

ثالثا التنوع الأمثل ونظرية ماركويتز

التنوع هو تلك العملية التي تهدف إلى التخصيص الأمثل لمختلف أنواع الأوراق المالية بما يضمن تقليل التقلبات في العائد الإجمالي للمحفظة في كل الظروف وأثناء مختلف التحركات السوقية، ويعمل التنوع انطلاقاً من المقولة الشهيرة: لا تضع كل البيض في سلة واحدة (*do not put all eggs in one basket*)، وهذا يعني ضرورة اختيار الأصول المشكلة للمحفظة بطريقة تمنع وقوع خسائر في جميع تلك الأصول في نفس الوقت واستجابة لنفس الظروف والتحركات السوقية.

وأبسط مثال يعطى هو الفرق بين قيام مستثمر بشراء حصص في شركة واحدة فقط، ما قد يتسبب في خسارته لكل ماله في حالة إفلاس تلك الشركة، وبين أن يقوم بشراء حصص في العديد من الشركات في قطاعات مختلفة ما قد يمنع خسارته لكل ماله بسبب تضاعل احتمال إفلاس جميع تلك الشركات دفعة واحدة، والأمر ينطبق على الأشكال الأخرى من المخاطر. وتختلف وسائل تلك العملية واستراتيجياتها، كما تختلف نتائجها بطبيعة الحال وهنا نجد الفرق بين التنوع الساذج والتنوع العلمي الذي جاء به ماركويتز، وسنتطرق للنوعين كما يلي:

أ- التنوع الساذج *naive diversification*:

، غير أن بعض المستثمرين يعتقدون أن الاستثمار في عدة أنواع من الأوراق المختلفة من حيث القطاع أو الصناعة أو الشركات، أو حتى المناطق الجغرافية قد يحقق ذلك الهدف ويجعل المحفظة متنوعة بشكل جيد، إلا أن الحقيقة هي بقاء المحفظة عرضة للتقلبات والخسائر في عوائد جميع أوراقها نتيجة حساسيتها المتشابهة (الاستجابة بنفس الطريقة) تجاه ظروف وتحركات السوق والدورات الاقتصادية بصفة عامة.

ب- تنوع ماركويتز *Markowitz diversification*:

قبل الحديث عن تنوع ماركويتز سنتطرق إلى مسيرة هذا المنظر الكبير الذي يجادل البعض بأن عالم التمويل يمكن تقسيمه إلى حقبتين *BM* و *PM* (*before and post Markowitz*) (قبل ماركويتز وبعده).

في 24 أوت 1927 في شيكاغو ولد هارولد ماكسويل ماركويتز *Harold Maxwell Markowitz* طالب الدراسات العليا الشاب الذي جمع أفكاره العظيمة لتطوير نظرية المحفظة الحديثة *Modern Portfolio Theory*، في أواخر الأربعينيات من القرن الماضي وبالضبط عام 1950 حصل على الماجستير في الاقتصاد، ثم حصل ماركويتز على الدكتوراه عام 1954 وشكلت نظرية المحفظة التي طورها في مؤسسة راند أساساً لتلك الدرجة، أخيراً حصل هاري في 1990 على جائزة نوبل في الاقتصاد (بالاشتراك مع ويليام شارب وميرتون ميلر).

في عام 1952 نشر هاري ماركويتز وهو في 24 من العمر الطالب في جامعة شيكاغو، مقالاً قصيراً بعنوان "اختيار المحفظة" في المجلد السابع من مجلة المالية التي أحدثت ثورة في التمويل الشخصي ونظرية المحفظة. 184 في ذلك الوقت لم يكن ماركويتز يتخيل أن مقالته ستذهب إلى أبعد مدى وتعمد لأمد طويل، فبعد ما يقرب من ستة عقود يقدر البعض أنه تم استثمار 7 تريليون دولار بناءً على نظرية المحفظة الحديثة التي طورها.

وإستخدم ماركويتز قياسات إحصائية (التوقع والتباين في العائد) للتعبير على التوالي عن المنافع (*Benefits*) والمخاطر (*risks*) المرتبطة بالاستثمار، لذلك يسمى نموذج *mean-variance model* أو *MV approach*، ولا يزال نموذج (*MV*) إلى اليوم يشكل أساس الكثير من التحليل الكمي لاختيار المحفظة في الصناعة المالية.

ويعتبر نموذج اختيار المحفظة لماركويتز أساس نظرية المحفظة الحديثة، وهو نموذج متعدد (ثنائي)، ويعتبر نموذج موضوعي للتحسين يستخدم لتحقيق التوازن بين العائد المتوقع والتباين للمحفظة، ويوضح ماركويتز كيف يمكن للمستثمرين العقلانيين بناء محافظ مثالية في ظل ظروف عدم اليقين، فبالنسبة للمستثمر عوائد (محفظة معينة) واستقرار (عدم وجود تقلب) تلك العوائد هي الجوانب الحاسمة في اختيار المحفظة.

الهدف في هذا النموذج هو إما تقليل مخاطر المحفظة عند مستوى عائد معين، أو تعظيم العائد عند مستوى مخاطر معين.

1. افتراضات النموذج *Assumptions*:

بدأ ماركويتز بالافتراضات التالية 186:

1. **يتجنب المستثمرون المخاطرة:** أي أن المستثمر على استعداد لتحمل مخاطر إضافية فقط إذا تم تعويضه بعائد إضافي مناسب، وكلما زادت المخاطر (زادت درجة النفور من المخاطرة) زاد العائد التعويضي الضروري لإبقاء المستثمر حيادي أو غير مبال للزيادة في المخاطرة.
2. تتبع عوائد الأصول التوزيع الطبيعي (قد لا يكون هذا الافتراض دائماً منطقيًا).
3. كل أصل i في المحفظة له وزن w_i ، يمثل نسبة مشاركته (حصته) في جميع أصول المحفظة.

2. **معدل العائد المتوقع للمحفظة:** يمثل العائد المتوقع للمحفظة العائد المتوقع لكل مكون من مكوناتها مرجحاً بأوزان مساهمتها في رأسمال المحفظة وبحسب وفقاً للصيغة التالية:

$$y = \text{معدل العائد المتوقع للمحفظة} = \text{مجموع (العائد المتوقع لكل ورقة} \times \text{وزنه)}$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i \times E(R_i)$$

3. الانحراف المعياري للمحفظة:

لنفترض أن ρ_{ij} هو معامل الارتباط بين الأصل i والأصل j ، و σ_i هو الانحراف المعياري، و σ_i^2 هو التباين، و $\sigma_i \sigma_j$ هو التباين المشترك، من هذه الافتراضات والتعريفات، يمكننا أن نجد العائد المتوقع $E(R_p)$ للمحفظة كمجموع مرجح من العائدات الفردية R_i :

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n R_i \times w(R_i)$$

كما يمكننا أيضاً حساب تباين عائد المحفظة كما يلي:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

ρ_{ij} هو معامل الارتباط بين الأصل i والأصل j .

فإذا كان هناك أصلين A و B في المحفظة بأوزان x و $(1-x)$ على التوالي، فيتم حساب عائد المحفظة كما يلي:

$$E(R_p) = w_A E(R_A) + w_B E(R_B) = x E(R_A) + (1-x) E(R_B)$$

وتباين المحفظة كما يلي:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + w_A w_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}$$

لاحظ أن تباين المحفظة σ_p^2 محصور بين قيمتين متطرفتين حسب قيمة معامل الارتباط ρ_{AB} الذي يمتد في المجال:

$$-1 \leq \rho_{AB} \leq 1$$

فيكون:

$$(w_A \sigma_A - w_B \sigma_B)^2 \leq \sigma_p^2 \leq (w_A \sigma_A + w_B \sigma_B)^2$$

وبالتالي يمكن تقليل التباين إلى أدنى حد نظرياً من خلال الجمع بين أصلين A و B يرتبطان ارتباطاً سلبياً تماماً، أي معامل الارتباط.

$$\rho_{AB} = -1$$

☺ **مثال 18:** إذا أتيحت لك البيانات التالية المتعلقة بعائد سهمين:

- (A) عائدته المتوقع 8% سنوياً مع انحراف معياري 15%.
- (B) عائدته المتوقع 5% مع انحراف معياري 6.5%.
- معامل الارتباط بينهما هو -20%.

المطلوب: حساب معدل العائد المتوقع والانحراف المعياري لمحفظة تتكون من 20% من الأصل (A) و 80% من الأصل (B)؟

✍ حساب العائد المتوقع للمحفظة

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^2 w_i \times E(R_i) = w_A \times E(R_A) + w_B \times E(R_B)$$

$$E(R_p) = (0.2 \times 0.08) + (0.8 \times 0.05)$$

$$E(R_p) = 0.056$$

✍ حساب الانحراف المعياري للمحفظة

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^2 w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_i \sum_{j \neq i} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

أي باعتبار السهمين (A) و (B) فالصيغة تكون:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}$$

$$\sigma_p^2 = (0.2 \times 0.15)^2 + (0.8 \times 0.065)^2 + (2 \times 0.2 \times 0.8 \times 0.15 \times 0.065 \times -0.2)$$

$$\sigma_p^2 = 0.00298$$

$$\sigma_p = \sqrt{0.00298} = 0.0545$$

☺ **مثال 19:** أعد الحساب مع تخصيص وزن:

- 19% للسهم (A) ووزن 81% للسهم (B).
 - 21% للسهم (A) ووزن 79% للسهم (B).
- حساب الانحراف المعياري للمحفظة في الحالة الأولى

$$\sigma_p = 5.463\%$$

حساب الانحراف المعياري للمحفظة في الحالة الثانية

$$\sigma_p = 5.461\%$$

نظرًا لأن الانحراف المعياري في كلتا الحالتين أعلى من 5.459% (في المثال 18)، فإن تخصيص 20% للسهم (A) و80% للسهم (B) يحقق أدنى حد لمخاطر الأصول في المحفظة. وفي حالة محفظة مالية مكونة من ثلاثة أصول 1، 2، 3 تكتب العلاقة كما يلي:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + w_C^2 \sigma_C^2 + 2w_A w_B \text{cov}_{AB} + 2w_A w_C \text{cov}_{AC} + 2w_B w_C \text{cov}_{BC}$$

يتطلب التنويع الكامل للمخاطر محفظة تستخدم أصلين (يحققان متوسط عائد يمثل مجموع عوائد الأصول مرجحة بالأوزان)، شريطة أن تدعم تقلبات كل منهما الآخر جزئيًا (كل منهما يخفض تقلبات الآخر)، أي أن *Markowitz* اعتمد على فكرة التباين بين المخاطر الخاصة بالأصول لجعل بعض عدم اليقين في أحد الأصول يلغي بعض عدم اليقين من أصل آخر يتحرك عكس الأصل الأول.

أي أن المحفظة الفعالة (المثلى) هي التي تنشأ من أفضل تحسين للمتوسط والتباين، ولفهم السبب نفترض وجود أصل خال من المخاطر له عائد ثابت R_f خلال الفترة المدروسة، فالأكيد أن المحفظة التي تتكون من أصول خطرة X وزنها α والأصل الخالي من المخاطر الذي وزنه $(1-\alpha)$ سيكون لها عائد متوقع قدره:

$$E(R_p) = w_X E(R_X) + w_f E(R_f)$$

أي

$$E(R_p) = \alpha E(R_X) + (1 - \alpha) E(R_f)$$

ويكون لها انحراف معياري قدره:

$$\sigma_p^2 = w_X^2 \sigma_X^2 + w_f^2 \sigma_f^2 + w_X w_f \sigma_X \sigma_f \rho_{Xf}$$

أصل خال من المخاطر له انحراف معياري صفر أي:

$$\sigma_p^2 = w_X^2 \sigma_X^2 + w_f^2 0 + w_X w_f \sigma_X 0 \rho_{Xf}$$

$$\sigma_p^2 = w_X^2 \sigma_X^2$$

أي:

$$\sigma_p^2 = \alpha^2 \sigma_X^2$$

ببساطة الانحراف المعياري للأصل المحفوف بالمخاطر مضروب في α . هذا يعني أن أكثر المحافظ كفاءة هي تلك التي تتكون من محفظة خطرة فعالة وأصول خالية من المخاطر.

يمكن أن يكون $\alpha > 1$ مما يعني $(1-\alpha)$ سالب، والذي يعني أنه تم اقتراض أموال إضافية بسعر فائدة خالٍ من المخاطر للاستثمار في هذه المحفظة.

تُعرّف المحفظة الفعالة بأنها المحفظة التي يكون فيها الخط المرسوم من نقطة الاستثمار الكامل في الأصل الخالي من المخاطر مماسًا للحدود الفعالة، كما هو موضح في الشكل 15.9.

من خلال تحليل العائد المتوقع والانحراف المعياري، كما تم قياسه يمكننا تحديد جميع التوليفات (انحراف معياري-عائد) الممكنة، وقبل نظرية المحفظة الحديثة كان المستثمر يختار الأفضل من بين هذه التوليفات حسب ما يتوافق مع رغبته في تحقيق العوائد دون الاهتمام بالمخاطر.
 ☺ تمرين: تتكون محفظة من 300 سهم للشركة A بقيمة 10 دولارات للسهم الواحد و 50 سهم لشركة B بقيمة 40 دولار للسهم، ونتوقع عائد بنسبة 8% لأسهم A وعائد بنسبة 13% لأسهم B.

(أ) ما هي القيمة الإجمالية للمحفظة؟ وما هي أوزان المحفظة؟ ما هو عائدها المتوقع؟
 (ب) نفترض أن سعر سهم الشركة A ارتفع إلى 12 دولارًا وانخفض سعر سهم الشركة B بـ 36 دولارًا.

ما هي القيمة الجديدة للمحفظة؟ ما العائد الذي كسبته؟ بعد تغير الأسعار، ما هي أوزان المحفظة الجديدة؟

2. تتكون محفظة من 250 سهمًا للشركة A بقيمة 30 دولارًا للسهم و 1500 سهم للشركة B بقيمة 20 دولارًا للسهم.

نتوقع عائد بنسبة 4% لأسهم A وعائد بنسبة 9% لأسهم B.

(أ) ما هي القيمة الإجمالية للمحفظة؟ وما هي أوزان المحفظة؟ ما هو عائدها المتوقع؟
 (ب) نفترض أن سعر سهم الشركة A انخفض إلى 24 دولارًا وارتفع سعر سهم الشركة B بـ 22 دولارًا.

ما هي القيمة الجديدة للمحفظة؟ ما العائد الذي كسبته؟ بعد تغير الأسعار، ما هي أوزان المحفظة الجديدة؟

✍ الحل:

$$\text{Portfolio value} = 300(\$10) + 50(\$40) = \$5,000.$$

$$W_A = 300(\$10) / \$5,000 = 60\%$$

$$W_B = 50(\$40) / \$5,000 = 40\%$$

$$E(R_p) = 0.60(8\%) + 0.40(13\%) = 10\%$$

$$\text{New portfolio value} = 300(\$12) + 50(\$36) = \$5,400.$$

$$\text{Return} = (\$5,400 - \$5,000) / \$5,000 = 8\% \text{ or,}$$

$$\text{Return} = 0.60[(\$12 - \$10) / \$10] + 0.40[(\$36 - \$40) / \$40]$$

$$= 0.60(20\%) + 0.40(-10\%) = 8\%.$$

$$W_A = 300(\$12) / \$5,400 = 66.6\%$$

$$W_B = 50(\$36) / \$5,400 = 33.3\%.$$

$$\text{Portfolio value} = 250(\$30) + 1500(\$20) = \$37,500.$$

$$W_A = 250(\$30) / \$37,500 = 20\%$$

1/ القيمة الإجمالية للمحفظة

أوزان المحفظة

Portfolio weights are

عائدها المتوقع

القيمة الجديدة للمحفظة

العائد الذي كسبته

أوزان المحفظة الجديدة

New portfolio weights are

2/ القيمة الإجمالية للمحفظة

أوزان المحفظة

$$W_B = 1500(\$20)/\$37,500 = 80\%$$

$$E(R_p) = 0.20(4\%) + 0.80(9\%) = 8\%$$

$$\text{New portfolio value} = 250(\$24) + 1500(\$22) = \$39,000.$$

$$\text{Return} = (\$39,000 - \$37,500)/\$37,500 = 4\% \text{ or,}$$

$$\text{Return} = 0.20[(\$24 - \$30)/\$30] + 0.80[(\$22 - \$20)/\$20]$$

$$= 0.20(-20\%) + 0.80(10\%) = 4\%$$

$$W_A = 250(\$24) / \$39,000 = 15.38\%$$

$$W_B = 1500(\$22) / \$39,000 = 84.62\%$$

weights are

عاندها المتوقع

القيمة الجديدة للمحفظة

العائد الذي كسبته

أوزان المحفظة الجديدة

New portfolio weights are