

TP 4 : Résolution des équations différentielles ordinaires

But du TP :

Dans ce TP, On va chercher à approcher numériquement les solutions d'équations différentielles de la forme :

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y(t)) \quad \text{avec} \quad y(t_0) = y_0$$

Pour cela nous allons mettre en œuvre les algorithmes des méthodes de résolution des équations différentielles ordinaires : la méthode d'Euler et la méthode de Range Kutta. Et nous comparons ensuite les résultats trouver avec la solution exacte

Rappel théorique

- Méthode d'Euler :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_0: \text{valeur initiale} \\ h = t_i - t_{i-1} \\ y_{i+1} = y_i + hf(t_i, y_i) \end{array} \right. , \quad i = 0, 1, \dots, n - 1$$

- Méthode de Range Kutta d'ordre 4 :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = f(t_0, y_0) \\ k_{2i+1} = f\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} \cdot k_i\right) \\ k_{3i+1} = f\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{2} \cdot k_{2i}\right) \\ k_{4i+1} = f\left(t_i + h, y_i + h \cdot k_{3i}\right) \\ y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} \cdot (k_{1i} + 2k_{2i} + 2k_{3i} + k_{4i}) \end{array} \right.$$

Travail demandé :

Soit l'équation différentielle

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y}{1+t^2}$$

Avec $y(0) = 1$ et $t \in [0, 0,4]$

Résoudre cette équation avec un pas d'intégration $h= 0,2$ en utilisant :

- La méthode d'Euler
- La méthode de Range Kutta d'ordre 4 (RK4)

Calculer la solution exacte de l'équation et comparer avec les approximations précédentes, quel est votre commentaire.