Résolution des systèmes d'équations linéaires

But du TP :

Le but de ce TP est l'implémentation de la méthode de Jacobi et de Gauss Seidel pour la résolution d'un système d'équations linéaires.

Rappel

A- La méthode de Jacobi

M = D ; N = - (E + F)

$B = M^{-1}N = D^{-1}(-E - F)$,

ce qui implique :

$$x^{k+1} = D^{-1}(-E - F)\, x^k + D^{-1}b$$

relation en fonction des éléments de la matrice A:

$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}(b_i - \sum_{j=1, j\neq i}^{n} a_{ij}x_j^{(k)})$; Pour i = 1 ... n

B- La méthode de Gauss-Seidel :

M = D+E et N = -F. D'où $B = -(D+E)^{-1}F$.

$$x^{k+1} = -(D + E)^{-1}Fx^k + (D + E)^{-1}b$$

Le calcul de l'inverse de D + E peut être évite. Si on écrit $(D + E)\, x^{k+1} = -F\, x^k + b$, on obtient :

$$\sum_{j=1}^{i} a_{ij}x_j^{(k+1)} = -\sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j^{(k)} + b_i$$

D'ou

$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j^{(k)})$; Pour i=1 ... n

<u>Travail demandé :</u>

a. Ecrire un script Matlab qui utilise la méthode de Gauss pour trouver la solution du système $A.x = b$ suivant :

$$\begin{bmatrix} 10 & 7 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 12 & 2 \\ 3 & 11 & 6 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 9 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

b. Vérifier ensuite votre résultat en le calculant directement avec : $x = inv(A) \times b$