الفصل الأول: "مفاهيم في الأخطاء"

1) مقدمة: كلمة "أخطاء" لا تعني "عيوب" (اي وجود عيوب في البرهان او الخوارزمية) وانما هي عبارة عن الأخطاء التي تظهر أثناء الحساب، مثلا عند استعمال القيمة التقريبية، أو عند التدوير. هذه الأخطاء يجب أن تؤخذ بعين الإعتبار لأنها مهما كانت صغيرة في بداية الحساب فإنها سوف تتراكم اذا أجرينا عددا كبيرا من العمليات مما يؤدي إلى التشكيك في دقة النتائج، وصدقني هذا الفصل القليل من هذه الأخطاء.

1.2) الخطأ المطلق والخطأ النسبي

القيم $\sqrt{2}$ ، e ، $\frac{1}{3}$ و π هي قيم مضبوطة. لكن $\sqrt{2} = 1,414$ و $e = 2,71$ و $\pi = 3,1415$ هي قيم تقريبية. لأنه دوما يوجد فارق بين القيمة المضبوطة (الحقيقية) والقيمة التقريبية وهذا الفارق يسمى بالخطأ.

الخطأ المطلق

تعريف 01: لتكن x الكمية المراد حسابها و x^* هي القيمة المحسوبة (قيمة تقريبية لـ x). الخطأ المطلق لـ x^* (على x) يكتب كما يلي:

$$E_a(x) = |x - x^*|$$

مثال:

الخطأ النسبي

تعريف 02: لتكن x الكمية المراد قياسها و x^* هي القيمة المقاسة (القيمة التقريبية لـ x)، الخطأ النسبي يكتب كما يلي:

$$E_r(x) = \frac{E_a(x)}{|x|}$$

في غالب الأحيان يقدم الخطأ النسبي على شكل نسبة مئوية لذلك يجب ضرب $E_r(x)$ في 100%.

مثال 02:

الحد الأعلى للخطأ المطلق و النسبي

في الواقع، من الصعب تقييم الأخطاء المطلقة و النسبية، لأننا لا نعلم القيمة المضبوطة لـ x (نعرف قيمة x^*). لذلك نقدم مفهوم الحد الأعلى للخطأ المطلق و النسبي.

تعريف 03: نعرف الحد الأعلى للخطأ المطلق Δx للقيمة التقريبية x^* بالعلاقة التالية: $E_a(x) = |x - x^*| \leqslant \Delta x \Leftrightarrow x^* - \Delta x \leqslant x \leqslant x^* + \Delta x$

حيث Δx هو عدد حقيقي موجب.

تعريف 04: نعرف الحد الأعلى للخطأ النسبي δx للقيمة التقريبية x^* بالعلاقة التالية: $E_r(x) = \frac{E_a(x)}{|x|} \leqslant \delta x$ حيث δx عدد حقيقي موجب.

بالتالي يمكن كتابة الحد الأعلى للخطأ النسبي كما يلي:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{|x^*|}$$

في حالة الثوابت نريد قياسها تجريبيا و التي لا نعرف قيمها إلا القيمة التقريبية، لكن غالبا ما يكون لدينا الحدود الأعظمية للخطأ المطلق والتي تتعلق بدقة الأجهزة المستعملة في القياس

ملاحظة: ليكن x عدد حيث $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$ اذن $x^* = \frac{x_1 + x_2}{2}$ هي قيمة تقريبية لـ x و حدها الأعلى للخطأ المطلق هو $\Delta x = \frac{x_2 - x_1}{2}$

مثال : 1)

2)

3)

3) التمثيل العشري للعدد التقريبي

كل عدد حقيقي موجب تماما x يمكن كتابته بالشكل التالي :

$$x = a_m \cdot 10^m + a_{m-1} 10^{m-1} + \dots a_0 10^0 + a_{-1} 10^{-1} + \dots a_{-i} 10^{-i} + \dots$$

حيث $a_m \neq 0$ و $a_i \in \{0, 1, \dots, 9\}$ تسمى بالأعداد المهمة للعدد الحقيقي x.

مثال

تعريف : إذا كان الخطأ المطلق يحقق $\Delta x \leq 0,5 \cdot 10^{-n}$

إذن نستطيع أن نقول أن العدد المهم ذو الرتبة n بعد الفاصلة أنه مضبوط وكل الأعداد التي قبله . في هذه الحالة نقول أن x^* هي قيمة تقريبية لـ x بـ n عدد مهم مضبوط .

مثال :

4.1) تدوير الأعداد (Arrondissement)

لتدوير عدد الى n رقم يجب اتباع القاعدة التالية

1) اذا كان $(n+1)^{ème}$ رقم مهم بعد الفاصلة أكبر من 5، نرفع $n^{ème}$ رقم بواحد.
2) " " " " " اصغر من 5، لا يتغير $n^{ème}$ رقم.
3) " " " " " يساوي 5 توجد حالتين:

- اذا كانت كل الأرقام التي تقع وراء $(n+1)^{ème}$ رقم مهم، كلها اصفار نستعمل قاعدة الرقم الزوجي، اي اذا $n^{ème}$ رقم فردي نضيف 1، واذا كان زوجي لا يوجد تغيير
- اذا كان يوجد رقم غير معدوم من بين الأرقام المراد حذفها للتدوير فانه يضاف 1 الى $n^{ème}$ رقم مهم.

مثال:

5.1) قواعد خاصة بالعمليات الرياضية ذات محطيات عددية

الجمع و الطرح:

يتم تدوير النتيجة الى أقل عدد من الأرقام المهمة بعد الفاصلة الذي تملكه الأعداد العشرية المراد جمعها أو طرحها

مثال: لتكن n أصغر عدد للأرقام المهمة بعد الفاصلة.

(1)

(3)

(3)

الضرب و القسمة

يتم تدوير النتيجة الى اقل عدد ممكن للأرقام المهمة الذي تملكه الأعداد العشرية المراد ضربها أو قسمتها

مثال: لتكن n أصغر عدد للارقام المهمة