امتحان النهائي للسداسي الثاني في مقياس الطرق العددية

Final exam for the second semester in numerical methods

التمرين الاول

باستعمال طريقة التقريبات المتتابعة (او طريقة النقطة الثابتة fixed point method) اوجد الحل التقريبي الاول الذي ينتمي الى المجال [1،2] بتقريب قدره $\varepsilon = 0.01$ للمعادلة $f(x) = 0$ حيث: $f(x) = x^2 + 3e^x - 12$

باتباع الخطوات التالية:

1. اكتب المعادلة $f(x) = 0$ على الشكل $x = g(x)$ (اقترح ثلاث اشكال على الاقل g_1, g_2, g_3).
2. ادرس شروط التقارب لكل شكل من الاشكال المقترحة.
3. اختر g المتقاربة و ابدأ بتطبيق طريقة النقطة الثابتة من منتصف المجال و احرص على حساب دقة القياس ε في كل مرة، توقف عند الوصول الى الدقة المطلوبة.

التمرين الثاني

1. باستعمال طريقة شبه المنحرف، احسب التكامل $\int_1^2 \ln x \ dx$ باخذ خطوة التكامل $h = 0.2$. قارن النتيجة التقريبية مع النتيجة المضبوطة بحساب "خطأ الحساب ΔI.
2. تاكد من صحة العلاقة:

$$\left|I_{exacte}(f) - I_{trap}(f)\right| \leq \frac{b-a}{12} . h^2 . max_{x\in[1,2]}|f''|$$

التمرين الثالث

لتكن المعادلة التفاضلية التالية:

$$\begin{cases} y' = -y + x + 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

احسب تقريب $y(0.4)$ بطريقة Euler علما ان h=0.1، ثم احسب القيمة المضبوطة علما ان حل هذه المعادلة التفاضلية هو: $y(x) = x + e^x$.

التمرين الرابع

احسب التكرارات الثلاثة الاولى بطريقة Jaccobi لنظام المعادلات الخطية التالي:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \ x^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

بالتوفيق