta}_0) = \frac{\hat{\sigma}^2_{\hat{\mu}}}{n} + \bar{X}^2 \times \hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}_1} = \frac{0.44}{20} + (140.895)^2 \times 0.000566 = 11.257 \approx 11.26 \dots 1$$

حساب الأخطاء المعيارية، والذي يمثل الجذر التربيعي للتباينات كما يلي:

$$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1} = \sqrt{var(\hat{\beta}_1)} = \sqrt{0.000566} = 0.237 \approx 0.24 \dots 1$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0} = \sqrt{var(\hat{\beta}_0)} = \sqrt{11.26} = 3.355 \approx 3.36 \dots 1$$

اختبار الفرضيات: بعدما تحصلنا على مجالات الثقة للمعلمات، نقوم الآن بإختبار الفرضيات كما يلي:

$$\begin{cases} H_0: \beta_1 = 0 \\ H_1: \beta_1 \neq 0 \end{cases} \dots 0.5$$

وبما أننا نختبر فرضية العدم، يصبح لدينا: $t_c = \frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}}$

لدينا: $t_c = \frac{0.041}{0.24} = 0.17$ ... 0.5

ولدينا: $t_{\left(\frac{\alpha}{2};n-2\right)} = t_{\left(\frac{0.05}{2};20-2\right)} = t_{(0.025;18)} = 2.643$

وعند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ ودرجة حرية $n - 2 = 20 - 2 = 18$ نلاحظ ما يلي ...1

$$|t_c| = 0.17 \leq 2.101 \text{ ... } 0.5$$

وعليه نقوم بقبول فرضية العدم H_0 ونرفض الفرضية البديلة والتي مفادها ان β_1 غير معنوي في النموذج....1

وبنفس الكيفية نقوم بإختبار معنوية المعلمة β_0 كما يلي:

$$\begin{cases} H_0: \beta_0 = 0 \\ H_1: \beta_0 \neq 0 \end{cases} \text{ ... } 0.5$$

لدينا: $t_c = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}}$ وبما أننا نختبر فرضية العدم، يصبح لدينا: $t_c = \frac{\hat{\beta}_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}}$

لدينا: $t_c = \frac{72.96}{3.36} = 21.71$ ... 0.5

ولدينا: $t_{\left(\frac{\alpha}{2};n-2\right)} = t_{\left(\frac{0.05}{2};20-2\right)} = t_{(0.025;18)} = 2.101$

وعند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ ودرجة حرية $n - 2 = 20 - 2 = 18$ نلاحظ ما يلي:

$$|t_c| = 21.71 > 2.643 \text{ ... } 0.5$$

وعليه نقوم برفض فرضية العدم H_0 ونقبل الفرضية البديلة H_1 والتي مفادها ان β_0 معنوي في النموذج.....0.5

جواب التمرين 02:

$$|x'x| = \begin{vmatrix} \sum x_1^2 & \sum x_1 x_2 \\ \sum x_1 x_2 & \sum x_2^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 178.73 & 68.53 \\ 68.53 & 34.25 \end{vmatrix} = (178.73)(34.25) - (68.53)(68.53)$$

$$= 6121{,}5025 - 4695{,}675625 \approx 1425{,}83 \text{ ... } 2$$

$$adj(x'x) = \begin{bmatrix} 34.25 & -68.53 \\ -68.53 & 178.73 \end{bmatrix} \text{ ... } 0.5$$

$$(x'x)^{-1} = \frac{1}{1425{,}83}\begin{bmatrix} 34.25 & -68.53 \\ -68.53 & 178.73 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{34.25}{1425{,}83} & \frac{-68.53}{1425{,}83} \\ \frac{-68.53}{1425{,}83} & \frac{178.73}{1425{,}83} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}02402109 & -0{,}04806323 \\ -0{,}04806323 & 0{,}04961620 \end{bmatrix} \text{ ... } 2$$

$$x'y = \begin{bmatrix} \sum x_1 y \\ \sum x_2 y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 85.33 \\ 35.58 \end{bmatrix} \text{ ... } 0.5$$

$$\hat{\beta} = (x'x)^{-1}x'y = \begin{bmatrix} 0{,}02402109 & -0{,}04806323 \\ -0{,}04806323 & 0{,}04961620 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 85.33 \\ 35.58 \end{bmatrix} \text{ ... } 1$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}3396298863 \\ -2{,}3358910199 \end{bmatrix} \text{ ... } 01$$