

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
Democratic and Popular Republic of Algeria

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
*Ministry of Higher Education and Scientific Research
et de la Recherche Scientifique*

المركز الجامعي عبد الحفيظ بوصوف ميله
Abdelhafid Boussouf University Center, Mila



Department of Mathematics

دائرة الرياضيات

نشرة دروس فيزياء 2
مقياس

فيزياء 2 : مدخل للكهرباء

من إعداد :

◀ الأستاذ بن لطرش محمد الصالح



السنة الجامعية: 2024-2025

المحتويات

iii

مقدمة

1	الفصل الأول: مراجعة الرياضيات	1
1	1.1 مقدمة: مراجعة الرياضيات	1
1	2.1 عناصر الطول والمساحة والمجم في أنظمة الإحداثيات المختلفة	1
7	3.1 المشغلون في حساب المتجهات	7
13	2 الفصل الثاني: الكهروستاتيكا	13
13	1.2 الشحنات الكهربائية الأولية	13
14	2.2 تجربة التكهرب	14
14	3.2 قانون كولوم	14
16	4.2 مبدأ التراكب	16
16	5.2 المجال الكهروستاتيكي	16
16	6.2 الجهد الكهروستاتيكي	16
17	7.2 الجهد الكهروستاتيكي	17
21	8.2 الطاقة الكهروستاتيكية	21
22	9.2 ثنائي القطب الكهربائي	22
23	10.2 نظرية غاوس	23
24	11.2 مفهوم التدفق	24
26	12.2 التعبير عن نظرية غاوس	26
31	3 الكهرباء الحركية	31
31	1.3 الموصل الكهربائي	31
31	2.3 التيار الكهربائي	31
33	3.3 قانون أوم	33
34	4.3 تأثير جول	34
35	5.3 توصيل المقاومات	35

36	الدوائر الكهربائية	6.3
36	عناصر الدائرة الكهربائية	7.3
37	المولدات الكهربائية	8.3
38	قوانين كيرشوف	9.3
39	تطبيقات	10.3
43	الكهرومغناطيسية	4
43	مقدمة	1.4
44	الحقل المغناطيسي الناتج عن مغناطيس	2.4
49	الحقل المغناطيسي الناتج عن التيارات الكهربائية	3.4
51	قوة لورنتز المغناطيسية	4.4
53	تطبيق: حركة الإلكترون في الحقل المغناطيسي للأرض	5.4
55	الظواهر الكهرومغناطيسية	6.4
57	تطبيق: نظام القضبان المغناطيسية (Laplace Rail)	7.4
59	قانون بيو-سافار	8.4
62	تطبيق	9.4

مقدمة

أهداف التدريس:

تقديم الظواهر الفيزيائية الأساسية التي تستند إليها قوانين الكهرباء بشكل عام.
المعرفة المسبقة المطلوبة: مفاهيم الرياضيات والفيزياء من السنة الأولى.
محتوى الدورة الفصل الاول مقدمة في مراجعات رياضية

1. عناصر الطول والمساحة والحجم في أنظمة الإحداثيات الكارتيزية والأسطوانية والكروية. الزاوية الصلبة، المشغلون (التدرج، الدوران، نابلا، لابلاسيان، والتباعد).
2. المشتقات والتكاملات المتعددة.

الفصل الثاني : الكهروستاتيكا

1. الشحنات والحقول الكهروستاتيكية. قوة التفاعل الكهروستاتيكي - قانون كولوم.
2. الجهد الكهروستاتيكي.
3. ثنائي القطب الكهربائي.
4. تدفق المجال الكهربائي.
5. مبرهنة غاوس.
6. الموصلات في حالة التوازن.
7. الضغط الكهروستاتيكي.
8. سعة الموصل والمكثف.

الفصل الثالث . الدوائر الكهربائية:

1. الموصل الكهربائي.

2. قانون أوم.
 3. قانون جول.
 4. الدوائر الكهربائية.
 5. تطبيق قانون أوم على الشبكات.
 6. قوانين كيرشوف. مبرهنة ثيفينين.
- الفصل الثالث. الكهرومغناطيسية
1. المجال المغناطيسي: تعريف المجال المغناطيسي، قانون بيوت-سافارت، مبرهنة أمبير، حساب الحقول المغناطيسية الناتجة عن التيارات المستمرة.
 2. ظواهر الحث: ظواهر الحث (دائرة في مجال مغناطيسي متغير ودائرة متحركة في مجال مغناطيسي دائم)، قوة لورنتز، قوة لابلاس، قانون فاراداي، قانون لنز، التطبيق على الدوائر المترافقة.

باب 1

الفصل الأول: مراجعة الرياضيات

1.1 مقدمة: مراجعة الرياضيات

توفر هذه الدرس مراجعة رياضية تغطي المفاهيم الأساسية اللازمة لتطبيقات الفيزياء والهندسة. سنراجع عناصر الطول، المساحة، والحجم في أنظمة الإحداثيات المختلفة، بالإضافة إلى المشغلين الرياضيين وتقنيات التفاضل والتكامل الهامة.

2.1 عناصر الطول والمساحة والحجم في أنظمة الإحداثيات المختلفة

سوف نقوم بتحليل العناصر التفاضلية الأساسية في أنظمة الإحداثيات الثلاثة الأساسية: الكارتيزية، والأسطوانية، والكروية. فهم هذه العناصر ضروري لتقييم التكاملات في الفيزياء والهندسة.

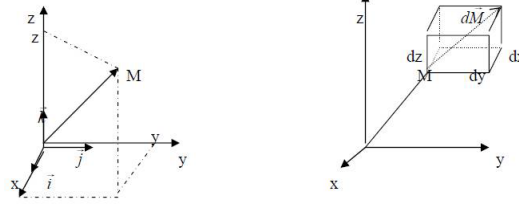
1.2.1 نظام الإحداثيات الكارتيزي

نظام الإحداثيات الكارتيزي يُعرّف بنقطة الأصل O وثلاثة محاور متعامدة (Ox, Oy, Oz) . المتجهات الموحدة على هذه المحاور هي $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$. أي نقطة M في الفضاء تمثل بواسطة متجه الموقع:

$$\vec{R} = \overrightarrow{OM} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

مثال: لنفترض حركة خطية على طول المحور x حيث $x = 2t$ ، $y = 3$ ، و $z = 0$. متجه السرعة يُعطى بـ:

$$\mathbf{v} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d}{dt}(2t\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 0\mathbf{k}) = 2\mathbf{i}$$



شكل 1.1: الأساس الكارتيبي (أ) متجه الموضع و(ب) الإزاحة الأولية والحجم

عنصر الطول التفاضلي: الإزاحة التفاضلية تُعطى بـ:

$$d\vec{OM} = d\vec{l} = dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j} + dz\mathbf{k}$$

عنصر المساحة التفاضلي: تعتمد مساحة العنصر على مستوى التكامل:

$$dS_x = dydz, \quad dS_y = dx dz, \quad dS_z = dx dy$$

عنصر الحجم التفاضلي: يعطى الحجم الأولي بـ:

$$dV = dx dy dz$$

نظام الإحداثيات الأسطواني

في نظام الإحداثيات الأسطواني (r, θ, z) ، يتم تمثيل النقطة على النحو التالي:

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad z = z$$

يمكن أيضاً كتابة:

$$\mathbf{u}_p = \cos \theta \mathbf{i} + \sin \theta \mathbf{j}$$

وباستخدام المشتقات بالنسبة لـ θ :

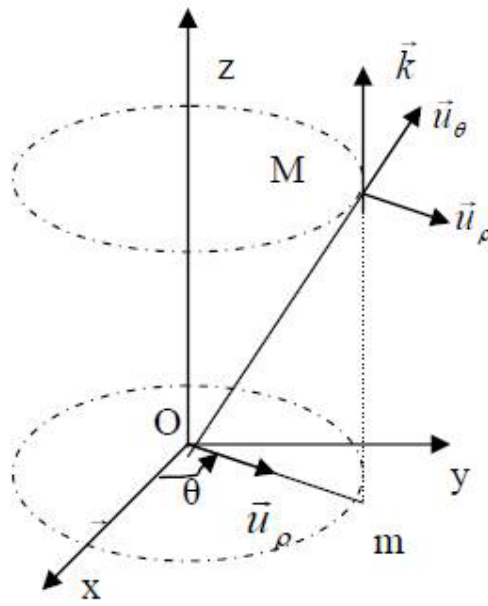
$$d\mathbf{u}_p = d\theta (-\sin \theta \mathbf{i} + \cos \theta \mathbf{j})$$

بما أن:

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \theta \quad \text{و} \quad \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \theta.$$

نحصل على:

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{d\theta} = \mathbf{u}_\theta.$$



شكل 2.1: الأساس الأسطواني

متجه الموضع **DM** يُكتب كالتالي:

$$\mathbf{DM} = \rho \mathbf{u}_\rho + z \mathbf{k} = (x\mathbf{i} + y\mathbf{j}) + z\mathbf{k},$$

حيث يتم تمثيل x و y بإحداثيات كارتيزية:

$$x = \rho \cos \theta, \quad y = \rho \sin \theta, \quad \text{و} \quad z = z.$$

إزاحة العنصر الأولي:

$$d\mathbf{DM} = d\rho \mathbf{u}_\rho + \rho d\theta \mathbf{u}_\theta + dz \mathbf{k}.$$

العنصر المساحي الأولي:

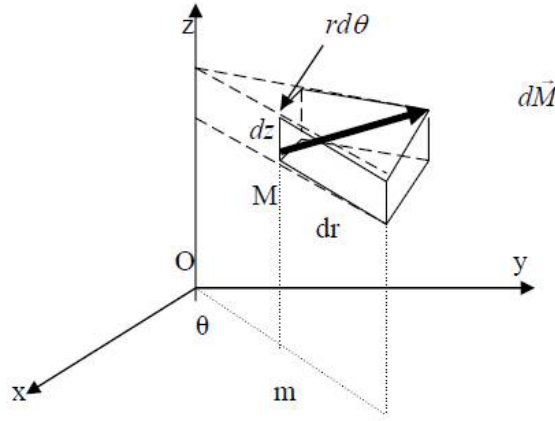
$$ds = \rho d\rho d\theta.$$

مثال: إيجاد متجه السرعة لجسيم يتحرك في مسار دائري حيث $r = 2$ ، $\theta = t^2$ ، و $z = 4t$. مكونات السرعة:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = 0, \quad v_\theta = r \frac{d\theta}{dt} = 2(2t), \quad v_z = \frac{dz}{dt} = 4$$

وبالتالي، متجه السرعة:

$$\mathbf{v} = 0\mathbf{e}_r + 4t\mathbf{e}_\theta + 4\mathbf{e}_z$$



شكل 3.1: إحداثيات أسطوانية

عنصر الطول التفاضلي:

$$d\vec{l} = dr\mathbf{e}_r + r d\theta\mathbf{e}_\theta + dz\mathbf{e}_z$$

عنصر المساحة التفاضلي:

$$dS_r = r d\theta dz, \quad dS_\theta = dr dz, \quad dS_z = r dr d\theta$$

عنصر الحجم التفاضلي:

$$dV = r dr d\theta dz$$

2.2.1 نظام الإحداثيات الكروي

في نظام الإحداثيات الكروي (r, θ, ϕ) ، يتم تمثيل نقطة كما يلي:

$$x = r \sin \theta \cos \phi, \quad y = r \sin \theta \sin \phi, \quad z = r \cos \theta$$

متجه الموضع للنقطة M في الإحداثيات الكروية، أي في الأساس الكروي، يُكتب على النحو التالي:

$$\overrightarrow{OM} = r \vec{u}_r = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}.$$

من الشكل، يمكننا التعبير عن x, y, z بدلالة r, θ, ϕ :

$$X = OM \cos \phi = r \sin \theta \cos \phi,$$

$$Y = OM \sin \phi = r \sin \theta \sin \phi,$$

$$Z = OM \cos \theta = r \cos \theta.$$

بالتالي، نحصل على:

$$\vec{u}_r = \sin \theta \cos \varphi \mathbf{i} + \sin \theta \sin \varphi \mathbf{j} + \cos \theta \mathbf{k}.$$

متجه الوحدة $\vec{u}_\varphi$ عند OM يكتب كالتالي:

$$\vec{u}_\varphi = \cos \varphi \mathbf{i} + \sin \varphi \mathbf{j}.$$

يمكن الحصول على هذا المتجه إما عن طريق استبدال φ بـ $\varphi + 2\pi$ أو عن طريق اشتقاق $\vec{u}_r$ بالنسبة إلى φ :

$$\vec{u}_\varphi = -\sin \varphi \mathbf{i} + \cos \varphi \mathbf{j}.$$

يمكن أيضاً التعبير عن هذا المتجه كأساس لاشتقاق $\vec{u}_r$ بالنسبة إلى φ :

$$\vec{u}_\varphi = \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial \varphi}.$$

المتجه الأساسي الثالث في نظام الإحداثيات الكروي يُعطى بـ:

$$\vec{u}_\theta = \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial \theta}.$$

الإزاحة الأولية:

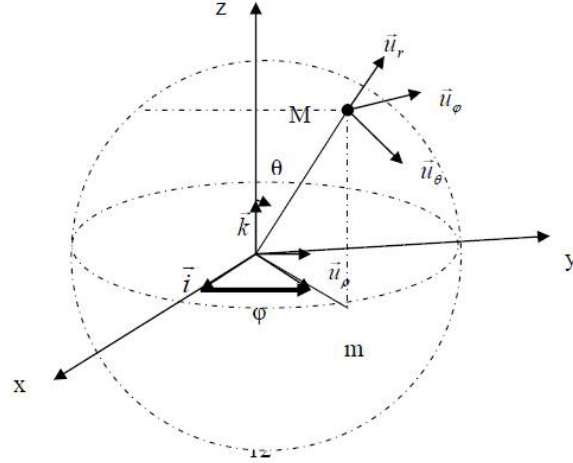
$$d\vec{M} = d(r\vec{u}_r) = dr\vec{u}_r + r d\vec{u}_r + r \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial \theta} d\theta + r \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial \varphi} d\varphi.$$

$$= dr\vec{u}_r + r d\theta \vec{u}_\theta + r(\sin \theta d\varphi) \vec{u}_\varphi.$$

العناصر التفاضلية للمساحة والمجم:

$$dS = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi.$$

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi.$$



شكل 4.1: الأساس الكروي

مثال: إيجاد طول القوس الأولي في الإحداثيات الكروية لتغير صغير في θ مع إبقاء r و ϕ ثابتين.

$$dl = r d\theta$$

عنصر الطول التفاضلي:

$$d\vec{l} = dr\mathbf{e}_r + r d\theta\mathbf{e}_\theta + r \sin\theta d\phi\mathbf{e}_\phi$$

عنصر المساحة التفاضلي:

$$dS_r = r^2 \sin\theta d\theta d\phi, \quad dS_\theta = r \sin\theta dr d\phi, \quad dS_\phi = r dr d\theta$$

عنصر الحجم التفاضلي:

$$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi$$

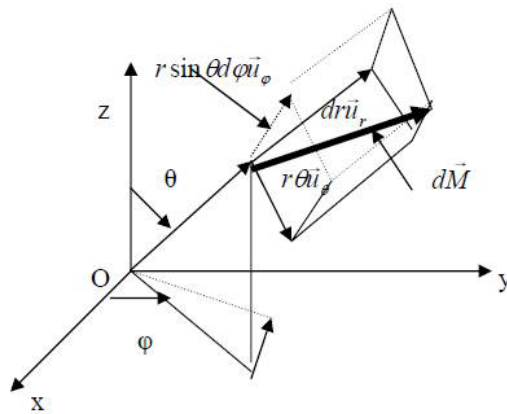
الزوايا الصلبة

الزاوية الصلبة $d\Omega$ في الإحداثيات الكروية تُعطى بالعلاقة:

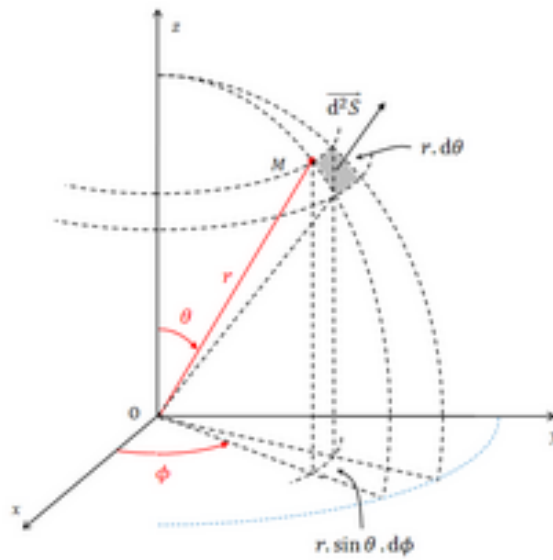
$$d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$$

إجمالي الزاوية الصلبة في الفضاء ثلاثي الأبعاد هو:

$$\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin\theta d\theta d\phi = 4\pi$$



شكل 5.1: المجموع الأولية في الإحداثيات الكروية



شكل 6.1: الزوية الصلبة

3.1 المشغلون في حساب المتجهات

مثال: احسب تدرج الدالة العددية $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$:

$$\nabla f = (2x, 2y, 2z)$$

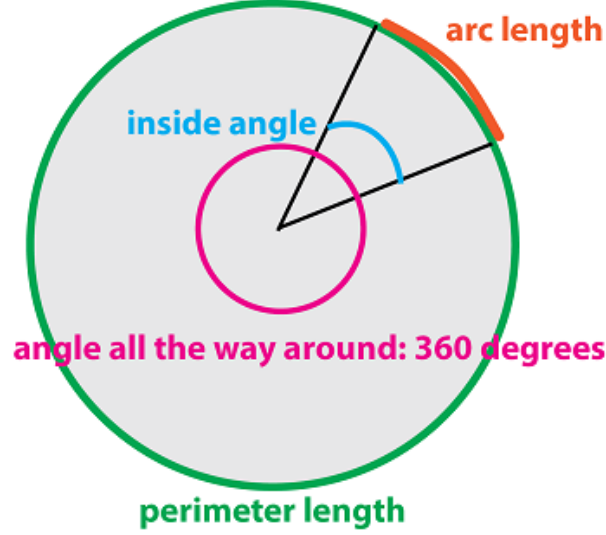
مثال: احسب التباعد لحقل المتجه $\mathbf{A} = (x^2, y^2, z^2)$:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial}{\partial x}(x^2) + \frac{\partial}{\partial y}(y^2) + \frac{\partial}{\partial z}(z^2) = 2x + 2y + 2z$$

هذه الأمثلة تعزز المفاهيم الرياضية الضرورية لتطبيقات الفيزياء.

1.3.1 التطبيقات

حساب محيط دائرة نصف قطرها R (تكامل بسيط).



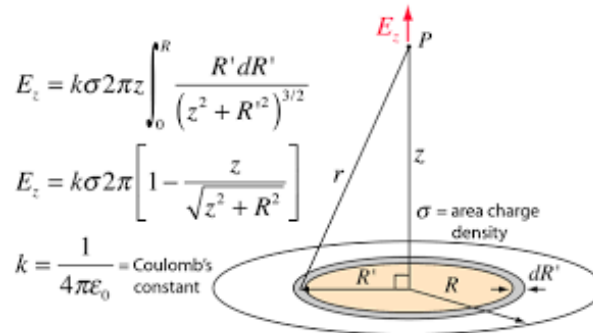
$$\text{arc length} = \frac{\text{inside angle}}{360 \text{ degrees}} \times \text{perimeter length}$$

شكل 7.1: محيط دائرة

الحل:
لدينا $dl = R d\theta$ ، وبالتالي:

$$C = \int_0^{2\pi} R d\theta = 2\pi R.$$

حساب مساحة قرص نصف قطره R (تكامل سطحي مزدوج).



$$E_z = k\sigma 2\pi z \int_0^R \frac{R' dR'}{(z^2 + R'^2)^{3/2}}$$

$$E_z = k\sigma 2\pi \left[1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right]$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \text{Coulomb's constant}$$

شكل 8.1: مساحة قرص

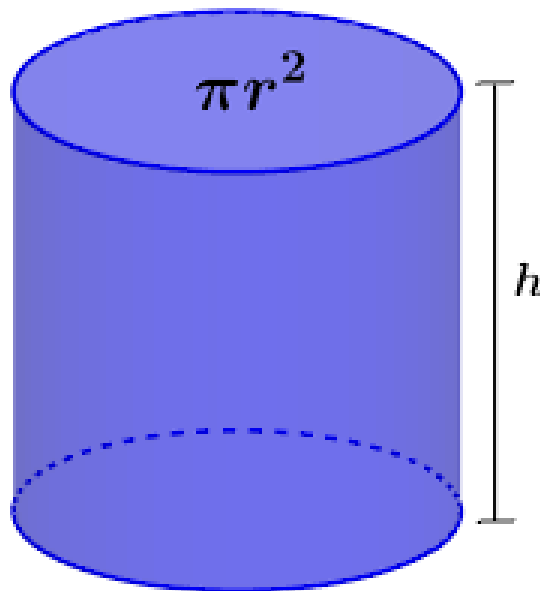
باستخدام العنصر السطحي التفاضلي $dS = dp p d\theta$ ، نحصل على:

الحل:

$$D = \iint_S dp d\theta = \int_0^R \int_0^{2\pi} \rho d\rho d\theta.$$

بتقييم التكامل:

$$D = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \rho d\rho = 2\pi \times \frac{R^2}{2} = \pi R^2.$$

حساب حجم أسطوانة نصف قطرها R وارتفاعها H (تكامل ثلاثي الحجم).

$$V = \pi r^2 \times h$$

شكل 9.1: حجم أسطوانة

باستخدام العنصر الحجمي التفاضلي $dV = dp p d\theta dz$ ، نحصل على:

الحل:

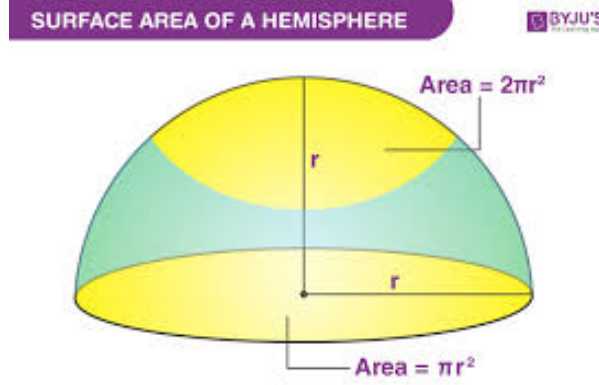
$$V = \iiint_V dp d\theta dz = \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^H dz.$$

بتقييم التكامل:

$$V = \int_0^H dz \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \rho d\rho.$$

$$V = H \times 2\pi \times \frac{R^2}{2} = \pi R^2 H.$$

حساب مساحة سطح نصف كرة نصف قطرها R (باستثناء القرص الأفقي) (تكامل سطحي مزدوج).



شكل 10.1: مساحة سطح نصف كرة

باستخدام العنصر السطحي التفاضلي $dS = R^2 \sin \theta d\theta d\phi$ ، نحصل على:
الحل:

$$D = \iint_S R^2 \sin \theta d\theta d\phi.$$

بتقييم التكامل:

$$D = R^2 \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi.$$

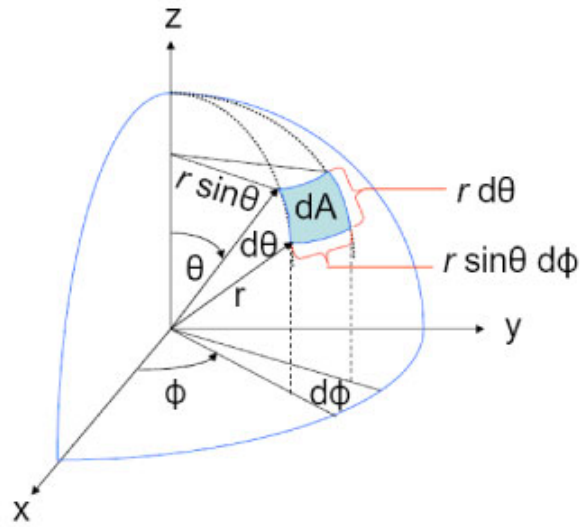
$$D = R^2 (-\cos \theta \Big|_0^\pi) \times (2\pi) = R^2 (1 + 1) \times 2\pi = 2\pi R^2.$$

حساب حجم كرة نصف قطرها R (تكامل ثلاثي الحجم).

نستخدم العنصر الحجمي التفاضلي $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$ ، وبالتالي:
الحل:

$$V = \iiint_V r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi.$$

بتقييم التكامل:



شكل 11.1: حجم كرة

$$V = \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi.$$

$$V = \left(\frac{R^3}{3} \right) \times (-\cos \theta \Big|_0^\pi) \times 2\pi.$$

$$V = \frac{R^3}{3} \times (1 + 1) \times 2\pi = \frac{R^3}{3} \times 2 \times 2\pi = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

باب 2

الفصل الثاني: الكهروستاتيكا

1.2 الشحنات الكهربائية الأولية

تنشأ الخصائص الكهربائية للمادة على المستوى الذري. تتكون المادة من ذرات، كل منها تتألف من نواة تدور حولها سحابة من الإلكترونات. تتنافر هذه الإلكترونات مع بعضها البعض لكنها تبقى متموضعة حول النواة. تتكون النواة من بروتونات تحمل شحنات موجبة، ونيوترونات متعادلة. يُطلق على مجموعة الجسيمات التي تكوّن النواة اسم النويات. تحمل الإلكترونات والبروتونات نفس مقدار الشحنة الكهربائية بالقيمة المطلقة، ويرمز لها بـ e . هذه الشحنة الكهربائية، المعروفة بالشحنة الأولية، قيمتها:

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C} \quad (1)$$

تعريف 1

القوة الكهربائية المؤثرة بين البروتونات الموجبة والإلكترونات السالبة مسؤولة عن تماسك الذرات والجزيئات. تكون الشحنة الكلية للذرات غير المتأينة (أي التي لم تفقد أو تكتسب إلكترونات) مساوية للصفر.

لا يمكن أن تأخذ الشحنة الكهربائية قيمة عشوائية؛ بل تكون دائماً مضاعفاً صحيحاً للشحنة الأولية:

$$Q = \pm ne \quad (\text{C}) \quad (2)$$

يعبر هذا عن المبدأ الأساسي لتكميم الشحنة.

2.2 تجربة التكهرب

عند فرك قضيب زجاجي بقطعة من الحرير ثم تقريبها من قطع صغيرة من الورق، تنجذب هذه القطع إلى القضيب، مما يشير إلى أن الإلكترونات قد أُزيلت من القضيب.

التجربة الأولى

يتم تعليق كرة صغيرة مصنوعة من خشب البيلسان أو البوليسترين بواسطة خيط. يتم تقريب قضيب زجاجي أو كهرماني، سبق فركه، من الكرة. في البداية، يجذب كل قضيب الكرة ثم بعد التلامس يبدأ في صدّها (الشكل 1a.2). ومع ذلك، إذا تم تقريب القضيبين معاً نحو الكرة في نفس الوقت، فلن يحدث شيء (الشكل 1b.2).



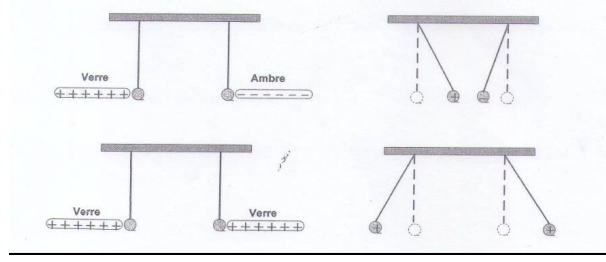
شكل 1.2: تجربة التكهرب

التجربة الثانية

إذا تم شحن كرتين كهربائياً عن طريق ملامسة قضيب زجاجي مفروك، فإنهما تتنافران. ولكن إذا لامست كل كرة قضيباً مختلفاً مصنوعاً من مادة مختلفة، فإنهما يتجاذبان. توضح هذه التجارب وجود حالتين من التكهرب، تتوافقان مع نوعين من الشحنات الكهربائية: موجبة وسالبة. ونذكر بالقاعدة الأساسية:

الجسمان اللذان يحملان نفس النوع من الشحنة يتنافران، بينما الجسمان اللذان يحملان شحنتين متعاكستين يتجاذبان.

3.2 قانون كولوم



شكل 2.2: التكهرب، التجاذب، والتنافر بين الشحنات

تعريف 1

لنعتبر شحنتين نقطيتين q_1 و q_2 موضوعتين في الفراغ. تؤثر الشحنة الأولى بقوة تتناسب مع q_1 على الثانية، والعكس صحيح. القوة بين الشحنتين، والمعروفة بالقوة الكهروستاتيكية، تتناسب مع حاصل ضرب شحنتهما:

$$\mathbf{F}_e = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \mathbf{U}_{12} \quad (3)$$

حيث r هو البعد بين الشحنتين، و K يُعطى بالعلاقة:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \quad \text{حيث} \quad \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ ف/م} \quad (4)$$

مثال 1

تطبيق: احسب القوة المؤثرة من الشحنة $q_1 = 3 \times 10^{-3} \text{ C}$ على الشحنة $q_2 = -5 \times 10^{-4} \text{ C}$ عندما تكون المسافة بينهما 20 ملم.
الحل:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(3 \times 10^{-3})(-5 \times 10^{-4})}{(20 \times 10^{-3})^2} \quad (5)$$

$$F = 33.75 \times 10^6 \text{ N} \quad (6)$$

4.2 مبدأ التراكب

لنعتبر شحنة q عند النقطة M بوجود شحنات أخرى q_i تقع عند النقاط M_i . تكون القوة F المؤثرة على الشحنة q :

$$\mathbf{F} = \sum_i K \frac{q q_i}{r_i^2} \mathbf{U}_{iM} \quad (7)$$

مثال 2

تطبيق: احسب القوة المحصلة المؤثرة على q_3 نتيجة تأثير q_1 و q_2 .

5.2 المجال الكهروستاتيكي

يوجد مجال كهربائي عند نقطة في الفضاء إذا كانت شحنة اختبارية q_0 عند تلك النقطة تتعرض لقوة كهروستاتيكية F_e بحيث:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}_e}{q_0} \quad (8)$$

1.5.2 المجال الكهربائي لشحنة نقطية

ننشئ شحنة Q عند النقطة O مجالاً كهربائياً عند أي نقطة M يُعطى بالعلاقة:

$$\mathbf{E}(M) = \frac{KQ}{r^2} \mathbf{U}_{OM} \quad (9)$$

6.2 الجهد الكهروستاتيكي

1.6.2 الجهد الكهربائي

تعريف 1

الشغل اللازم لنقل شحنة q_0 من النقطة A إلى النقطة B في مجال كهربائي هو:

$$W_{AB} = q_0 \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (10)$$

فرق الجهد الكهربائي يُعرَّف بالعلاقة:

$$U_{AB} = V_B - V_A = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (11)$$

2.6.2 جهد شحنة نقطية

بالنسبة لشحنة Q عند النقطة O ، يكون الجهد الكهربائي على مسافة r :

$$V = K \frac{Q}{r} \quad (12)$$

مع افتراض أن $V = 0$ عند اللانهاية.

7.2 الجهد الكهروستاتيكي

الجهد على مسافة r من شحنة q يُعطى بالعلاقة:

$$V(r) = \frac{Kq}{r} \quad (13)$$

يظل الجهد ثابتاً على كرات نصف قطرها r ومركزها عند الشحنة q ، والتي تُعرف بأسطح تساوي الجهد.

1.7.2 الجهد الناتج عن عدة شحنات نقطية مميزة

باستخدام العلاقة بين المجال الكهربائي $\mathbf{E}$ والجهد V ، نحصل على:

$$V(M) = \sum_i \frac{Kq_i}{r_i} \quad (14)$$

حيث r_i هو البعد بين الشحنة q_i والنقطة M . يمكن أن تكون الشحنات q_i موجبة أو سالبة.

2.7.2 الجهد الناتج عن توزيع شحنة مستمر

بالنسبة إلى توزيع شحنة مستمر، يتم استخدام التكامل:

$$V(M) = K \int \frac{dq}{r} \quad (15)$$

توزيع حجمي

$$V(M) = K \iiint \frac{\rho dV}{r} \quad (16)$$

حيث ρ هي كثافة الشحنة الحجمية.

توزيع سطحي

$$V(M) = K \iint \frac{\sigma dS}{r} \quad (17)$$

حيث σ هي كثافة الشحنة السطحية.

توزيع خطي

$$V(M) = K \int \frac{\lambda dl}{r} \quad (18)$$

حيث λ هي كثافة الشحنة الخطية.

مثال 3

المجال الكهربائي والجهد الناتج عن حلقة مشحونة: نعتبر حلقة مركزها O ونصف قطرها R ، تحمل شحنة q موزعة بشكل منتظم بكثافة خطية للشحنة $\lambda > 0$.
1. احسب الجهد الكهربائي الناتج عند نقطة M الواقعة على المحور Oy وعلى بعد y من النقطة O .
2. استنتج متجه المجال الكهربائي عند النقطة M .
الحل:

بالنسبة للنقطة المعطاة M ، القيم r ، y ، و R تعتبر ثابتة. انطلاقاً من الشكل، $I.8^{**}$ وبوضع $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ، يمكننا كتابة:

$$dV = K \frac{dq}{r}$$

بإجراء التكامل على التوزيع الكلي للشحنة:

$$\int dV = \frac{K}{r} \int dq \Rightarrow V = \frac{Kq}{r} + C_{\infty}$$

من الشكل، نجد أن:

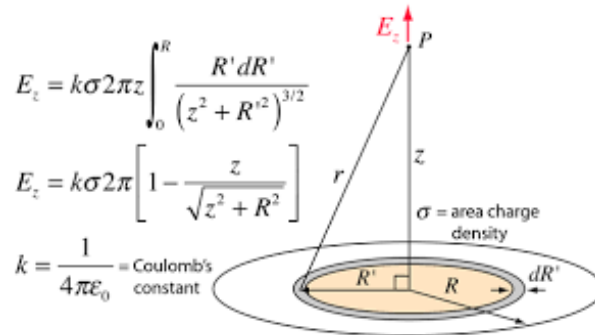
$$r = \sqrt{R^2 + y^2}$$

بعد التعويض بـ K وقيمة $q = \lambda \cdot 2\pi R$ ، نحصل على التعبير التالي:

$$V = \frac{\lambda}{2\epsilon_0} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + y^2}} + C_{\infty}$$

لحساب مقدار المجال الكهربائي E ، نقوم باشتقاق تعبير الجهد بالنسبة لـ y ، باستخدام العلاقة:

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dy} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \cdot \frac{y}{(R^2 + y^2)^{3/2}} \vec{u}$$



شكل 3.2: المجال الكهربائي والجهد الناتج عن حلقة مشحونة

مثال 4

المجال الكهربائي والجهد الناتج عن قرص مشحون: نعتبر قرصاً مركزه O ونصف قطره R ، مشحوناً بشكل منتظم على سطحه بكثافة سطحية للشحنة σ حيث $\sigma > 0$.

1. احسب المجال الكهربائي والجهد الناتجين عن هذا التوزيع عند نقطة M على المحور (Oz) .

للقيام بذلك، نقوم بتقسيم القرص إلى حلقات ذات نصف قطر ρ وعرض $d\rho$. لنأخذ

نقطة P على الحلقة، ونقطة P' التي تمثل النقطة المتماثلة لها بالنسبة للمركز O .

تحليل التماثل: بما أن التوزيع متماثل دورانياً حول المحور OZ ، فإن أي مستوى يحتوي على المحور OZ يعتبر مستوى تناظر للتوزيع. وبالتالي، فإن المجال الكهربائي $\vec{E}$ عند نقطة M على المحور OZ يكون موجهاً على طول $\vec{k}$:

$$\vec{E}(M) = E(0, 0, Z) = E(Z) \vec{k}$$

حساب المجال الكهربائي: عنصر الشحنة $dq = \sigma ds$ الموجود عند النقطة P (كما هو موضح في الشكل II-9) يولد عند نقطة M على محور القرص مجاًلاً كهربائياً تفاضلياً:

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u}$$

حيث أن $ds = \rho d\rho d\theta$ و $r = \sqrt{\rho^2 + Z^2}$. بما أن القرص يتمتع بتماثل دوراني حول محوره (مثلاً، المحور ZZ)، فإن المجال يكون موجهاً على هذا المحور. نحصل على:

$$d\vec{E} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho d\rho d\theta}{\rho^2 + Z^2} \vec{u}$$

$$d\vec{E}_Z = d\vec{E} \cos \alpha = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho d\rho d\theta \cos \alpha}{\rho^2 + Z^2} \vec{k}$$

حساب المجال الكهربائي الكلي عند النقطة M : بإجراء التكامل على سطح القرص بالكامل:

$$E(M) = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\theta}{\rho^2 + Z^2} \cos \alpha$$

بما أن:

$$\cos \alpha = \frac{Z}{r}$$

فإننا نحصل على:

$$E(M) = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\rho d\rho d\theta}{\rho^2 + Z^2} \frac{Z}{\sqrt{\rho^2 + Z^2}}$$

$$E(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(\frac{Z}{|Z|} - \frac{Z}{\sqrt{R^2 + Z^2}} \right) \vec{k}$$

- تحليل السلوك عند القيم القصوى: - عندما يكون Z كبيراً، يضعف المجال الكهربائي. -
عندما يكون $Z \gg R$ ويكون M قريباً جداً من القرص، يصبح المجال الكهربائي:

$$E(M) = \pm \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{k}$$

حساب الجهد الكهربائي عند النقطة M : يمكن اشتقاق الجهد من العلاقة:

$$\vec{E}(M) = -\nabla V(M) = -\frac{dV}{dZ} \vec{k}$$

وبالتالي، نجد أن:

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(Z - \sqrt{R^2 + Z^2} \right)$$

تعطي هذه النتائج وصفاً دقيقاً للمجال الكهربائي والجهد الناتجين عن توزيع شحنة على حلقة أو قرص، وتساعد في فهم كيفية تأثير توزيع الشحنة على المجال الكهربائي في نقاط مختلفة من الفضاء.

8.2 الطاقة الكهروستاتيكية

1.8.2 طاقة شحنة نقطية في مجال كهربائي

تعريف 1

الشغل المبذول لنقل شحنة q من النقطة A إلى النقطة B في مجال كهربائي E هو:

$$W_{AB} = q(V_A - V_B) \quad (19)$$

2.8.2 طاقة نظام من الشحنات النقطية

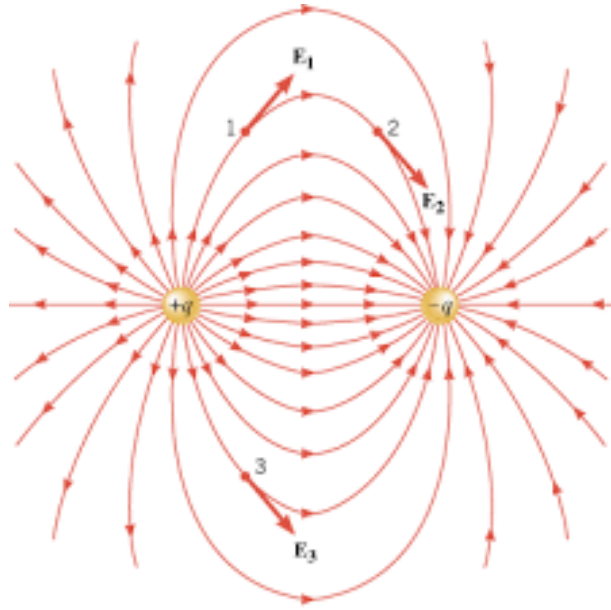
الطاقة الكهروستاتيكية الكلية W لنظام من الشحنات النقطية تُعطى بالعلاقة:

$$W = \frac{1}{2} \sum_i q_i V_i \quad (20)$$

3.8.2 طاقة توزيع شحنة مستمر

$$W = \frac{1}{2} \iiint \rho V dV \quad (21)$$

9.2 ثنائي القطب الكهربائي



شكل 4.2: ثنائي القطب الكهربائي

تعريف 1

يتكون ثنائي القطب الكهربائي من شحنتين متساويتين ومتعاكستين مفصولتين بمسافة صغيرة. يُعطى عزم ثنائي القطب $\mathbf{p}$ بالعلاقة:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{a} \quad (22)$$

1.9.2 الجهد الناتج عن ثنائي القطب

الجهد عند نقطة P بسبب ثنائي القطب يُعطى بالعلاقة:

$$V = \frac{Kp \cos \theta}{r^2} \quad (23)$$

2.9.2 المجال الكهربائي لثنائي القطب

يتم التعبير عن المركبتين الشعاعية والزاوية للمجال الكهربائي كما يلي:

$$E_r = \frac{Kp(2\cos\theta)}{r^3} \quad (24)$$

$$E_\theta = \frac{Kp\sin\theta}{r^3} \quad (25)$$

10.2 نظرية غاوس

الأهداف:

القدرة على تقديم التعبير عن المجال الكهروستاتيكي الناتج عن مصدر يتمتع بدرجة عالية من التماثل بسرعة.

1.10.2 المتطلبات المسبقة:

برسم شبكتين من الخطوط على أي سطح، يتم تقسيم السطح إلى مناطق أصغر يحدها هذه الخطوط (انظر الشكل).

إذا كان عدد الخطوط كبيراً جداً وموزعاً بالتساوي، فإن كل من هذه المناطق لها مساحة صغيرة جداً. لنعتبر نقطة P على السطح S . إذا زاد عدد الخطوط إلى ما لا نهاية، فإن المساحة الصغيرة حول النقطة P تقل وتميل إلى الاقتراب من جزء من المستوى المماس عند P إلى السطح S . في الحد النهائي، تصبح مساحتها dS صغيرة جداً وتطابق جزءاً من المستوى. يُطلق عليها اسم عنصر السطح المحيط بالنقطة P . وهكذا، يمكن اعتبار أي سطح S على أنه تجاوز لعدد لا نهائي من عناصر السطح dS .

2.10.2 عنصر السطح:

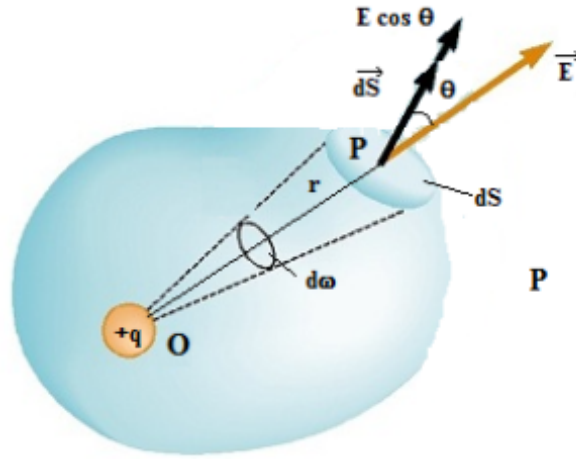
لنعتبر عنصر سطح مساحته dS .

نربط بهذا العنصر متجهاً يسمى المتجه العمودي $\vec{dS}$ ، يُعرف كما يلي:

- أصله نقطة P على العنصر. - اتجاهه عمودي على السطح. - مقداره يساوي المساحة dS .

المتجه $\vec{dS}$ هو إذن متجه صغير جداً. يتم اختيار اتجاهه عشوائياً (إلى الخارج للأسطح المغلقة).

لتوجيه $\vec{dS}$ ، يمكن أيضاً استخدام قاعدة المفتاح اللولبي. يتم توجيه الخط C الذي يحده السطح من



شكل 5.2: نظرية غاوس

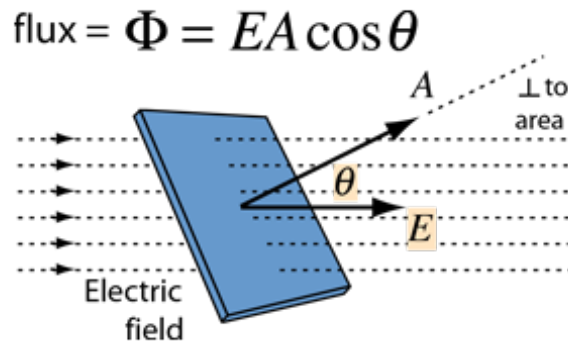
خلال اختيار اتجاه إيجابي للتنقل. يتم توجيه المتجه $d\vec{S}$ وفقاً لتقدم المفتاح اللولبي الذي يدور في اتجاه C .

3.10.2 نص نظرية غوص :

تعريف 1

تعتمد نظرية غاوس على مفهوم تدفق المتجه. يتم تقديم هذا المفهوم الجديد فيما يلي. ومع ذلك، فإن إتقان جيد للعمليات المتجهية الأساسية، ولا سيما ضرب النقطي، ضروري.

11.2 مفهوم التدفق



شكل 6.2: التدفق

تعريف 1

لنعتبر $\vec{E}$ كمتجه المجال الكهربائي عند نقطة P . ولنعتبر $d\vec{S}$ عنصر السطح المحيط بهذه النقطة والمتجه المقابل.

تعريف 2

يُعرف تدفق المجال الكهربائي $d\Phi$ عبر عنصر السطح $d\vec{S}$ بالعلاقة:

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

هذا ما يُعرف باسم التدفق الأولي للإشارة إلى أنه يتعلق بعنصر سطح معين.

1.11.2 إشارة التدفق:

تعتمد إشارة التدفق على اتجاه المتجه $d\vec{S}$. لنأخذ، على سبيل المثال، المتجهين المتعاكسين $d\vec{S}$ و $-d\vec{S}$ المرتبطين بعنصر السطح.

إذا كان المتجه $d\vec{S}$ يصنع زاوية θ مع المجال الكهربائي $\vec{E}$ ، فإن المتجه $-d\vec{S}$ يصنع زاوية $\pi - \theta$ ، وبما أن $\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$ ، فإن ناتج الضرب النقطي $\vec{E} \cdot d\vec{S}$ و $\vec{E} \cdot (-d\vec{S})$ لهما قيم متعاكسة. لحساب التدفق الجبري للمجال الكهربائي $\vec{E}$ عبر عنصر سطح $d\vec{S}$ ، من الضروري إذن اختيار اتجاه المتجه $d\vec{S}$ وفقاً لمفهوم التدفق الموجب.

2.11.2 تدفق مجال كهربائي عبر سطح مغلق

يعطى تدفق المجال الكهربائي $\vec{E}$ عبر سطح مغلق S بالعلاقة:

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \quad (26)$$

حيث Q_{enc} هي الشحنة الكلية المحاطة بالسطح.

3.11.2 حساب التدفق

لنعتبر عناصر السطح التي تُكوّن السطح S . لكل منها، يُحسب التدفق الأولي $d\Phi$. يتم الحصول على التدفق الكلي Φ للمجال الكهربائي عبر السطح S من خلال جمع التدفقات الأولية. يُرمز لهذا المجموع بالصيغة:

$$\Phi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

لإجراء هذا الحساب، يتم توجيه المتجهات $d\vec{S}$ المرتبطة بعناصر السطح جميعها إلى نفس جانب السطح S .

4.11.2 تدفق شحنة نقطية

تعريف 3

لنعتبر النقطة P كجزء من عنصر السطح $d\vec{S}$. المجال $\vec{E}$ الذي تنشئه الشحنة q عند النقطة P يكون موجهاً على طول $\vec{r}$ ويشير من q إلى P إذا كانت $q > 0$ ؛ ويكون مقداره:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

حيث r هو المسافة بين q و P . التدفق الأولي لهذا المجال الكهربائي عبر عنصر السطح $d\vec{S}$ المحيط بالنقطة P هو:

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E dS \cos\theta$$

حيث θ هي الزاوية بين $\vec{E}$ و $d\vec{S}$.

لكن، $d\Omega = \frac{dS \cos\theta}{r^2}$ هو الزاوية الصلبة $d\Omega$ التي تُحددها حواف $d\vec{S}$ كما تُرى من q (هندسياً، هي مخروط ذو رأس عند q ومتلامس مع عنصر السطح $d\vec{S}$).

12.2 التعبير عن نظرية غاوس

يتم التعبير عن نظرية غاوس كما يلي:

1.12.2 النظرية:

تفسير قانون غاوس للمجال الكهربائي بتفصيل أكثر

ينص قانون غاوس على أن تدفق المجال الكهربائي عبر أي سطح مغلق S يساوي مقدار الشحنة الكلية المحصورة داخل هذا السطح مقسوماً على ثابت السماحية الكهربائية للفراغ ϵ_0 . ويمكن التعبير عنه رياضياً بالمعادلة:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

2.12.2 البرهان:

(أ) حالة الشحنات خارج سطح مغلق S :

العناصر $d\vec{S}_1$ و $d\vec{S}_2$ تُرى تحت نفس الزاوية الصلبة $d\Omega$ من حيث القيمة المطلقة. لكن، $\vec{E}_1$ و $d\vec{S}_1$ متوازيان، في حين أن $\vec{E}_2$ و $d\vec{S}_2$ متعاكسان. لذلك، يكون التدفق $d\Phi_1$ و $d\Phi_2$ متعاكسين في الإشارة. وبالتالي، فإن التدفقات الأولية تلغي بعضها البعض، والتدفق الكلي للمجال $\vec{E}$ الناشئ عن الشحنة q خارج السطح المغلق يساوي صفرًا.

(ب) حالة الشحنات داخل سطح مغلق S :

مجموع التدفقات الأولية لن يكون صفرًا لأن جميع متجهات عناصر السطح، على سبيل المثال، موجهة إلى الخارج من السطح. وبالتالي، يكون التدفق الكلي المرسل بواسطة q عبر S هو مجموع التدفقات الأولية:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

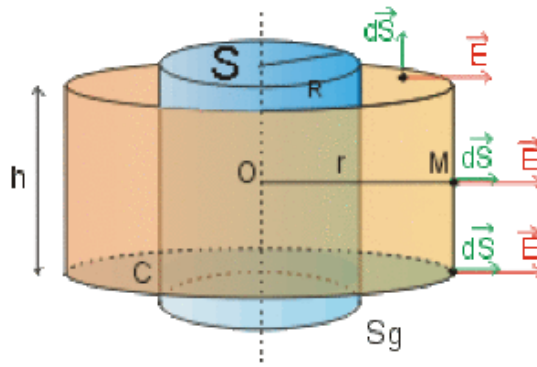
وحدة الزاوية الصلبة هي الزاوية التي تحصر وحدة مساحة على كرة نصف قطرها الوحدة. نظرًا لأن المساحة السطحية لكرة الوحدة هي 4π ، فإن الزاوية الصلبة التي تغطي الفضاء بالكامل من نقطة هي 4π . ويمتد المجموع على الفضاء بأكمله، أي 4π . إذا كان هناك N شحنات q_i داخل S :

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i$$

بتعريف:

$$Q_{\text{int}} = \sum_{i=1}^N q_i$$

فإن تدفق $\vec{E}$ عبر سطح مغلق يساوي $\frac{1}{\epsilon_0}$ مضروبًا في مجموع الشحنات الداخلية، بغض النظر عن الشحنات الخارجية.



شكل 7.2: تطبيق نظرية غوس على إسطوانة

3.12.2 تطبيق نظرية غاوس:

يكون تطبيق نظرية غاوس مفيداً جداً في المسائل التي تتمتع بدرجة عالية من التماثل. تحقق من هذه الخاصية باستخدام المثال البسيط لحساب المجال $\vec{E}$ الناتج عن شحنة نقطية q .
المحاكاتان التاليتان ستيحان لك تطبيق نظرية غاوس في حالة بنيتين مشحونتين بشكل منتظم تتمتعان بمجاور تماثل. يمكنك التحقق من مدى سهولة استخدام نظرية غاوس لحساب المجال الكهروستاتيكي الناتج عن هذين التوزيعين المشحونين.

4.12.2 المنهجية

تعد نظرية غاوس أداة قيمة لتحديد المجال الكهربائي $\vec{E}$ عند أي نقطة P عندما يكون توزيع الشحنات متماثلاً. تتضمن خطوات حساب $\vec{E}$ ما يلي:

1. تحديد اتجاه المجال باستخدام اعتبارات التماثل.
2. اختيار سطح غاوسي S (وهي، بدون واقع مادي): - يمر عبر النقطة محل الاهتمام P . - يكون أكثر ملاءمة لتبسيط تعبير تدفق $\vec{E}$ من خلاله. - يمتلك نفس خصائص التماثل التي يمتلكها المصدر. - لا يتطابق مع سطح مادي مشحون.
3. التعبير عن التدفق Φ عبر السطح المغلق S .
4. تحديد الشحنة الكلية Q_{int} المحصورة داخل الحجم المحاط بـ S .
5. تطبيق نظرية غاوس:

$$\Phi = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

إذا كان السطح الغاوسي مُختاراً بشكل جيد، فإن الطرف الأيسر من المعادلة يكون دالة بسيطة في $\vec{E}$ والمسافة r . وبالتالي، يمكن الحصول على تعبير للمجال $\vec{E}$ بدلالة المسافة r والشحنات المصدرية.

حالة التماثل المحوري يقال إن توزيع الشحنة المصدرية يمتلك تماثلاً محورياً إذا كانت كثافة الشحنة في أي نقطة تعتمد فقط على المسافة من محور معين.

سحابة شحنات أسطوانية ذات كثافة حجمية $\rho = f(r)$

1. طبيعة المجال الكهربائي: - بسبب التماثل المحوري، يكون المجال الكهربائي شعاعياً (متجهاً للخارج) عند الابتعاد عن حواف المصدر.

2. اختيار السطح الغاوسي المناسب: - أفضل اختيار للسطح الغاوسي هو أسطوانة محورية حول المحور Δ ، تمر بالنقطة محل الاهتمام M (والتي يمكن أن تكون داخل المصدر أو خارجه).

حالة النقطة محل الاهتمام خارج المصدر على السطوح الجانبية** للأسطوانة الغاوسية، يكون كل من متجه المجال الكهربائي $\vec{E}$ وعنصر السطح $d\vec{S}$ متوازيين، بينما يكونان متعامدين على السطوح العلوية والسفلية** للأسطوانة. وبالتالي، فإن التدفق الكهربائي عبر السطح المغلق بالكامل S_g يتبقى فقط عبر السطح الجانبي للأسطوانة:

$$\Phi = \iint_{S_g} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{lat}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{lat}} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

حساب التدفق عبر السطح الجانبي

على السطح الجانبي للأسطوانة، تكون $\vec{E}$ و $d\vec{S}$ متوازيين تماماً، لذا فإن التدفق يصبح:

$$\Phi = \iint_{S_{lat}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_{lat}} E \cdot dS$$

بما أن المجال الكهربائي E يكون ثابتاً على السطح الغاوسي، يمكن إخراجها من التكامل:

$$\Phi = E \iint_{S_{lat}} dS = E S_{lat}$$

مساحة السطح الجانبي للأسطوانة الغاوسية تساوي:

$$S_{lat} = 2\pi r h$$

وبالتالي، يصبح التدفق الكهربائي:

$$\Phi = E \cdot 2\pi r h$$

حساب الشحنة داخل السطح الغاوسي الآن، نحتاج فقط إلى تحديد مقدار الشحنة Q_i الموجودة داخل الحجم المحصور بواسطة السطح الغاوسي حسب التوزيع المدروس. وباستخدام مبرهنة غاوس، يمكننا إيجاد المجال الكهربائي E من العلاقة:

$$\Phi = E \cdot 2\pi r h = \frac{Q_i}{\epsilon_0}$$

وهذا يتيح لنا حساب المجال الكهربائي بناءً على كمية الشحنة الموجودة داخل الأسطوانة.

باب 3

الكهرباء الحركية

الكهرباء الحركية هي دراسة التيارات الكهربائية، أي دراسة حركة الشحنات الكهربائية في أوساط مادية تسمى النواقل أو الموصلات. بعبارة أخرى، هي دراسة الدوائر والشبكات الكهربائية.

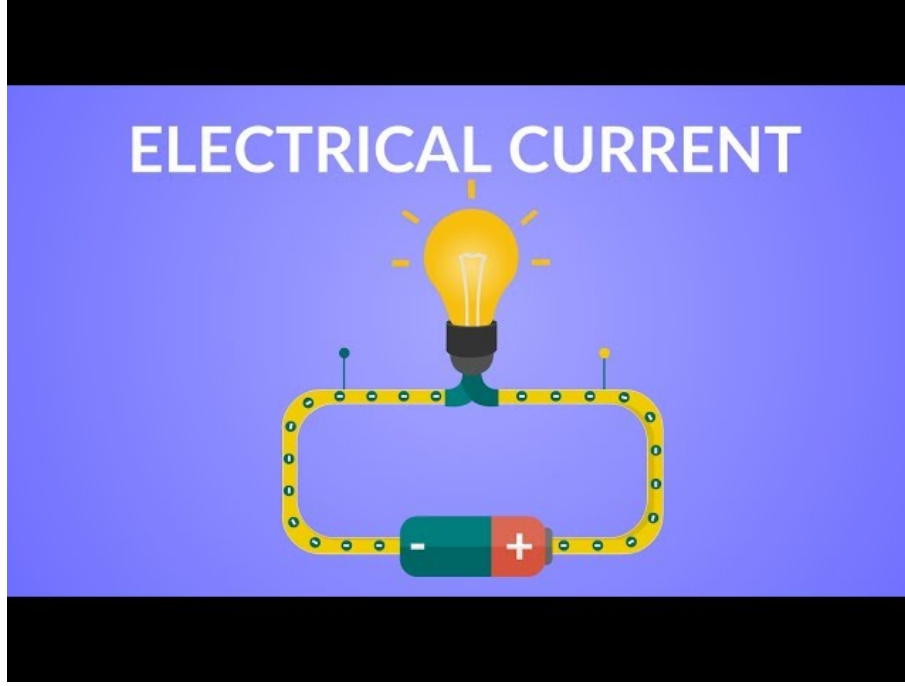
1.3 الموصل الكهربائي

في مجال الكهرباء، الموصل هو مادة تحتوي على حاملات شحنات كهربائية قادرة على التحرك بسهولة. عندما يتعرض هذا الموصل إلى مجال كهربائي، تصبح حركة هذه الشحنات منتظمة على المستوى الكلي، مما يؤدي إلى ظهور التيار الكهربائي. وبتوسع أكبر، الموصل هو أي عنصر كهربائي أو إلكتروني ذو مقاومة منخفضة يُستخدم لنقل التيار الكهربائي من نقطة إلى أخرى. من بين المواد الموصلة، نذكر المعادن، والمحاليل الشاردية (الإلكتروليتات)، والبلازما. لا توجد موصلات مثالية عملياً، لذلك تُستخدم موصلات أومية، من أفضلها الفضة، والذهب، والألمنيوم.

2.3 التيار الكهربائي

تعريف 1

التيار الكهربائي هو حركةٌ جماعيةٌ ومنظمةٌ لحاملات الشحنة الكهربائية (الإلكترونات أو الأيونات). يمكن أن يحدث تدفق الشحنات هذا في الفراغ (مثل حزم الإلكترونات في أنابيب الأشعة المهبطية...)، أو في وسط موصل (مثل الإلكترونات في المعادن أو الأيونات في المحاليل الشاردية). يظهر التيار الكهربائي في الموصل عندما تُطبق فرق كمن بين طرفيه.



شكل 1.3: التيار الكهربائي

1.2.3 شدة التيار الكهربائي

شدة التيار الكهربائي هي مقدار يصف معدل تدفق الشحنة الكهربائية عبر سطح معين، خاصةً المقطع العرضي لسلك كهربائي، وتُعبّر عنها بالعلاقة:

$$I(t) = \frac{dq(t)}{dt} \quad (\text{III-1})$$

حيث:

• I هي شدة التيار الكهربائي.

• q هي الشحنة الكهربائية.

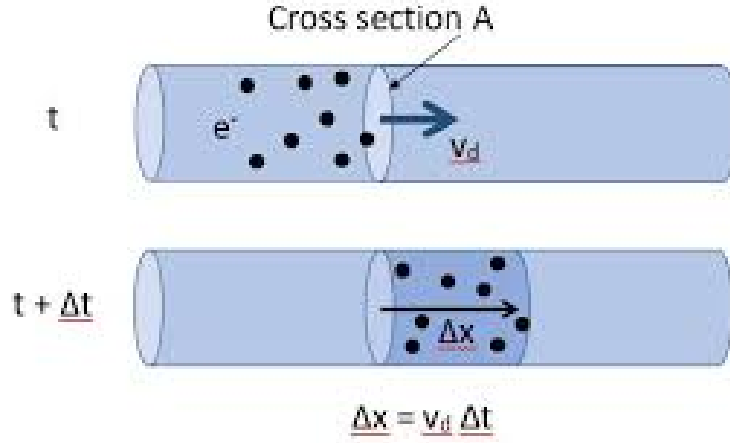
• t هو الزمن.

في النظام العالمي للوحدات، تُقاس شدة التيار بوحدة الأمبير، (Ampere) ورمزها المعياري (A) ويقابل الأمبير تدفق شحنة مقدارها كولوم واحد في الثانية الواحدة.

تُقاس شدة التيار الكهربائي باستعمال جهاز الأمبير متر، (Ammeter) الذي يجب أن يُوصَل على التسلسل (على التوالي) في الدارة الكهربائية.

2.2.3 كثافة التيار الكهربائي

كثافة التيار الكهربائي هي متجه يصف التيار الكهربائي محلياً (أي في نقطة محددة). يشير اتجاهه إلى اتجاه حركة حاملات الشحنة (لكن قد يكون اتجاهه معاكساً في حالة حاملات الشحنة السالبة)، ومقداره يمثل شدة التيار لكل وحدة مساحة. ويرتبط كثافة التيار بشدة التيار بالعلاقة:



شكل 2.3: كثافة التيار الكهربائي

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (\text{III-2})$$

حيث:

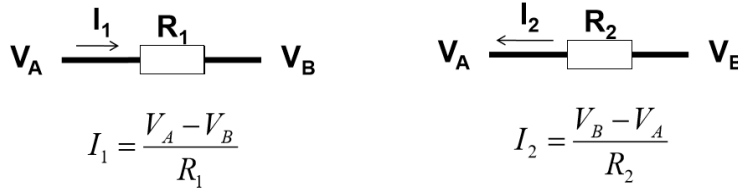
- I هي شدة التيار الكهربائي.
- S هو سطح معين.
- $\vec{j}$ هو متجه كثافة التيار الكهربائي.
- $d\vec{S}$ هو متجه عنصر السطح.

في النظام العالمي للوحدات، تُقاس كثافة التيار الكهربائي بوحدة الأمبير لكل متر مربع ($\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$).

3.3 قانون أوم

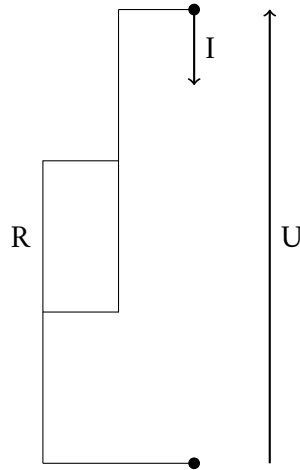
فرق الجهد الكهربائي (أو التوتر الكهربائي) U (بوحدة الفولت) بين طرفي مقاومة كهربائية R (بوحدة الأوم) يكون متناسباً مع شدة التيار الكهربائي I (بوحدة الأمبير) الذي يمر خلالها (الشكل 10.3):

- Electrical current flows from a high potential to a low potential



شكل 3.3: قانون أوم

$$U = R \cdot I \quad (\text{III-3})$$



شكل 4.3: الشكل 10.3 مقاومة يمر من خلالها تيار كهربائي I تحت فرق جهد U

المقاومة الكهربائية هي مقدار معبر عن معارضة الجسم لممر التيار الكهربائي من خلاله، وتقاس بوحدة الأوم (Ohm).

4.3 تأثير جول

تأثير جول هو ظاهرة إنتاج حرارة تحدث عند مرور تيار كهربائي عبر موصل ذو مقاومة. يظهر هذا التأثير على شكل زيادة في الطاقة الحرارية للموصل ودرجة حرارته. في الواقع، يحول هذا النوع من الموصلات الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية (طاقة تُبدد على شكل حرارة). القدرة المبددة بواسطة هذا الموصل تساوي:

$$P = RI^2 \quad (\text{III-4})$$

وحدة القياس للقدرة هي الواط (W).

R : مقاومة الموصل.

I : شدة التيار المار عبر الموصل.

من تعريف الطاقة، نستنتج أن الطاقة المستهلكة بواسطة المقاومة خلال الزمن t تساوي:

$$E = U.I.t = R.I^2 t = \frac{U^2}{R} t \quad (\text{III-5})$$

وحدة قياس الطاقة هي الجول (J).

5.3 توصيل المقاومات

نميز حالتين لتوصيل المقاومات:

1.5.3 التوصيل على التوالي

تمر جميع المقاومات R_i بنفس التيار الكهربائي I ، ولكل منها طرف واحد فقط مشترك مع مقاومة أخرى 1.4. الجهد $U_{AB} = U$ يساوي مجموع الجهود على طرفي كل المقاومات.

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = R.I \quad (\text{III-6})$$

$$U = R_1.I + R_2.I + R_3.I + \dots + R_n.I = R.I \quad (\text{III-7})$$

وبالتالي نحصل على المقاومة المكافئة لجميع المقاومات الموصلة على التوالي.

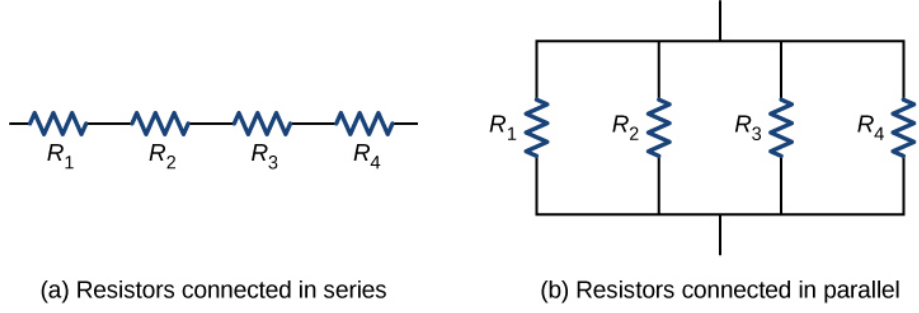
$$R = \sum_{i=1}^n R_i \quad (\text{III-8})$$

2.5.3 التوصيل على التوازي

يتميز هذا النوع من التوصيل بأن جميع المقاومات متصلة من الطرفين 1.4. الجهد متساوٍ على طرفي أي مقاومة R_i .

التيار الكهربائي الذي يغذي هذه الدارة يتفرع بين المقاومات، بحيث:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n \quad (\text{III-9})$$



شكل 5.3: والتسلسل توصيل المقاومات على التوازي

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} + \dots + \frac{U}{R_n} \longrightarrow \frac{1}{R} = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \right] \cdot U \quad (\text{III-10})$$

وبالتالي نحصل على المقاومة المكافئة في هذه الحالة، والتي تكون دائماً أصغر من أصغر مقاومة موصلة على التوازي.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \longrightarrow \frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad (\text{III-11})$$

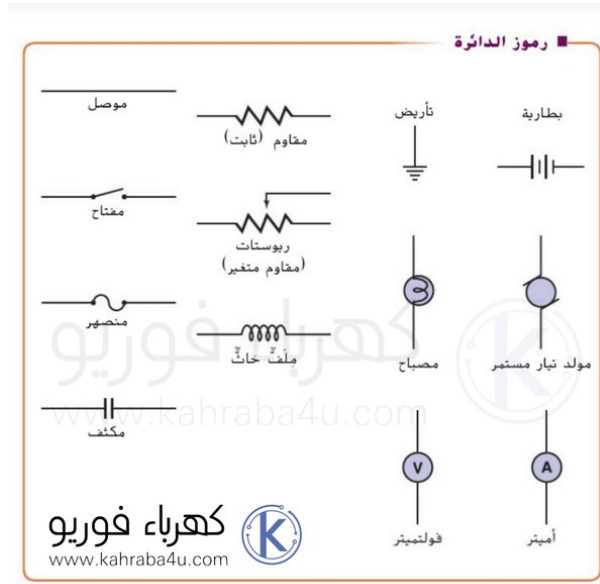
6.3 الدوائر الكهربائية

الدائرة الكهربائية هي مجموعة من الموصلات (الأسلاك) والمكونات الكهربائية (المقابس، المفاتيح، ...) أو الإلكترونية (الأجهزة المنزلية، ...) التي يمر من خلالها تيار كهربائي. تمثل الدراسة الكهروميكانيكية للدائرة الكهربائية في تحديد شدة التيار والجهد عند كل نقطة.

7.3 عناصر الدائرة الكهربائية

تتكون الدائرة الكهربائية أساساً من العناصر التالية (الشكل 6.3):

1. العقدة: هي نقطة التقاء موصلين أو أكثر.
2. الفرع: هو جزء من الدائرة يقع بين عقدتين.
3. الحلقة: هي أي مسار مغلق، يتكون من سلسلة من الفروع.



شكل 6.3: العناصر الأساسية للدائرة الكهربائية

8.3 المولدات الكهربائية

للحصول على تيار كهربائي مستمر في دائرة مغلقة، من الضروري تزويد الدائرة بالطاقة. يتم ذلك بواسطة أجهزة تسمى المولدات. يمكننا القول أنها مصادر للقوى المحركة الكهربائية لنقل الشحنات. يتم التمييز بين نوعين من المولدات:

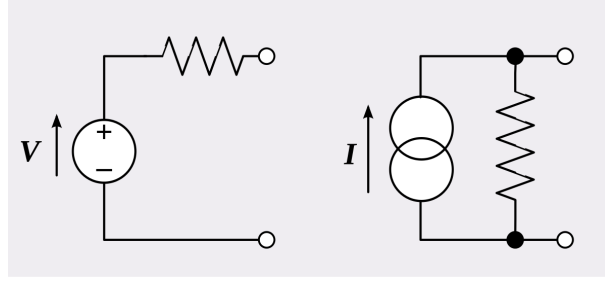
1.8.3 مولدات أو مصادر الجهد

مصدر الجهد، أو مولد الجهد، هو ثنائي القطب يتميز بجهد ثابت بين طرفيه، بغض النظر عن شدة التيار المتغيرة التي يقدمها. في ما يلي، سنهتم بشكل خاص بمولدات الجهد المستمر. يتميز هذا النوع من المولدات بقوة محركة كهربائية e ، ومقاومة داخلية صغيرة r (الشكل 7.3).

من الممكن استبدال مولد الجهد، الذي تكون خصائصه (e, r) ، بمصدر مثالي، بقوة محركة كهربائية e ، متصل على التوالي مع موصل أومي، بمقاومة r كما هو موضح في الشكل 7.3.

القوة المحركة الكهربائية لمولد الجهد تساوي فرق الجهد بين طرفيه عندما لا يقدم أي تيار:

$$I = 0 \longrightarrow e = U_{AB}$$



شكل 7.3: تمثيل مولد الجهد و التيار

2.8.3 مولدات أو مصادر التيار

مصدر التيار، أو مولد التيار، هو ثنائي القطب يتميز بتقديم تيار ثابت، بغض النظر عن فرق الجهد المتغير بين طرفيه. في ما يلي، سنهتم بشكل أساسي بمولدات التيار المستمر. يتم تمثيل هذا النوع من المولدات بخطط الشكل 7.3.

يمكننا استبدال مولد التيار بمصدر تيار مثالي، يقدم تياراً ثابتاً، ومتصل على التوازي مع موصل أومي، ذو مقاومة، كما هو موضح في الشكل 7.3.

9.3 قوانين كيرشوف

تعريف 1

القانون الأول (قانون العقدة) في أي عقدة في الدائرة الكهربائية، يكون مجموع التيارات الداخلة مساوياً لمجموع التيارات الخارجة:

$$\sum I_e = \sum I_s \quad (\text{III-12})$$

هذا يعني أن الشحنات لا تتراكم، بل تتدفق عند العقدة في الدائرة، وهي تخضع لقانون حفظ الطاقة.

تعريف 2

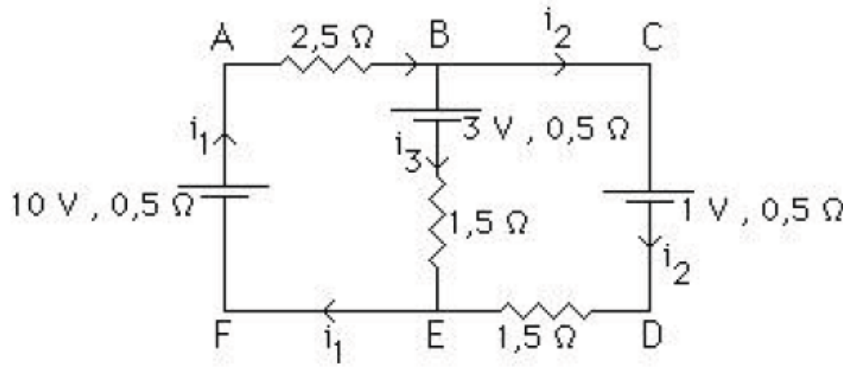
القانون الثاني (قانون الحلقة) في أي حلقة في الدائرة الكهربائية، يكون المجموع الجبري لحاصل ضرب المقاومات في شدة التيار $(\sum_{k=1}^n R_k I_k)$ مساوياً للمجموع الجبري للقوى المحركة الكهربائية $(\sum_{k=1}^n e_k)$.

$$\sum_{k=1}^n e_k = \sum_{k=1}^n R_k I_k \quad (\text{III-13})$$

عند تطبيق هذا القانون، يجب اختيار اتجاه موجب حول الحلقة: جميع القوى المحركة والتيارات التي لها نفس الاتجاه يتم حسابها بشكل موجب، أما تلك التي تكون في الاتجاه المعاكس فتحسب بشكل سالب. نعتبر اتجاه e موجباً عندما ندخل بعد القطب الموجب إلى القطب السالب ونخرج من القطب الموجب (مما يؤدي إلى زيادة في الجهد)، والعكس في الحالة المعاكسة.

10.3 تطبيقات

لنأخذ على سبيل المثال الدائرة الكهربائية التالية (الشكل 8.3): نريد إيجاد قيم التيارات الثلاثة



شكل 8.3: دائرة كهربائية

I_1 ، I_2 ، و I_3 باستخدام قوانين كيرشوف. قانون حفظ التيار (القانون الأول لكيرشوف) يعني أن $I_1 = I_2 + I_3$.

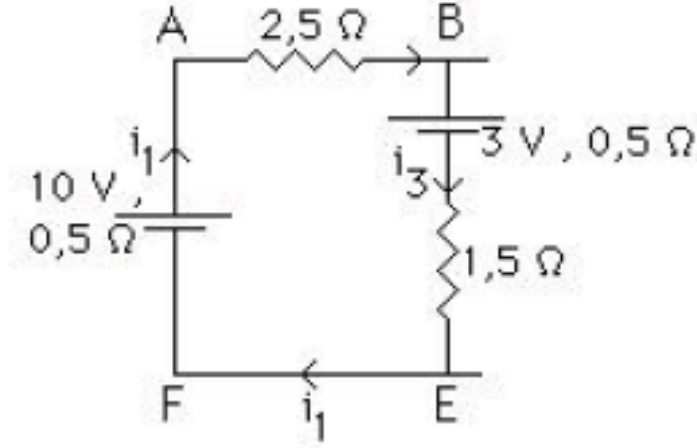
ثم نطبق قانون حفظ الجهد على حلقتي الدائرة (القانون الثاني لكيرشوف) على الحلقتين ABEFA و BCDEB.

الحلقة: ABEFA

بدءاً من النقطة A حيث الجهد V_A :

1. من A إلى B، نمر عبر مقاومة 2.5Ω في اتجاه التيار i_1 ، مما يؤدي إلى انخفاض في الجهد مقداره $2.5 i_1$ فولت.

2. من B إلى E:



شكل 9.3: الحلقة ABEFA

- (أ) نمر عبر بطارية جهدها $E = 3$ فولت من الجهد الأعلى إلى الأدنى، مما يؤدي إلى انخفاض في الجهد مقداره 3 فولت.
- (ب) نمر عبر المقاومة الداخلية للبطارية في اتجاه التيار i_3 ، مما يؤدي إلى انخفاض في الجهد مقداره $0.5 i_3$ فولت.
- (ج) وأخيراً، نمر عبر مقاومة 1.5Ω في اتجاه التيار i_3 ، مما يؤدي إلى انخفاض في الجهد مقداره $1.5 i_3$ فولت.

3. من E إلى F، لا يوجد تغير في الجهد.

4. من F إلى A:

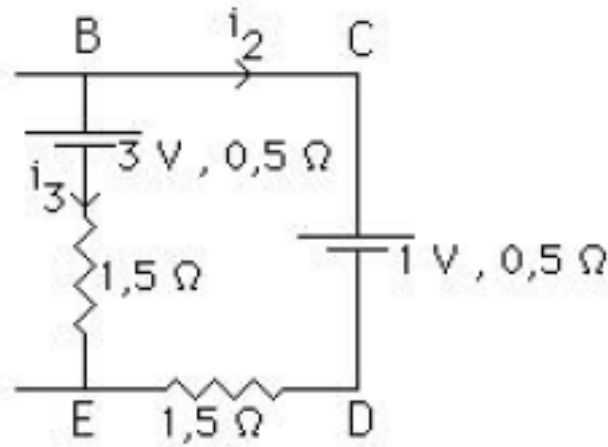
- (أ) نمر عبر بطارية جهدها $E = 10$ فولت من الجهد الأدنى إلى الأعلى، مما يرفع الجهد بمقدار 10 فولت.
- (ب) من ناحية أخرى، مرور التيار i_1 عبر المقاومة الداخلية لهذه البطارية يؤدي إلى انخفاض في الجهد مقداره $0.5 i_1$ فولت.

بعد دورة كاملة نحصل على:

$$V_A - 2.5 i_1 - 3 - 0.5 i_3 - 1.5 i_3 + 10 - 0.5 i_1 = V_A$$

وبالتالي:

$$U_{AA} = V_A - V_A = -2.5i_1 - 3 - 0.5i_3 - 1.5i_3 + 10 - 0.5i_1 = 0$$



شكل 10.3: الحلقة BCDEB:

بدءًا من النقطة B حيث الجهد V_B :

1. من B إلى D:

(أ) هناك فقدان 1 فولت عبر البطارية.

(ب) وفقدان $0.5i_2$ فولت عبر المقاومة الداخلية لهذه البطارية.

2. من D إلى E، هناك فقدان $1.5i_2$ فولت.

3. من E إلى B:

(أ) هناك ربح $1.5i_3$ فولت.

(ب) وربح $0.5i_3$ فولت عبر المقاومة الداخلية لبطارية 3 فولت.

(ج) وربح 3 فولت بسبب القوة المحركة الكهربائية للبطارية.

بعد دورة كاملة نحصل على:

$$V_B - 1 - 0.5i_2 - 1.5i_2 + 1.5i_3 + 0.5i_3 + 3 = V_B$$

وبالتالي:

$$U_{BB} = V_B - V_B = -1 - 0.5i_2 - 1.5i_2 + 1.5i_3 + 0.5i_3 + 3 = 0$$

1.10.3 حل النظام:

نحصل على نظام المعادلات التالي:

$$\begin{aligned}i_1 &= i_2 + i_3 \\-3i_1 - 2i_3 + 7 &= 0 \\-2i_2 + 2i_3 + 2 &= 0\end{aligned}$$

حل هذا النظام يعطي:

$$\begin{aligned}i_1 &= 2 \text{ أمبير} \\i_2 &= 1.5 \text{ أمبير} \\i_3 &= 0.5 \text{ أمبير}\end{aligned}$$

القيم الموجبة للتيارات تشير إلى أن الاتجاهات المختارة في البداية كانت صحيحة.

باب 4

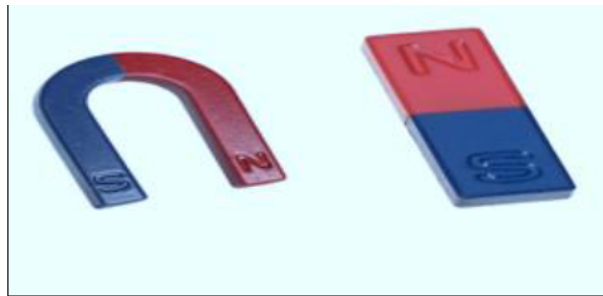
الكهرومغناطيسية

تعريف 1

الكهرومغناطيسية هي فرع من فروع الفيزياء يدرس التفاعلات بين التيارات الكهربائية والحقول المغناطيسية.

1.4 مقدمة

في الطبيعة، توجد أجسام تُعرف بالمغناطيسات الدائمة، وهي تمارس قوى على بعضها البعض وكذلك على الحديد والنيكل والكوبالت وبعض السبائك المختلفة. يُعد المغناطيس مصدراً يعمل على تغيير خصائص الفضاء المحيط به، ويُعزى هذا التغيير إلى وجود حقل يُعرف باسم الحقل المغناطيسي (انظر الشكل 1.4).



شكل 1.4: مغناطيس

2.4 الحقل المغناطيسي الناتج عن مغناطيس

الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ هو حقل قوى ينشأ نتيجة لحركة الشحنات الكهربائية (أي نتيجة لتيار كهربائي). ويمثل منطقة في الفضاء تتعرض لقوى ناتجة إما عن مغناطيس أو عن تيار كهربائي. وحدة قياس شدة الحقل المغناطيسي في النظام الدولي للوحدات (SI) هي التسلا، (T) ويمكن قياسه أيضاً بوحدة غاوس، (G) حيث:

$$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$$

• $\vec{B}$: متجه الحقل المغناطيسي (بوحدة تسلا)

• بعض القيم النموذجية:

- الحقل المغناطيسي للأرض: $0.5 \text{ G} \approx (5 \times 10^{-5} \text{ T})$
- مغناطيس الثلاجة: $100 \text{ G} \approx (0.01 \text{ T})$
- جهاز التصوير بالرنين المغناطيسي (MRI): $1.5 - 3 \text{ T} \approx$

1.2.4 الحقل المغناطيسي للأرض

ينشأ الحقل المغناطيسي للأرض من الحركات الحملية في اللب الخارجي السائل المكون أساساً من الحديد والنيكل. يُعرف هذا التأثير باسم الدينامو الجيولوجي، وينتج عنه حقل مغناطيسي ثنائي القطب:

• يعمل على توجيه إبرة البوصلة نحو الشمال المغناطيسي (ويعرف الفرق بينه وبين الشمال الجغرافي بانحراف المغناطيسي)

• يوفر حماية حيوية ضد الرياح الشمسية (أحزمة الإشعاع فان ألين)

$$\vec{B}_{\text{earth}} \approx 0.25 - 0.65 \text{ G} \quad (25 - 65 \mu\text{T})$$

الخصائص الرئيسية:

• الميلان: الزاوية بين خطوط الحقل وسطح الأرض (تتغير حسب خط العرض)

• التغير الزمني البطيء: يتحرك بمعدل يقارب 0.1° سنوياً

• انعكاسات القطبية تحدث جيولوجياً كل حوالي 300,000 سنة

الأهمية البيولوجية للحقل المغناطيسي الأرضي يلعب الحقل المغناطيسي الأرضي دوراً أساسياً في دعم الحياة على الأرض من خلال:

- انحراف 99% من جسيمات الرياح الشمسية (عادةً بروتونات/إلكترونات بطاقة 1–10 keV)
- تكوين حدود المغناطيسية (magnetopause) عند مسافة $10R_E$ ~ (أنصاف أقطار الأرض)
- توجيه الجسيمات المشحونة نحو المناطق القطبية، مما يؤدي إلى ظهور:
- الشفق القطبي الشمالي/الجنوبي (مرئي على ارتفاعات تتراوح بين 400 – 90 كم)
- التيارات الأيونوسفيرية (بشدة تقارب $1 \sim \text{MA}$ في التيارات القطبية العليا)

$$F_{\text{Lorentz}} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{آلية الانحراف})$$



شكل 2.4: الشفق القطبي

الأقطاب المغناطيسية

تشير الملاحظات التجريبية إلى أنه عند وضع إبرة ممغنطة صغيرة بشكل حر في نقطة M :

- فإنها تصطف وفقاً للزوال المغناطيسي للأرض (زاوية الانحراف δ).
- تُظهر اهتزازات توافقية عند إزاحتها:

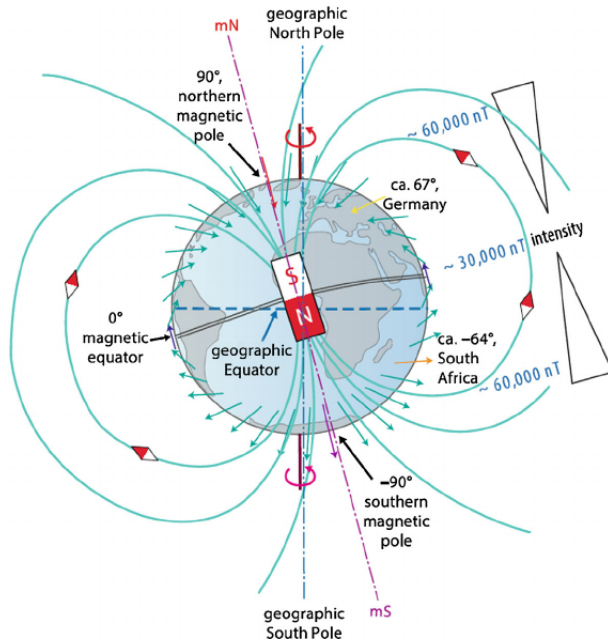
$$\tau = -k\theta \quad (\text{عزم الإرجاع})$$

- تعود إلى وضع التوازن بزمان تخميد يتناسب مع $t_d \propto \eta/B$ حيث η تمثل اللزوجة.

ملاحظة 1

مبرهنة التوازن المغناطوستاتيكي بالنسبة لمغناطيس معلق بحرية ويمتلك عزماً مغناطيسياً $\vec{m}$:

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B}_{\text{earth}} = 0 \Rightarrow \vec{m} \parallel \vec{B}_{\text{earth}}$$



شكل 3.4: اتجاه المحاور المغناطيسية مع حقل الأرض: (أ) الشمال الحقيقي، (ب) الشمال المغناطيسي، (ج) زاوية الانحراف

تسمية الأقطاب المغناطيسية يعتمد تحديد الأقطاب المغناطيسية على اتجاه إبرة البوصلة:

• القطب المغناطيسي الشمالي (N): هو الطرف الذي يشير نحو الشمال الجغرافي للأرض

- لكنه في الحقيقة يتجه نحو القطب المغناطيسي الجنوبي للأرض (بسبب تجاذب الأقطاب المختلفة).

- الموقع الحالي حسب بيانات 2025: $86.5^\circ 164^\circ$

• القطب المغناطيسي الجنوبي (S): يشير نحو الجنوب الجغرافي للأرض

- اتجاه العزم المغناطيسي $\vec{m}$ يكون من S إلى N.

- خطوط الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ تدخل عند S وتخرج عند N.

$$\vec{F} = \nabla(\vec{m} \cdot \vec{B}) \quad (\text{القوة المؤثرة على عزم مغناطيسي})$$

2.2.4 وصف الحقل المغناطيسي

في نقطة M ، يُوصف متجه الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ كما يلي (انظر الشكل 3):

- الاتجاه: يوازي محور الإبرة الممغنطة $x'x$.
- الوجهة: من القطب الجنوبي (s) إلى الشمالي (n) للإبرة.
- القيمة: تُقاس بوحدة التسلا (T) بواسطة مقياس التسلا.

$$B = \|\vec{B}\| = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3(\vec{m} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{m}}{r^3} \right) \quad (\text{حقل ثنائي القطب})$$

خطوط الحقل المغناطيسي

تجربة توضيحية:

1. ضع مغناطيساً على شكل قضيب أسفل ورقة.
 2. رشّ برادة الحديد (جزيئات فرومغناطيسية من نوع Fe_3O_4).
 3. راقب تشكل الأنماط التلقائية لخطوط التدفق.
- تركيز عالٍ لخطوط التدفق عند القطبين ($\nabla \cdot \vec{B} = 0$)

• شرط التماس: $\vec{B} \parallel d\vec{l}$

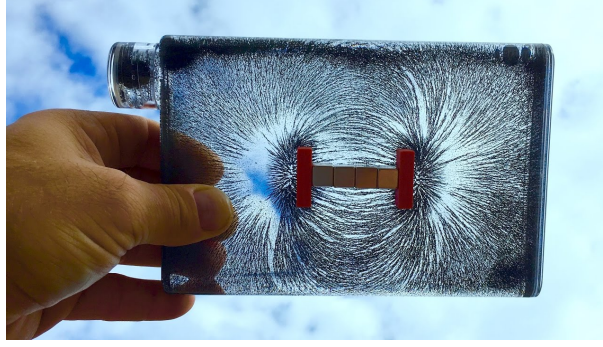
الخصائص الرئيسية:

- الخطوط لا تتقاطع أبداً (حسب مبرهنة التفرد)
- كثافة الخطوط $\propto$ شدة الحقل ($\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$)
- تشكل حلقات مغلقة (شرط السولونويدية - اللاتدفقية)

3.2.4 خصائص خطوط الحقل المغناطيسي

شرط التماس: يكون متجه الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ مماساً لخط الحقل عند كل نقطة:

عنصر طولي على الخط $d\vec{l}$ حيث $\vec{B} \parallel d\vec{l}$



شكل 4.4: رؤية توضيحية لخطوط التدفق المغناطيسي

سلوك الخطوط عند الأقطاب: تُظهر الخطوط سلوكاً هندسياً مميزاً قرب الأقطاب:

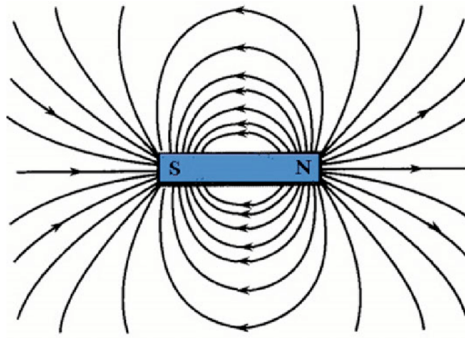
- تخرج عمودياً من سطح القطب الشمالي المغناطيسي
- تنحني في الفضاء مشكلةً حلقات مستمرة مغلقة
- تعود وتدخل عمودياً عند القطب الجنوبي المغناطيسي

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{قانون غاوس للمغناطيسية})$$

اتجاه الإبرة: اتجاه الحقل يتطابق مع اتجاه إبرة بوصلة ممغنطة:

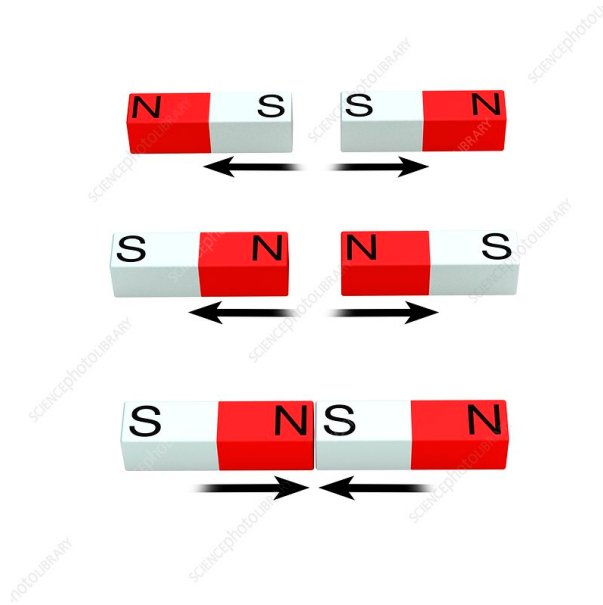
- الاتجاه: على طول محور الإبرة من الجنوب إلى الشمال
- الاتجاه الحسي: من القطب الجنوبي إلى القطب الشمالي للإبرة الاختبارية

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} = 0 \quad (\text{شرط التوازن})$$



شكل 5.4: النمط المميز لخطوط الحقل ثنائي القطب

- الخروج والدخول العمودي عند الأقطاب
- الانحناء باتجاه قاعدة اليد اليمنى



شكل 6.4: تفاعل بين قطبي مغناطيس

3.4 الحقل المغناطيسي الناتج عن التيارات الكهربائية

1.3.4 الحقل المغناطيسي حول ناقل مستقيم

تجربة توضيحية:

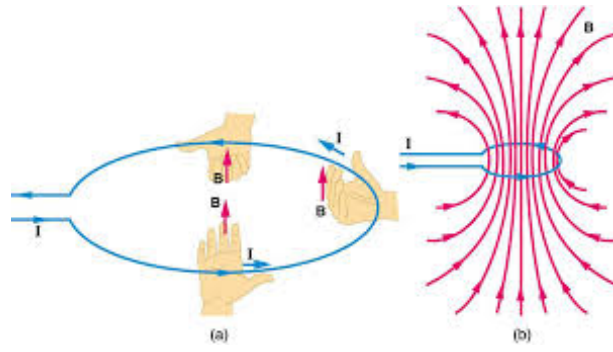
• التجهيز: توضع برادة الحديد على صفيحة من البلاستيك على عمودية على سلك يمر فيه تيار كهربائي.

• حالة عدم وجود تيار: $I = 0 \Rightarrow$ تتوزع البرادة بشكل عشوائي.

• حالة مرور تيار: $I \neq 0 \Rightarrow$ تظهر أنماط دائرية متراكزة حول السلك.

• اتجاه الحقل يُحدد بقاعدة اليد اليمنى (الإبهام يشير إلى اتجاه التيار، والأصابع تشير إلى اتجاه الحقل $\vec{B}$)

• شدة الحقل تتناسب عكسياً مع المسافة r (تناظر أسطواني)



شكل 7.4: خطوط الحقل المغناطيسي الدائرية حول ناقل يمر به تيار كهربائي

2.3.4 الوصف الكمي

الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ على بعد r من ناقل مستقيم لانهائي:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi} \quad (\text{قانون بيو-سافار}) \quad (1)$$

نفاذية الفراغ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$
 شدة التيار I
 متجه وحدة أزيموثي $\hat{\phi}$

ملاحظات أساسية:

- الحقل يُشكل حلقات مغلقة (شرط السولونويدية: $\nabla \cdot \vec{B} = 0$)
- لا توجد شحنات مغناطيسية مفردة (غياب القطب المغناطيسي المنفرد)
- التناظر الدائري يؤكد صحة قانون أمبير: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enc}}$

3.3.4 خصائص الحقل المغناطيسي قرب سلك مستقيم

باستخدام بوصلة لتحليل الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ في نقطة M قرب ناقل تيار (انظر الشكل)، نجد:

- وجود في المستويات العمودية: الحقل يقع في مستوى عمودي على السلك

$$\vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0 \quad (\text{شرط التعامد})$$

- اتجاه الحقل يعتمد على التيار: يحدد باستخدام قاعدة اليد اليمنى:

- الإبهام يشير نحو اتجاه التيار الاصطلاحي ($+I$)

- بقية الأصابع تشير إلى اتجاه الحقل $\vec{B}$

• شدة الحقل:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

حيث $k = \frac{\mu_0}{2\pi r}$ ويتعلق بـ:

- المسافة r من السلك (علاقة عكسية)

- نفاذية الوسط: $\mu = \mu_0 \mu_r$

تتأج مهمة:

• توضيح التناظر المحوري للحقل المغناطيسي

• تؤكد الشكل التفاضلي لقانون أمبير: $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$

• تُستخدم كأساس لأجهزة قياس التيار (مثل مسبار هول)

4.3.4 تحديد الاتجاه باستخدام قاعدة اليد اليمنى

يمكن تحديد اتجاه الحقل المغناطيسي باستخدام قاعدة اليد اليمنى:
رياضياً، يتوافق هذا مع الضرب الاتجاهي في قانون بيو-سافار:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

الاتجاه الحقل	الوضعية
$\vec{B}$ عكس عقارب الساعة	تيار نحو الأعلى
$\vec{B}$ مع عقارب الساعة	تيار نحو الأسفل

تطبيقات متقدمة:

• تحديد اتجاه لفات الملف الحلزوني (solénoïde)

• تحديد عزم الدوران في الحركات الكهربائية (قوة لورنتز: $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$)

• تحديد قطبية حساس تأثير هول

4.4 قوة لورنتز المغناطيسية

تعريف 1

تخضع شحنة q تتحرك بسرعة $\vec{v}$ داخل حقل مغناطيسي $\vec{B}$ لقوة مغناطيسية تعرف باسم قوة لورنتز، وتُعطى بالعلاقة:

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

1.4.4 خصائص قوة لورنتز

• الاتجاه: عمودية على كل من $\vec{v}$ و $\vec{B}$

$$\vec{F}_m \perp \text{span}(\vec{v}, \vec{B})$$

• التوجيه: يُحدد باستخدام قاعدة اليد اليمنى (انظر الشكل):

1. الإبهام: يشير إلى اتجاه $\vec{v}$ للشحنة الموجبة أو إلى $-\vec{v}$ للشحنة السالبة

2. السبابة: تشير إلى اتجاه $\vec{B}$

3. الوسطى: تشير إلى اتجاه $\vec{F}_m$

• القيمة العددية:

$$F_m = |q|vB \sin \theta$$

q	الشحنة (كولوم)
v	السرعة (متر/ثانية)
B	شدة الحقل المغناطيسي (تسلا)
θ	الزاوية بين $\vec{v}$ و $\vec{B}$

2.4.4 حالات خاصة

• حركة موازية ($\theta = 0^\circ$): $F_m = 0$

• حركة عمودية ($\theta = 90^\circ$): $F_m = qvB$

• حركة حلزونية: إذا كانت $\vec{v}$ تحتوي على مركبتين: موازية وعمودية على $\vec{B}$

3.4.4 تطبيقات

- السرعات الجزيئية (الحركة الدائرية في السيكلوترون)
- مطياف الكتلة
- حساسات تأثير هول

4.4.4 حالات خاصة لقوة لورنتز

ملاحظة 2

شروط التطرف: تُظهر قوة لورنتز المغناطيسية سلوكيات قصوى في الحالات التالية:

• أقصى قوة ($F_m^{\max}$): عندما تكون $\vec{v} \perp \vec{B}$

$$F_m^{\max} = qvB \quad (\theta = 90^\circ)$$

• انعدام القوة: في حالتين:

1. عندما تكون السرعة موازية للحقل $(\vec{v} \parallel \vec{B})$:

$$F_m = 0 \quad (\theta = 0^\circ \text{ أو } 180^\circ)$$

2. عندما تكون الشحنة ساكنة $(\vec{v} = \vec{0})$:

$$F_m = 0 \quad (\text{حالة ساكنة - كهرباء ساكنة})$$

5.4 تطبيق: حركة الإلكترون في الحقل المغناطيسي للأرض

1.5.4 نص المسألة

إلكترون يتحرك داخل مغناطيسية الأرض بشكل عمودي على خطوط الحقل المغناطيسي، بالمعطيات التالية:

• السرعة: $v = 1000 \text{ km/s} = 10^6 \text{ m/s}$

• شدة الحقل المغناطيسي: $B = 10^{-6} \text{ T}$

• شحنة الإلكترون: $e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$

• كتلة الإلكترون: $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

2.5.4 الحل

1. حساب قوة لورنتز بما أن الحركة عمودية ($\theta = 90^\circ$) فإن:

$$F = |q|vB \sin \theta = evB \quad (\text{لأن } \sin 90^\circ = 1)$$

$$F = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(10^6 \text{ m/s})(10^{-6} \text{ T}) = 1.6 \times 10^{-19} \text{ N}$$

ملاحظة 3

اتجاه القوة يُحدد باستخدام قاعدة اليد اليسرى للإلكترونات (لأن الشحنة سالبة):

• الإبهام: عكس اتجاه $\vec{v}$

• السبابة: اتجاه $\vec{B}$

• الوسطى: اتجاه القوة $\vec{F}$

تسارع الإلكترون

نستخدم قانون نيوتن الثاني:

$$a = \frac{F}{m_e} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ N}}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}} = 1.76 \times 10^{11} \text{ m/s}^2$$

3.5.4 مناقشة

• التسارع الكبير جداً ($\sim 10^{11} \text{ m/s}^2$) يفسر الحركة اللولبية السريعة للجسيمات في الغلاف المغناطيسي.

• يؤدي إلى إشعاع سينكروتروني عند السرعات النسبية.

• له تطبيقات عملية في:

- أحزمة الإشعاع فان ألين

- آليات تشكل الشفق القطبي

- تأثيرات شحن المركبات الفضائية

6.4 الظواهر الكهرومغناطيسية

1.6.4 قوة لورنتز الكاملة

شحنة q تتحرك بسرعة $\vec{v}$ داخل مجالين: كهربائي $\vec{E}$ ومغناطيسي $\vec{B}$ ، تتعرض لقوة كهرومغناطيسية كاملة تُعطى بالعلاقة:

$$\vec{F}_{EM} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

- المركبة الكهربائية: $q\vec{E}$ (لا تعتمد على الحركة)
- المركبة المغناطيسية: $q\vec{v} \times \vec{B}$ (تعتمد على اتجاه السرعة)

2.6.4 قوة لابلاس المؤثرة على ناقل يحمل تياراً

تعريف 1

لناقل مستقيم طوله $\ell = PM$ يمر فيه تيار شدته I داخل حقل مغناطيسي $\vec{B}$ عمودي عليه:

$$\vec{F}_L = I\vec{\ell} \times \vec{B}$$

الأصل المجهرى عدد N من الإلكترونات الحرة (كثافة n) تتحرك بسرعة انجراف $\vec{v}_d$ وتتعرض لقوى لورنتز فردية:

$$F_m = ev_d B \sin \alpha \quad (\text{لكل إلكترون})$$

الصيغة الماكروسكوبية نحول إلى كميات قابلة للقياس:

$$\begin{aligned} F_{\text{total}} &= N \cdot F_m = nA\ell \cdot ev_d B \\ &= (neAv_d) \cdot \ell B = I\ell B \end{aligned}$$

حيث $I = neAv_d$ هو التيار الاصطلاحي.

المعامل	الوصف
A	مساحة المقطع العرضي للناقل
n	كثافة الإلكترونات
v_d	سرعة الانجراف (عادةً ~ مم/ثا)

تطبيقات

- تشغيل المحركات الكهربائية
- آلية عمل أجهزة الجلفانومتر
- أجهزة قياس التيار (ميزان التيار)

3.6.4 صيغة قوة لابلاس

تعريف 2

قوة لابلاس هي القوة الكهرومغناطيسية التي يمارسها الحقل المغناطيسي على ناقل يحمل تياراً كهربائياً:

$$\vec{F}_L = I \vec{\ell} \times \vec{B}$$

اشتقاق من المبادئ المجهرية

1. قوة على إلكترون واحد:

$$F_m = e v_d B \sin \alpha$$

2. زمن عبور الإلكترونات لمسافة ℓ :

$$\Delta t = \frac{\ell}{v_d}$$

3. علاقة التيار:

$$I = \frac{Ne}{\Delta t} = \frac{Ne v_d}{\ell}$$

4. القوة الكلية الماكروسكوبية:

$$F_L = N F_m = \left(\frac{I \ell}{v_d} \right) e v_d B \sin \alpha = I \ell B \sin \alpha$$

الحالة الخاصة: الحقل عمودي ($\alpha = 90^\circ$)

$$F_L^{\max} = I \ell B$$

المعامل	القيم النموذجية
I	من 1A إلى 100A (في التطبيقات الصناعية)
ℓ	من 1m.0 إلى 1m (لفائف المحركات)
B	من 1T.0 إلى 1T (مغناطيسات دائمة)

تطبيقات هندسية

• تصميم المحركات: تحول F_L إلى عزم دوراني $\tau = r \times F_L$

• قواطع الدوائر: آليات الفصل المغناطيسي

• أجهزة قياس التيار: مثل الملف المتحرك في المقياس

ملاحظة 4

- الاشتقاق المجهرى يثبت الصيغة الماكروسكوبية ويوضح ما يلي:
- القوة لا تعتمد على إشارة الشحنة، بل على اتجاه التيار الاصطلاحي
 - القوة تتناسب مع كثافة الشحنات n

7.4 تطبيق: نظام القضبان المغناطيسية (Laplace Rail)

1.7.4 نص المسألة

قضيب موصل $M_1 M_2$ طوله ℓ ينزلق بدون احتكاك على قضيبين على شكل سكة، مشكلاً دائرة مغلقة تتكون من:

- مقاومة كلية R
- قوة دافعة كهربائية مطبقة E
- حقل مغناطيسي منتظم $\vec{B} = B\vec{e}_z$ عمودي على مستوى القضيب
- اتجاه التيار موضح في الشكل

2.7.4 الحل

أ. تعبير التيار باستخدام قانون أوم للدائرة:

$$i = \frac{E}{R} \quad (\text{التيار الاصطلاحي})$$

ب. صيغة قوة لابلاس القوة المؤثرة على القضيب تُحسب كما يلي:

$$\vec{F}_L = i \vec{\ell} \times \vec{B}$$

حيث:

$$\vec{\ell} = \ell \vec{e}_y \quad (\text{متجه طولي للقضيب})$$

$$\vec{B} = B \vec{e}_z \quad (\text{اتجاه الحقل})$$

$$\vec{F}_L = \left(\frac{E}{R} \right) \ell \vec{e}_y \times B \vec{e}_z = \frac{E \ell B}{R} \vec{e}_x$$

المعنى الفيزيائي	المعامل
حسب قاعدة اليد اليمنى	$\vec{e}_y \times \vec{e}_z = \vec{e}_x$
مقدار القوة	$\frac{E \ell B}{R}$

3.7.4 الاعتبارات الطاقوية

$$P_{\text{in}} = Ei = \frac{E^2}{R} \quad \bullet \quad \text{القدرة الداخلة:}$$

$$P_{\text{mech}} = \vec{F}_L \cdot \vec{v} \quad \bullet \quad \text{القدرة الميكانيكية:}$$

$$P_{\text{in}} = P_{\text{mech}} + I^2 R \quad \bullet \quad \text{توازن الطاقة: (ضیاع جول)}$$

تطبيق عددي

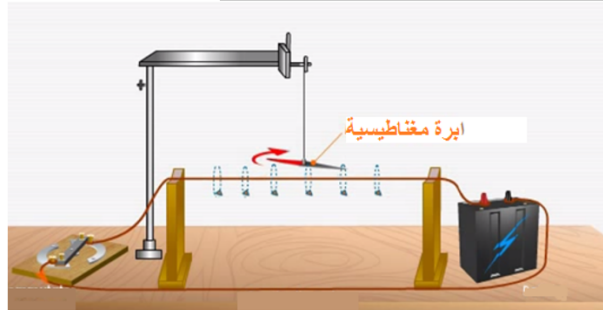
$$\text{عند: } B = 0.8 \, T, \ell = 0.5 \, m, R = 4 \, \Omega, E = 12 \, V$$

$$i = 3 \, A, \quad F_L = 1.2 \, N \quad (\text{في اتجاه } \vec{e}_x)$$

الحل

أ. بتطبيق قانون كيرشوف للحلقة على الدارة المغلقة:

$$\mathcal{E} = iR \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\mathcal{E}}{R}$$



شكل 8.4: تمثيل اتجاه التيار i وقوة لابلاس $\vec{F}$ على القضيب داخل الحقل المغناطيسي $\vec{B}$

ب. قوة لابلاس المؤثرة على القضيب $M_1 M_2$:

$$\vec{F} = i M_2 \vec{M}_1 \wedge \vec{B} = -i \ell \vec{e}_y \wedge B \vec{e}_z$$

$$\vec{F} = -i \ell B \vec{e}_x \Rightarrow \vec{F} = -\frac{\mathcal{E}}{R} \ell B \vec{e}_x$$

تمثيل اتجاه القوة $\vec{F}$:

8.4 قانون بيو-سافار

حوالي سنة 1820، وضع جان بابتيست بيو وفليكس سافار بشكل تجريبي القانون الذي يصف توليد حقل مغناطيسي من قبل تيار كهربائي.

نعتبر سلكاً ناقلاً يصف منحنى C ويحمل تياراً بشدة I (انظر الشكل).
نأخذ عند نقطة P عنصراً تفاضلياً من السلك يُرمز له بـ $d\vec{\ell}$.
متجه الموضع لنقطة M بالنسبة إلى P هو: $\vec{r} = \overrightarrow{PM}$.

الحقل المغناطيسي التفاضلي في النقطة M حسب قانون بيو-سافار يُعطى بـ:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_{PM}}{r^2}$$

حيث $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ تمثل نفاذية الفراغ.

1.8.4 خصائص الحقل المغناطيسي الناتج عن تيار

- يتجه الحقل المغناطيسي عمودياً على المستوى المولد بواسطة $d\vec{\ell}$ و $\vec{r}$.
- يُحدد اتجاه الحقل المغناطيسي باستخدام قاعدة اليد اليمنى أو قاعدة البرغي (انظر الشكل).

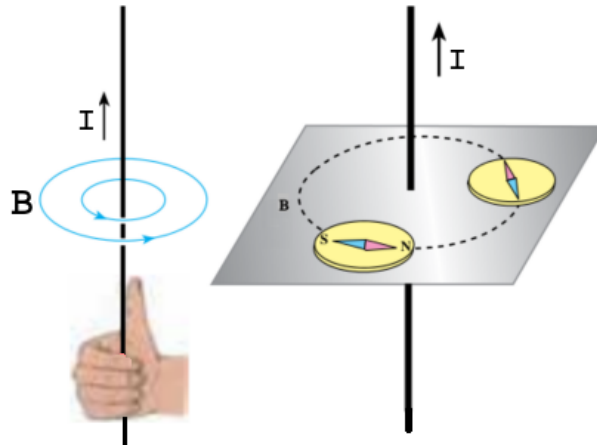
ملاحظة: اتجاه متجه الحقل المغناطيسي يُعطى باتجاه الإبهام بينما يشير الإصبع نحو اتجاه التيار.

• للحصول على الحقل الكلي في النقطة M ، ندمج جميع الحقول التفاضلية الناتجة عن كل عنصر من السلك:

$$\vec{B}(M) = \int_C d\vec{B} = \int_C \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{\ell} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$$

سلك مستقيم لانهائي

نأخذ سلكاً مستقيماً لا نهائياً يحمل تياراً مستمراً I ، ونحسب الحقل المغناطيسي المتولد عند نقطة M بسبب عنصر $d\vec{OP}$ من السلك كما هو موضح بالشكل.



شكل 9.4: الحقل المغناطيسي عند النقطة M الناتج عن عنصر تيار $d\vec{OP}$

حسب قانون بيو-سافار:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{OP} \wedge \vec{PM}}{||\vec{PM}||^3}$$

من الشكل:

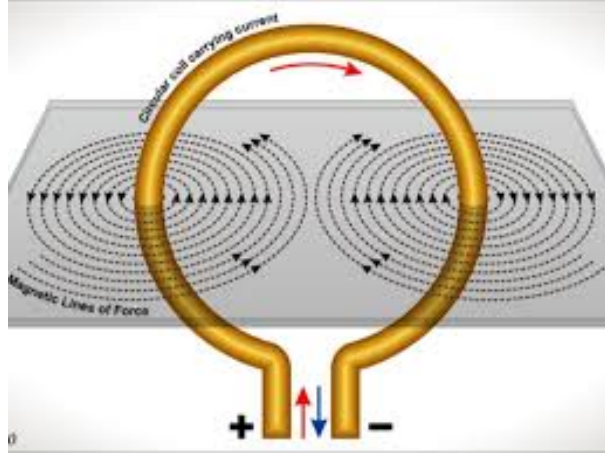
$$PM = \frac{a}{\cos \alpha}, \quad OP = a \tan \alpha, \quad dOP = \frac{a d\alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I \cos \alpha d\alpha}{4\pi a} \vec{k}$$

$$B = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\mu_0 I \cos \alpha}{4\pi a} d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

حلقة دائرية

نأخذ حلقة دائرية نصف قطرها R تمر فيها شدة تيار ثابتة I . نريد حساب الحقل المغناطيسي الناتج عند نقطة M الواقعة على محور z الخاص بالحلقة (انظر الشكل).



شكل 10.4: الحقل المغناطيسي عند النقطة M الناتج عن حلقة دائرية يمر بها تيار

من الشكل ??، نلاحظ:

$$\vec{PM} = \vec{PO} + \vec{OM}, \quad PM = \frac{R}{\sin \alpha}$$

في الإحداثيات الأسطوانية:

$$d\vec{OP} = dOP \vec{u}_\theta = R d\theta \vec{u}_\theta$$

بالتعويض في قانون بيو-سافار:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{OP} \wedge \vec{PM}}{\|\vec{PM}\|^3} = \frac{\mu_0 I R d\theta}{4\pi} \frac{\vec{u}_\theta \wedge (-R\vec{u}_r + z\vec{k})}{\|\vec{PM}\|^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{(R^2 d\theta \vec{k} + R z d\theta \vec{u}_r)}{R^3 / \sin^3 \alpha}$$

بسبب التناظر، فإن المكونات الشعاعية للحقل المغناطيسي الناتج عن نقاط متقابلة في الحلقة تُلغى بعضها البعض، ويبقى فقط المركبة على المحور z :

$$d\vec{B} = dB_z \vec{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin^2 \alpha d\theta \vec{k}$$

إذاً، الحقل المغناطيسي الكلي الناتج عند النقطة M هو:

$$B = \oint dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin^2 \alpha \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

9.4 تطبيق

سلك مستقيم لانهائي يمر فيه تيار ثابت شدته 10 أمبير.

1. ما شدة الحقل المغناطيسي الناتج على بعد 5 سم من السلك؟
2. هل يؤثر هذا الحقل على بوصلة؟ علماً أن شدة الحقل المغناطيسي للأرض هي $T \cdot 2.2 \times 10^{-5}$

الحل

1. شدة الحقل المغناطيسي الناتج على بعد r من سلك مستقيم لانهائي تعطى بالعلاقة:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r}$$

تطبيق عددي:

$$B = 4 \times 10^{-5} \text{ T}$$

2. هذا الحقل المغناطيسي يؤثر على البوصلة لأنه يعادل ضعف شدة حقل الأرض المغناطيسي.

ثنائي القطب المغناطيسي

يشبه ثنائي القطب المغناطيسي في المجال المغناطيسي نظيره في المجال الكهربائي، أي ثنائي القطب الكهربائي في الكهروستاتيكية. ويتميز بوجود كمية متجهة تُعرف باسم العزم المغناطيسي (أو لحظة ثنائي القطب المغناطيسي).

1.9.4 1.7.4 العزم المغناطيسي

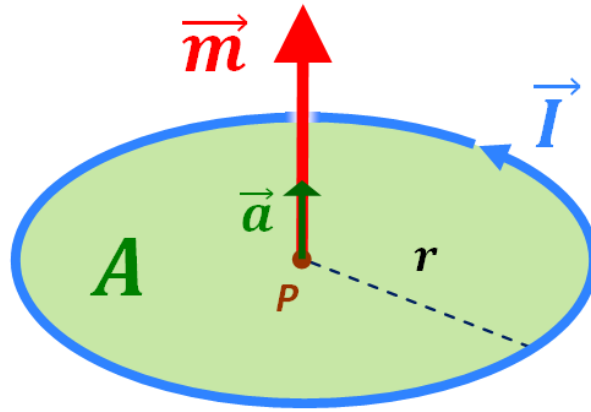
في الفيزياء، العزم المغناطيسي هو كمية متجهة تُميز شدة المصدر المغناطيسي. قد يكون هذا المصدر تياراً كهربائياً، أو جسماً ممغنطاً.

يظهر العزم المغناطيسي لجسم ما في ميله إلى الاصطفاف باتجاه الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ ، كما تفعل إبرة البوصلة.

نعتبر حلقة ذات مساحة S يمر بها تيار شدته I (انظر الشكل 11.4). يُعرّف العزم المغناطيسي $\vec{\mu}$ بالعلاقة:

$$\vec{\mu} = I \cdot S \cdot \vec{n}$$

وحدته هي أمبير.متر مربع (A·m²).
 $\vec{n}$ هو متجه وحدة عمودي على سطح الحلقة S .



شكل 11.4: العزم المغناطيسي لحلقة يمر بها تيار كهربائي