ملخص الإحصاء 4

بعض الرموز الهامة

	معالم المجتمع (ثابتة)	احصاءة أو احصائية العينة (متغيرة)
المتوسط الحسابي	μ	$\bar{X}$
التباين	σ^2	S^2
الانحراف المعياري	σ	S
النسبة	P	$\hat{P}$
بحيث: N: حجم المجتمع n: حجم العينة	$\mu = \frac{\sum X_i}{N}$ ملاحظة: $E(X) = \mu$	$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$
	$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{N}$ $V(X) = \sigma^2$,	$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$

توزيع المعاينة

	عدد العينات	وسط المعاينة	تباين المعاينة	الانحراف المعياري للمعاينة
المعاينة بالارجاع $\frac{n}{N} < 0.05$	N^n	$\mu_{\bar{X}} = \mu$	$\delta^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n}$	$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

	$V(\bar{X}) = \sigma^2_{\bar{X}}$			
$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{N-n}/_{N-1}$	$\delta^2_{\bar{x}} = \frac{\sigma^2}{n}(\frac{N-n}{N-1})$	$\mu_{\bar{X}} = \mu$	$C_N^n = \frac{N!}{n!\,(N-n)!}$	المعاينة بدون ارجاع $\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{N}} \geq \mathbf{0.05}$

توزيع المعاينة للمتوسط $\bar{X}$

		في حالة السحب بالارجاع		في حالة السحب بدون ارجاع و $n \geq 30$ نضرب التباين في معامل التصحيح او الارجاع $\frac{N-n}{N-1}$	
المجتمع	تباين المجتمع σ^2	حجم العينة n	توزيع المتوسط الحسابي للعينة هو:	يتم حساب الاحتمالات للمتغير العشوائي $\bar{X}$ من خلال العلاقة:	توزيع المتوسط الحسابي للعينة هو:	يتم حساب الاحتمالات للمتغير العشوائي $\bar{X}$ من خلال العلاقة:
طبيعي	معلوم (σ^2معلوم)	$n \geq 30$ أو $n < 30$	$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$	$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim N(0,1)$	$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\frac{N-n}{N-1}\right)$	$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\frac{N-n}{N-1}}} \sim N(0,1)$
طبيعي	(σ^2مجهول)	$n \geq 30$	$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{S^2}{n})$	$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{S^2/n}} \sim N(0,1)$	$\bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{S^2}{n}\frac{N-n}{N-1}\right)$	$Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\frac{S^2}{n}\frac{N-n}{N-1}}} \sim N(0,1)$
		$n < 30$	$\bar{X} \sim t\,(n-1)$	$T = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{S^2/n}} \sim t(n-1)$		

مجتمع غير طبيعي (توزيع المجتمع غير معلوم)	معلوم (σ^2معلوم)	$n \geq 30$	$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.	$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim N(0,1)$		

توزيع المعاينة للنسبة في العينة

نسبة المجتمع نرمز لها بالرمز ρ	النسبة في العينة المجتمع نرمز لها بالرمز $\hat{\rho}$
$\rho = \frac{X}{N}$ **بحيث:** **X: عدد مفردات المجتمع التي تتوفر فيهم الصفة المدروسة** **N: عدد مفردات المجتمع** **q:نسبة عدم توفر الصفة المدروسة في المجتمع** $q = 1 - \rho$ **بحيث:** $\rho + q = 1$	$\hat{\rho} = \frac{x}{n}$ بحيث: x: عدد مفردات العينة التي تتوفر فيهم الصفة المدروسة n: عدد مفردات العينة $\hat{q}$:نسبة عدم توفر الصفة المدروسة في العينة $\hat{q} = 1 - \hat{\rho}$ بحيث: $\hat{\rho} + \hat{q} = 1$

- **المتوسط الحسابي والتباين لتوزيع معاينة النسبة**

المتوسط الحسابي لتوزيع معاينة النسبة	$\mu_{\hat{p}} = \rho$

التباين لتوزيع معاينة النسبة	في حالة السحب بالإرجاع أو $\frac{n}{N} < 0.05$	في حالة السحب بدون إرجاع أو $\frac{n}{N} \geq 0.05$
	$\sigma^2_{\hat{p}} = \frac{pq}{n}$	$\sigma^2_{\hat{p}} = \frac{pq}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)$

- **شكل توزيع المعاينة للنسبة**

تطبيقا لنظرية النهاية المركزية:

إذا كان حجم العينة $n \geq 30$ و $np \geq 5$ و $nq \geq 5$

فإن توزيع $\hat{P}$ يقترب من التوزيع الطبيعي الذي وسطه p وتباينه $\frac{pq}{n}$ ، ونكتب:

$$\hat{P} \rightsquigarrow N\left(p, \frac{pq}{n}\right)$$

أما التوزيع الطبيعي المعياري فيكون:

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

ملاحظة:

- ✓ في حالة السحب بدون إرجاع نضرب تباين العينة في معامل التصحيح
- ✓ إذا كانت **p** مجهولة تستبدل بـ $\hat{p}$.

توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين (مسحوبتين من مجتمعين مستقلين)

- **المتوسط الحسابي والتباين لتوزيع معاينة الفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين**

المتوسط الحسابي	$\mu_{\bar{X}_1-\bar{X}_2} = \mu_1 - \mu_2$
التباين	$\sigma^2_{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)} = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_1^2}{n_2}$

- **شكل توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين**

المجتمعين	تباين المجتمعين σ_1^2 و σ_2^2	حجم العينة n_1 و n_2	توزيع الفرق بين متوسطي العينتين هو:	يتم حساب الاحتمالات للمتغير العشوائي $\bar{X}$ من خلال العلاقة:

$Z=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}\sim N(0,1)$	$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)\sim N(\mu_1-\mu_2,\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2})$	n_1 و n_2 كبيرين أو صغيرين	معلومين (σ_1^2 و σ_2^2معلومين)	طبيعيين مستقلين
$Z=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}\sim N(0,1)$	$(\bar{X}_1-\bar{X}_2)\sim N(\mu_1-\mu_2,\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2})$	n_1 و n_2 كبيرين	(σ_1^2 وσ_2^2مجهولين)	
$T=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{(\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2})}}\sim t(n_1+n_2-2)$	$\bar{X}_1-\bar{X}_2\sim t\,(n_1+n_2-2)$	n_1 و n_2 صغيرين أو أحدهما صغير	(σ_1^2 وσ_2^2مجهولين) وغيرمتساويين $\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$	
$T=\frac{(\bar{X}_1-\bar{X}_2)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{S_P^2(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}\sim t(n_1+n_2-2)$ بحيث: $S_P^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$			(σ_1^2 وσ_2^2مجهولين) ومتساويين $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$	

توزيع المعاينة للفرق بين متوسطي عينتين غير مستقلتين (مسحوبتين من مجتمعين غير مستقلين)

	حجم العينة	توزيع الوسط الحسابي هو:	بحيث:	يتم حساب الاحتمالات للمتغير العشوائي $\bar{D}$ من خلال العلاقة:
مجتمعان طبيعيان مرتبطان	$n \geq 30$	$\bar{D} \sim N(\mu_D, \frac{\sigma_D^2}{n})$	$\bar{D} = \frac{\sum d_i}{n}$ $d_i = X_i - Y_i$ $S_D^2 = \frac{\sum(d_i - \bar{D})^2}{n-1}$ $S_D = \sqrt{\frac{\sum(d_i - \bar{D})^2}{n-1}}$	$Z = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\sqrt{\frac{\sigma_D^2}{n}}} \sim N(0,1)$
	$n < 30$	$\bar{D} \sim t(n-1)$		$T = \frac{\bar{D} - \mu_D}{\sqrt{\frac{S_D^2}{n}}} \sim t(n-1)$

توزيع المعاينة للفرق بين نسبتي عينتين

	حجم العينة	توزيع الفرق بين نسبتي العينتين هو:	يتم حساب الاحتمالات للفرق بين نسبتي

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>العينتين من خلال العلاقة:</td></tr>
<tr><td>مجتمعان يخضع كل منهما لتوزيع برنولي</td><td>$n \geq 30$</td><td>$(\widehat{P_1} - \widehat{P_2}) \sim N\left(p_1 - p_2, \frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}\right)$</td><td>$Z = \frac{(\widehat{P_1} - \widehat{P_2}) - p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \sim N(0,1)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">بحيث:
• متوسط الفرق بين نسبتي العينتين
$\mu_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \mu_{\hat{p}_1} - \mu_{\hat{p}_2} = p_1 - p_2$
• تباين الفرق بين نسبتي العينتين
$\mu_{\hat{p}_1 - \hat{p}_2} = \mu_{\hat{p}_1} - \mu_{\hat{p}_2} = p_1 - p_2$</td></tr>
</table>

توزيع المعاينة للتباين:

إذا كان S^2 هو تباين عينة مسحوبة من مجتمع طبيعي متوسطه μ وتباينه σ^2 فإن $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ يتبع توزيع كاي مربع بدرجة حرية $\vartheta = n-1$ أي

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \lambda^2_{n-1}$$

توزيع المعاينة للنسبة بين تبايني عينتين:

إذا سحبت عينة حجمها n_1 وتباينها S_1^2 من مجتمع $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ وعينة أخرى حجمها n_2 وتباينها S_2^2 من مجتمع $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ مستقل عن المجتمع الأول فإن:

$$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \rightsquigarrow F_{n_1-1, n_2-1}$$

نظرية التقدير:

1- التقدير النقطي:

2- التقدير بمجالات الثقة

مجال الثقة لمتوسط المجتمع μ

		مجال الثقة لمتوسط المجتمع μ هو:
تباين المجتمع σ^2 معلوم	$n \geq 30$ أو $n < 30$	$P\left[\bar{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = 1-\alpha$ أي أن مجال الثقة للمتوسط μ هو: $\left[\bar{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$ بمستوى $100(1-\alpha)\ \%$ من الثقة.
تباين المجتمع σ^2 **مجهول**	حجم العينة $n \geq 30$	$\left[\bar{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$
	حجم العينة $n < 30$	$\left[\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$ $\vartheta = n - 1$

ملاحظة:

عند تقدير متوسط المجتمع μ بمتوسط العينة $\bar{X}$ يرتكب خطأ يسمى الخطأ المطلق للتقدير وهو القيمة المطلقة للفرق بين المقدر النقطي $\bar{X}$ والمتوسط المجهول μ ، وبفرض أن حد الخطأ الأكبر المسموح به والذي يتم تحديده من قبل الباحث مسبقا هو:

$$d = \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

فبحل المتباينة:

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq d$$

يمكن تحديد حجم العينة المناسب لعدم تجاوز حد الخطأ الأكبر كما يلي:

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq d \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \frac{d}{\sigma Z_{1-\frac{\alpha}{2}}} \Rightarrow n \geq \left(\frac{\sigma Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{d} \right)^2$$

وإذا كان σ مجهول نستبدله بتقديره غير المتحيز S.

مجال الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين

			مجال الثقة لمتوسطي المجتمعين هو:
تباين المجتمعين معلومين σ_1^2 و σ_2^2 معلومين	$n \geq 30$ أو $n < 30$		$\left[(\bar{X}-\bar{Y}) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq (\mu_1-\mu_2) \leq (\bar{X}-\bar{Y}) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right] = 1-\alpha$ **أو** أي أن مجال الثقة للمتوسط للفرق $\mu_1-\mu_2$ بمستوى ثقة $100(1-\alpha)$ % من الثقة هو: $\left[(\bar{X}-\bar{Y}) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}, (\bar{X}-\bar{Y}) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right]$
ملاحظة: إذا كانت العينات العشوائية المسحوبة من مجتمعين غير طبيعيين ذات تباينين σ_1^2 و σ_2^2 معلومين وحجم كل منهما يفوق أو يساوي 30 يمكن تطبيق نظرية النهاية المركزية والحصول على نفس المجال السابق الذي يكون تقريبيا.			
تباين المجتمعين مجهولين σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين	حجم العينة $n \geq 30$		$\left[(\bar{X}-\bar{Y}) - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}, (\bar{X}-\bar{Y}) + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}\right]$
	حجم العينة $n < 30$	σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين وغير متساويين	$\left[(\bar{X}-\bar{Y}) - t_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}, (\bar{X}-\bar{Y}) + t_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}\right]$ $\vartheta = n_1 + n_2 - 2$

		σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين و متساويين	$\left[(\bar{X}-\bar{Y})-t_{1-\frac{\alpha}{2}}S_P\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}},(\bar{X}-\bar{Y})+t_{1-\frac{\alpha}{2}}S_P\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}\right]$ $\vartheta = n_1 + n_2 - 2$

مجال الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين مرتبطين

	مجال الثقة للفرق بين متوسطي مجتمعين مرتبطين μ_D بمستوى $(1-\alpha)100\%$ من الثقة هو:
$n \geq 30$	$\left[\bar{D}-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}},\bar{D}+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}\right]$
$n < 30$	$\left[\bar{D}-t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S_D}{\sqrt{n}},\bar{D}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S_D}{\sqrt{n}}\right]$ $\vartheta = n - 1$

مجال الثقة للنسبة في المجتمع

	مجال الثقة للنسبة في المجتمع P بمستوى $(1-\alpha)100\%$ من الثقة هو:
حالة العينة المستقلة (السحب بالارجاع)	$\left[\hat{p}-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\hat{p}+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right]$

حالة العينة غير المستقلة (السحب بدون الارجاع)	$$\left[\hat{p}-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)},\hat{p}+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}\left(\frac{N-n}{N-1}\right)}\right]$$
ملاحظة:	عند تقدير نسبة المجتمع p يرتكب خطأ يسمى الخطأ المطلق للتقدير هو: $$d=Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}$$ وإذا تم تحديد أكبر خطأ مسموح به في التقدير يمكن حساب حجم العينة اللازم لتحقيق ذلك الحد من الخطأ، وبناءا عليه يكون حجم العينة المطلوب هو: $$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}\leq d\Rightarrow\sqrt{\frac{pq}{n}}\leq\frac{d}{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}\Rightarrow\frac{pq}{n}\leq\left(\frac{d}{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}\right)^2\Rightarrow n\geq pq\left(\frac{Z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{d}\right)^2$$

مجال الثقة للفرق بين نسبتي مجتمعين

	مجال الثقة للفرق بين نسبتي مجتمعين P_1-P_2 بمستوى $(1-\alpha)100\%$ (1-100) من الثقة هو:
	$$\left[(\hat{p}_1-\hat{p}_2)-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1}+\frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}},(\hat{p}_1-\hat{p}_2)+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1}+\frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}\right]$$

مجال الثقة لتباين المجتمع σ^2

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(\frac{\alpha}{2},n-1)}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2},n-1)}}$$

حيث:

S^2 : تمثل قيمة تباين العينة محسوب بالصيغة غير المتحيزة : $S^2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$

$\chi^2_{\left(n-1,\frac{\alpha}{2}\right)}$: تستخرج من جدول توزيع كاي مربع بدرجة حرية $n-1$

مجال الثقة لنسبة تبايني مجتمعين $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$

$$\left[\frac{S_1^2}{S_2^2 F\vartheta_{1.}\vartheta_{2;}\frac{\alpha}{2}}, \quad \frac{S_1^2}{S_2^2 F\vartheta_{1.}\vartheta_{2;}1-\frac{\alpha}{2}}\right]$$

بحيث:

$$\vartheta_1 = n_1 - 1$$
$$\vartheta_2 = n_2 - 1$$

اختبار الفرضيات للمتوسطات:

نعتمد في اختبار الفرضيات على الخطوات التالية:

صياغة الفرضية الصفرية والفرضية البديلة وهذا حسب نوع الاختبار:

*الفرضية الصفرية

$$H_0: \mu = \mu_0$$

*الفرضية البديلة:تأخذ أحد الأشكال التالية:

$H_1: \mu \neq \mu_0$ *(اختبار ذو طرفين)*

$H_1: \mu > \mu_0$ أو(اختبار ذو طرف واحد من اليمين)

$H_1: \mu < \mu_0$ *(اختبار ذو طرف واحد من اليسار)*

تحديد القيمة المحسوبة للاحصائية.

يتم تحديد القيمة المحسوبة اعتمادا على شكل التوزيع الذي اعتمدنا عليه

- تباين المجتمع معلوم ومنه التوزيع المعتمد عليه هو Z وعليه فان القيمة المحسوبة تحسب بالعلاقة التالية.

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

- **تباين المجتمع مجهول و** $n \geq 30$ ومنه التوزيع المعتمد عليه هو Z وعليه فان إحصاءة الاختبار هي:

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$

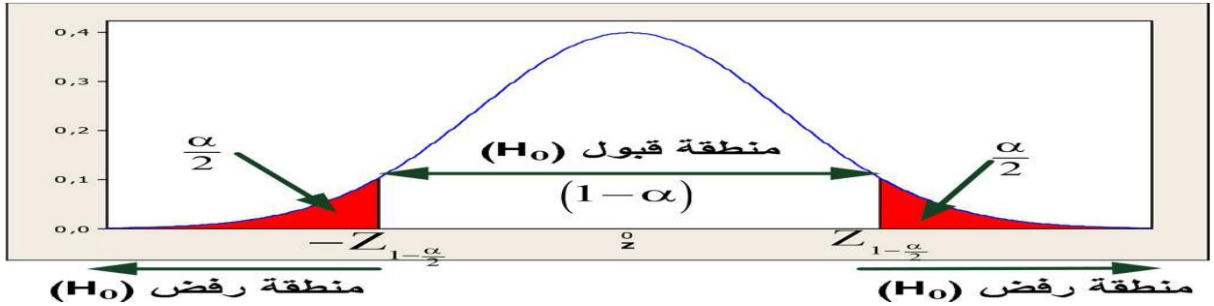
- تباين المجتمع مجهول حجم العينة $n < 30$ ومنه التوزيع المعتمد عليه هو T وعليه فان القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار تحسب بالعلاقة التالية.

$$T_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$$

حساب القيمة الجدولية : وهذا اعتمادا على التوزيع الذي اعتمدنا عليه ومستوى المعنوية α وبالتالي في هذه الخطوة نحدد أيضا منطقة قبول الفرضية الصفرية ومنطقة الرفض اعتمادا على شكل الفرضية،**فإذا افترضنا أن التوزيع المعتمد عليه هو Z *فإن منطقة قبول ومنطقة رفض الفرضية الصفرية* هي** كما يلي:

- **منطقة القبول والرفض في حالة اختبار ذو حدين:**

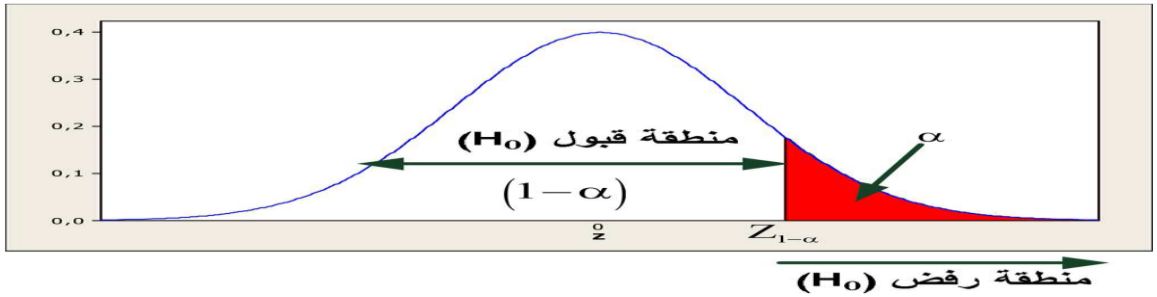
$$H_1: \mu \neq \mu_0$$



$$\begin{cases} Z_0 \epsilon \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \implies H_0 \text{الفرضيةقبول} \\ Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \implies H_0 \text{الفرضيةرفض} \end{cases}$$

- **منطقة القبول والرفض في حالة اختبار ذو حد واحد من اليمين:**

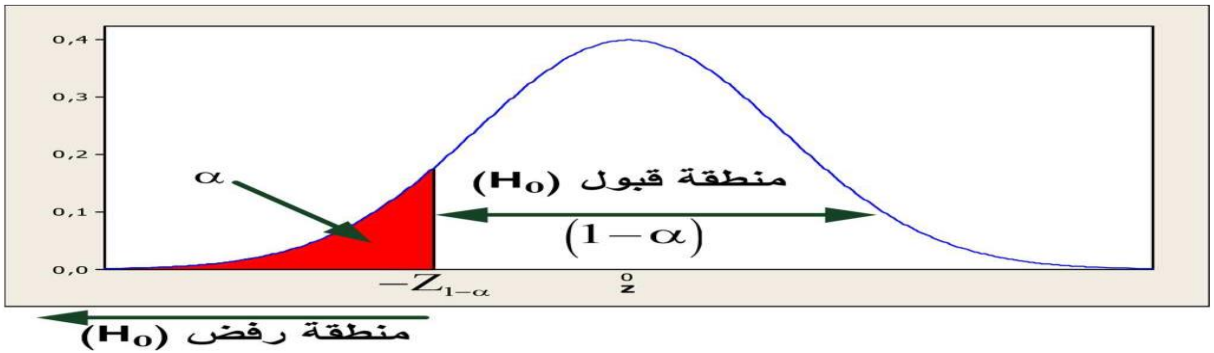
$$H_1: \mu > \mu_0$$



$$\begin{cases} Z_0 \leq Z_{1-\alpha} \implies H_0 \text{الفرضيةقبول} \\ Z_0 > Z_{1-\alpha} \implies H_0 \text{الفرضيةرفض} \end{cases}$$

- **منطقة القبول والرفض في حالة اختبار ذو حد واحد من اليسار:**

$$H_1: \mu < \mu_0$$



$$\begin{cases} Z_0 < -Z_{1-\alpha} \implies H_0 \text{رفض} \\ Z_0 \leq -Z_{1-\alpha} \implies H_0 \text{قبول} \end{cases}$$

اتخاد القرار:

يتم اتخاد القرار من خلال المقارنة بين القيمة المحسوبة والقيمة الجدولية

- ادا وقعت القيمة المحسوبة في منطقة القبول نقبل الفرضية الصفرية ونرفض الفرض البديل

ادا وقعت القيمة المحسوبة في منطقة الرفض نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرض البديل .

اختبارات الفرضيات حول الفرق بين متوسطي مجتمعين

يمكن التمييز بين حالتين:

-اختبارات الفرضيات حول الفرق بين متوسطي مجتمعين مستقلتين

-اختبارات الفرضيات حول الفرق بين متوسطي مجتمعين غير مستقلتين

اختبارات الفرضيات حول الفرق بين متوسطي مجتمعين مستقلتين

يمكن التمييز بين حالتين:

- التوزيعات الطبيعية المستقلة المعلومة التباين
- التوزيعات الطبيعية المستقلة المجهولة التباين

			إحصاءة الاختبار هي	القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار	*ويتم صياغة الفرضيات ومنطقة القبول والرفض كمايلي*
التوزيعات الطبيعية المستقلة المعلومة التباين	في حالة العينات الكبيرة او الصغيرة		$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow N(0,1)$	$Z_c = \frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	
التوزيعات الطبيعية المستقلة المجهولة التباين	**إذا كان حجم العينة $n \geq 30$**		$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow N(0,1)$	$Z_0 = \frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$	
	$n_1, n_2 < 30$ أو أحدهما أقل من 30	σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين وغير متساويين $(\sigma_1^2 \neq \sigma_1^2)$	$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow t_{n_1+n_2-2}$	$T_0 = \frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$	
		σ_1^2 و σ_2^2 مجهولين و متساويين $(\sigma_1^2 = \sigma^2)$	$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_P\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \rightsquigarrow t_{n_1+n_2-2}$ يستبدل S_P^2 بـ σ^2 حيث: $S_P^2 = \frac{S_1^2(n_1-1) + S_2^2(n_2-1)}{n_1+n_2-2}$	$T_0 = \frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{S_P\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$	

الفرضيات	منطقة قبول H_0	منطقة رفض H_0
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$	$Z_0 \epsilon \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$	$Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$	$Z_0 \leq Z_{1-\alpha}$	$Z_0 > Z_{1-\alpha}$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$	$Z_0 \geq -Z_{1-\alpha}$	$Z_0 < -Z_{1-\alpha}$

الفرضيات	منطقة قبول H_0	منطقة رفض H_0
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$	$T_0 \epsilon \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}, t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}\right]$	$T_0 \notin \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}, t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}\right]$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$	$T_0 \leq T_{1-\alpha,\vartheta}$	$T_0 > T_{1-\alpha,\vartheta}$
$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$	$T_0 \geq -T_{1-\alpha,\vartheta}$	$T_0 < -T_{1-\alpha,\vartheta}$
درجة الحرية ϑ	$\vartheta = n_1 + n_2 - 2$	

اختبارات الفرضيات حول الفرق بين متوسطي مجتمعين غير مستقلتين

	إحصاءة الاختبار هي	القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار	*ويتم صياغة الفرضيات ومنطقة القبول والرفض كمايلي*
$n \geq 30$	$Z = \frac{\overline{D} - \mu_D}{\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}} \rightsquigarrow N(0,1)$	$Z_0 = \frac{\overline{D}}{\frac{\sigma_D}{\sqrt{n}}} \rightsquigarrow N(0,1)$	الفرضيات / منطقة قبول H_0 / منطقة رفض H_0 $H_0: \mu_d = 0$ ، $H_1: \mu_d \neq 0$ ؛ $Z_0 \in \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$ ؛ $Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$ $H_0: \mu_d = 0$ ، $H_1: \mu_d > 0$ ؛ $Z_0 \leq Z_{1-\alpha}$ ؛ $Z_0 > Z_{1-\alpha}$ $H_0: \mu_d = 0$ ، $H_1: \mu_d < 0$ ؛ $Z_0 \geq -Z_{1-\alpha}$ ؛ $Z_0 < -Z_{1-\alpha}$
$n < 30$	$T = \frac{\overline{D} - \mu_D}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}} \rightsquigarrow t_{n-1}$	$T_0 = \frac{\overline{D}}{\frac{S_D}{\sqrt{n}}}$	الفرضيات / منطقة قبول H_0 / منطقة رفض H_0 $H_0: \mu_d = 0$ ، $H_1: \mu_d \neq 0$ ؛ $T_0 \in \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}, t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}\right]$ ؛ $T_0 \notin \left[-t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}, t_{1-\frac{\alpha}{2},\vartheta}\right]$ $H_0: \mu_d = 0$ ، $H_1: \mu_d > 0$ ؛ $T_0 \leq T_{1-\alpha,\vartheta}$ ؛ $T_0 > T_{1-\alpha,\vartheta}$ $H_0: \mu_d = 0$ ، $H_1: \mu_d < 0$ ؛ $T_0 \geq -T_{1-\alpha,\vartheta}$ ؛ $T_0 < -T_{1-\alpha,\vartheta}$ درجة الحرية ϑ ؛ $\vartheta = n - 1$

اختبار الفرضيات حول النسبة في المجتمع

إحصاءة الاختبار هي	القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار	

$\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \rightsquigarrow N(0,1)$	$Z_0 = \frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$	الفرضيات	منطقة قبول H_0	منطقة رفض H_0
		$H_0: p = p_0$ $H_1: p \neq p_0$	$Z_0 \epsilon \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$	$Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$
		$H_0: p = p_0$ $H_1: p > p_0$	$Z_0 \leq Z_{1-\alpha}$	$Z_0 > Z_{1-\alpha}$
		$H_0: p = p_0$ $H_1: p < p_0$	$Z_0 \geq -Z_{1-\alpha}$	$Z_0 < -Z_{1-\alpha}$

اختبار الفرضيات حول الفرق بين نسبتي مجتمعين

إحصاءة الاختبار هي	القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار			
$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \rightsquigarrow N(0,1)$	$Z_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)((1-p)p)}}$ ويمكن أن نستبدل p بتقديرها غير المتحيز $\hat{p}$ بحيث: $\hat{p} = \frac{x+y}{n_1+n_2}$ وتصبح قيمة الإحصاءة: $Z_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)((1-\hat{p})\hat{p})}}$	الفرضيات	منطقة قبول H_0	منطقة رفض H_0
		$H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 \neq p_2$	$Z_0 \epsilon \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$	$Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right]$
		$H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 > p_2$	$Z_0 \leq Z_{1-\alpha}$	$Z_0 > Z_{1-\alpha}$
		$H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 < p_2$	$Z_0 \geq -Z_{1-\alpha}$	$Z_0 < -Z_{1-\alpha}$

اختبار الفرضيات حول تباين مجتمع:

إحصاءة الاختبار هي	القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار	

الفرضيات	منطقة قبول H_0	منطقة رفض H_0
$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\lambda_0^2 \epsilon \left[\lambda^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}, \lambda^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\right]$	$\lambda_0^2 \notin \left[\lambda^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}, \lambda^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}\right]$
$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$	$\lambda^2 \leq \lambda^2_{\alpha,n-1}$	$\lambda^2 > \lambda^2_{\alpha,n-1}$
$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 < \sigma_0^2$	$\lambda^2 \leq \lambda^2_{1-\alpha,n-1}$	$\lambda^2 > \lambda^2_{1-\alpha,n-1}$

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \lambda^2_{n-1}$$

$$\lambda_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

اختبار الفرضيات حول تساوي تباييني مجتمعين

إحصاءة الاختبار هي	القيمة المحسوبة لاحصاءة الاختبار	**الفرضيات تكون حسب الحالات التالية:**	وتكون قاعدة اتخاذ القرار إذا كانت الفرضية البديلة ذات الطرفين على الشكل التالي:
$F = \frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \rightsquigarrow F_{n_1-1,n_2-1}$	$F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2}$	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ أو $H_1: : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ أو	$\begin{cases} F_0 \epsilon \left[F_{\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}, F_{1-\frac{\alpha}{2},,n_1-1,n_2-1}\right] \Rightarrow H_0$ الفرضيةقبول $F_0 \notin \left[F_{\frac{\alpha}{2},n_1-1,n_2-1}, F_{1-\frac{\alpha}{2},,n_1-1,n_2-1}\right] \Rightarrow H_0$ الفرضيةرفض $\end{cases}$