Centre universitaire Abdelhafid Boussouf, Mila
Institut des Sciences et Technologies
Département de Génie Mécanique
Transfert de chaleur II
Pr. S. Saouli

Nom :

Prénom : 7.0

Interrogation n°2

Si le profil de vitesse adimensionnel choisi est tel que $\frac{V_x(y)}{V_\infty} = a_0 + a_1 \frac{y}{\delta_V(x)}$

a) Déterminer les constantes a_0 et a_1 à partir de conditions aux limites appropriées.

b) Calculer l'épaisseur de la couche limite visqueuse $\delta_V(x)$.

c) Déduire le coefficient de frottement pariétal Cf_{Px}.

Données : $\frac{\partial}{\partial x}\int_0^{\delta_V(x)} \frac{V_x(y)}{V_\infty}\left(1-\frac{V_x(y)}{V_\infty}\right)dy = \frac{\tau_P}{\rho V_\infty^2}$, $\tau_P = \mu\left(\frac{\partial V_x(y)}{\partial y}\right)_{y=0}$

Réponses

a) Nous avons $\frac{V_x}{V_\infty} = a_0 + a_1 \frac{y}{\delta_V(x)}$, les conditions aux limites sont

$$y = 0, V_x = 0 \quad \boxed{0,5}$$

$$y = \delta_V, V_x = V_\infty \quad \boxed{0,5}$$

d'où

$$a_0 = 0, a_1 = 1 \quad \boxed{1,0}$$

et de là, nous trouvons

$$\frac{V_x}{V_\infty} = \frac{y}{\delta_V(x)} \quad \boxed{0,5}$$

b) Avant d'utiliser la relation $V_\infty^2 \frac{\partial}{\partial x}\int_0^{\delta_V(x)} \frac{V_x}{V_\infty}\left(1-\frac{V_x}{V_\infty}\right)dy = \frac{\tau_P}{\rho}$, nous avons

$$\int_0^{\delta_V(x)} \frac{V_x}{V_\infty}\left(1-\frac{V_x}{V_\infty}\right)dy = \int_0^{\delta_V(x)} \frac{y}{\delta_V(x)}\left[1-\frac{y}{\delta_V(x)}\right]dy$$

$$\int_0^{\delta_V(x)} \frac{V_x}{V_\infty}\left(1-\frac{V_x}{V_\infty}\right)dy = \int_0^{\delta_V(x)} \left[\frac{y}{\delta_V(x)} - \left(\frac{y}{\delta_V(x)}\right)^2\right]dy$$

$$\int_0^{\delta_V(x)} \frac{V_x}{V_\infty}\left(1-\frac{V_x}{V_\infty}\right)dy = \left[\frac{y^2}{2\delta_V(x)} - \frac{1}{3}\frac{y^3}{\delta_V^2(x)}\right]_0^{\delta_V(x)}$$

$$\int_0^{\delta_V(x)} \frac{V_x}{V_\infty}\left(1-\frac{V_x}{V_\infty}\right)dy = \frac{(3-2)}{6}\delta_V(x) = \frac{1}{6}\delta_V(x) \quad \boxed{0,5}$$

avec

$$\tau_P = \frac{\mu V_\infty}{\delta_V(x)} \quad \boxed{0,5}$$

nous obtenons

$$V_\infty^2 \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{6}\delta_V(x)\right) = \frac{\mu V_\infty}{\rho \delta_V(x)}$$

$$\frac{d\delta_V(x)}{dx} = \frac{6\mu}{\rho U_\infty \delta_V(x)}$$

$$\delta_V(x) d\delta_V(x) = d\left(\frac{1}{2}\delta_V^2(x)\right) = \frac{6\mu}{\rho U_\infty} dx \quad \boxed{0,5}$$

soit

$$\delta_V(x) = \frac{\sqrt{12}\, x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} = \frac{3{,}46\, x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \quad \boxed{0,5}$$

c) Le coefficient de frottement pariétal Cf_{Px} est

$$Cf_x = \frac{\tau_P}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} = \frac{2\tau_P}{\rho V_\infty^2} = \frac{2}{\rho V_\infty^2}\frac{\mu V_\infty}{\delta_V(x)} = \frac{2\mu}{\rho V_\infty \delta_V(x)} \quad \boxed{0,5}$$

avec $\delta_V(x) = \frac{\sqrt{12}\, x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}$, nous avons

$$Cf_x = \frac{2\mu}{\rho V_\infty \frac{\sqrt{12}\, x}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}} = \sqrt{\frac{4}{12}}\frac{1}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} = \frac{0{,}577}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}} \quad \boxed{2{,}0}$$