Centre Universitaire de Mila
Département: informatique

Apprentissage Automatique :Travaux dirigées

Année universitaire 2024-2025

exercice01

- Exercice 01 : Montrer que la fonction sigmoïde satisfait la propriété suivante :

$$\mathbf{sigm(-a) = 1 - sigm(a)}$$

- et que son inverse est donné par
-

$$\mathbf{sigm^{-1}(y) = ln\{\mathit{y}/(1 - \mathit{y})\}}$$

exercice02

- Soit la fonction sigmoïde définie par : $$\sigma(a) = \frac{1}{1 + \exp(-a)}$$

- Vérifier que la relation pour la dérivée de la fonction sigmoïde définie par :

$$\frac{d\sigma}{da} = \sigma(1 - \sigma)$$

Exercice03

Pour un ensemble $\{\phi_n, t_n\}$, où $t_n \in \{0,1\}$ et $\phi_n = \phi(\mathrm{x}_n)$, avec $n = 1, \ldots, N$, la fonction de vraisemblance peut écrite sous la forme :

$$p(\mathbf{t}|\boldsymbol{w}) = \prod_{n=1}^{N} y_n^{t_n}\{1 - y_n\}^{1-t_n}$$

avec $t = (t_1, .., t_N)^T$ et $y_n = p(C_1|\phi_n)$. On peut définir une fonction d'erreur par prendre le logarithm negative de la fonction de vraisemblence, qui va donner la fonction d'erreur (cross entropy) de la forme :

$$E(\boldsymbol{w}) = -\ln p(\mathbf{t}|\boldsymbol{w}) = -\sum_{n=1}^{N}\{t_n \ln y_n + (1 - t_n)\ln(1 - y_n)\}$$

En utilisant le résultat de l'exercice 02 pour la dérivée du sigmoïde logistique, montrer que la dérivée de la fonction d'erreur pour le modèle de régression logistique est donnée par

$$\nabla E(\boldsymbol{w}) = \sum_{n=1}^{N}(1 - t_n)\phi_n$$

Avec $y_n = \sigma(a_n)$ et $a_n = w^T\phi_n$