التصحيح النموذجي لامتحان مادة الاحصاء 4

حل التمرين الأول:

حساب احتمال أن يقل العمر الإنتاجي للمصابيح عن 900 ساعة: نقطتين

$$X \rightsquigarrow N(\mu;\sigma^2)$$

$$p(X<900)=p\left(\frac{X-\mu}{\sigma}<\frac{900-\mu}{\sigma}\right)=p\left(Z<\frac{900-800}{50}\right)=p(Z<2)$$
$$=0.9772$$

حساب احتمال أن يقل متوسط العمر الانتاجي للمصابيح عن 785 ساعة: نقطتين

σ معلوم ومنه:

$$Z=\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \rightsquigarrow N(0;1)$$

$$p(\bar{X}<785)=p\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}<\frac{785-800}{50\sqrt{16}}\right)=p(Z<-1.2)$$

$$=1-p(z<1.2)=0.1151$$

عدد المصابيح التي يقل متوسط عمرها الانتاجي عن 785 ساعة: 115 مصباحا نقطة

حل التمرين الثاني:

لدينا: $n_1, n_2 \geq 30$

ومنه:

$$Z=\frac{\hat{P}_1-\hat{P}_2-(P_1-P_2)}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1}+\frac{p_2q_2}{n_2}}} \rightsquigarrow N(0;1)$$ نصف نقطة

إذن مجال الثقة للفرق بين نسبتي التلاميذ الذين يعانون من ضعف البصر في المدرستين هو: نقطتين

$$\left[\hat{P}_1-\hat{P}_2-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1}+\frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}};\ \hat{P}_1-\hat{P}_2-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1}+\frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}\right]$$

بالتعويض نجد مجال الثقة للفرق بين نسبتي التلاميذ الذين يعانون من ضعف البصر هو: نقطة ونصف

$$\left[0.5-0.55-1.96\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{100}+\frac{(0.45)(0.55)}{120}};\ 0.5-0.55-1.96\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{100}+\frac{(0.45)(0.55)}{120}}\right]$$

$P_1 - P_2 \in [-0.18; 0.08]$ نصف نقطة

حل التمرين الثالث:

إيجاد مجال الثقة لمتوسط أرصدة دفاتر البريد عند مستوى الثقة 95%

لدينا: σ مجهول ومنه:

$$Z = \frac{\hat{X}-\mu}{S\sqrt{n}}$$ نقطة

$$\left[\hat{X} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}};\ \hat{X} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$ نقطتين

بالتعويض نجد:

$$\mu\epsilon\left[350 - 1.96\left(\frac{40}{6}\right)350 + 1.96\frac{40}{6}\right]$$ نقطة

$$\mu\epsilon[336.95; 363.05]$$ نصف نقطة

حساب الخطأ المرتكب: نصف نقطة

$$\boldsymbol{d} = \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\boldsymbol{d} = \pm 13.05$$

حل التمرين الرابع:

نريد اختبار الفرضيات التالية: نقطة

$$H_0: P_1 = P_2$$

$$H_1: P_1 \neq P_2$$

دالة الإختبار: نقطة

$$Z = \frac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2 - (P_1 - P_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \rightsquigarrow N(0;1)$$

عندما نعتبر صحيحة: نقطة

$$Z_0 = \frac{\hat{P}_1 - \hat{P}_2 - 0}{\sqrt{\hat{P}(1-P)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0.12 - 0.1}{\sqrt{(0.1)(0.9)\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{70}\right)}} = 0.4$$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1.96$$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة تقع في منطقة قبول H_0 ومنه نقبل الفرضيةH_0 عند مستوى المعنوية 5 % وهو ما يعني عدم وجود فرق بين نسبتي الإنتاج المعيب للآلتين. نقطة

الرسم: نقطة