

TD 3.1

Exercice1

Calculez la puissance générée par une turbine dans laquelle le débit massique est $\dot{m} = 6 \text{ kg/s}$ et la vitesse à l'entrée est $c_1 = 975 \text{ m/s}$ formant un angle de $\theta = 70^\circ$ par rapport à la direction axiale. On considère que la vitesse à la sortie des aubes du rotor est sans rotation (Elle n'a pas de composante périphérique). La turbine tourne à $n = 10000 \text{ tr/min}$ et elle a un diamètre moyen $d = 1 \text{ m}$.

Solution

$$c_{1u} = c_1 \cos 20^\circ = 916 \text{ m/s} \quad U_2 = U_1 = U = \pi d n / 60 \quad w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = (U_2 \times c_{2u} - U_1 \times c_{1u}) \wedge$$

$$w_e = \frac{\dot{W}}{\dot{m}} = (U_2 \times c_{2u} - U_1 \times c_{1u}) = -523.6 \times 916 = -479616 (\text{m}^2 / \text{s}^2)$$

La puissance générée par une turbine :

$$\dot{W} = -6 (\text{kg/s}) \times 479616 (\text{m}^2 / \text{s}^2) = -2.8776 \text{ MW}$$

Exercice2

Pour un compresseur centrifuge on a les données suivantes :

$Z=33$ pales radiales ($\beta_e = 90^\circ$), $C_{1u}=0$,

$D_{1s} = 0.097536 \text{ m} = 97.536 \text{ mm}$

$D_2 = 0.150368 \text{ m} = 150.368 \text{ mm}$

$D_{1r} = 0.03429 \text{ m} = 34.29 \text{ mm}$

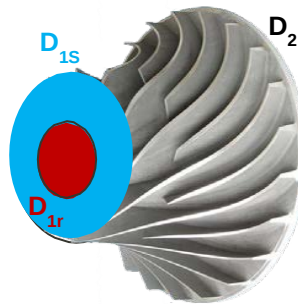
$P_{02} = 425544 \text{ Pa}$

$p_{01} = 101320 \text{ Pa}$

$\dot{m} = 1 \text{ kg/s}$

$n = 60\,000 \text{ tr/min}$

$T_{01} = 60^\circ \text{ F}$



Calculer le nombre de Mach Ma_1 , à l'entrée, la température statique T_1 , c_1 , p_1 ainsi que la masse volumique ρ_1 à l'entrée (1). L'aire correspond à l'anneau limité par D_{1r} et D_{1s}

Solution

$$\frac{\dot{m} \sqrt{RT_{01}}}{p_{01} A} = \sqrt{\gamma} M \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right)}$$

$$\dot{m} = 1 \text{ kg/s}$$

$$R = 287$$

$$T_{01} = 288.89 \text{ K}$$

$$p_{01} = 14.7 \text{ psia} = 101320 \text{ Pa}$$

$$A = \frac{\pi(D_{1s}^2 - D_{1r}^2)}{4} = \frac{\pi(0.097536^2 - 0.03429^2)}{4} = 0.0065 \text{ m}^2$$

$$\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{p_{01}A} = \frac{1 \times \sqrt{287 \times 288.89}}{101320 \times 0.0065} = \frac{287.94}{658.58} = 0.437$$

$$\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{p_{01}A} - M_a \sqrt{\gamma} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2 \right)^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1} \right)} = 0$$

Le nombre de Mach est trouvé par la résolution d'équation non linéaire du débit massique

Code matlab

```
clear all
m=1;
R=287;
T01=288.89;
P01=101320;
D1S=0.097536;
D1r=0.03429;
A=pi*(D1S^2-D1r^2)/4
gama=1.4;
gama1=gama-1;
expop=-0.5*(gama+1)/(gama1);
f=@(M)m*sqrt(R*T01)/(P01*A) - M*sqrt(gama)*(1+0.5*gama1*M*M)^expop;
M=fzero(f,0.5)
```

Résultats

M=0.4039

$$\left(\frac{T_{01}}{T_1} \right) = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_a^2 \right) \quad T_1 = 279.76K$$

$$c_1 = M_1 \sqrt{\gamma R T_1} \quad c_1 = 135.41m/s$$

$$\left(\frac{p_1}{p_{01}} \right) = \left(\frac{T_1}{T_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad p_1 = 9.055 \times 10^4$$

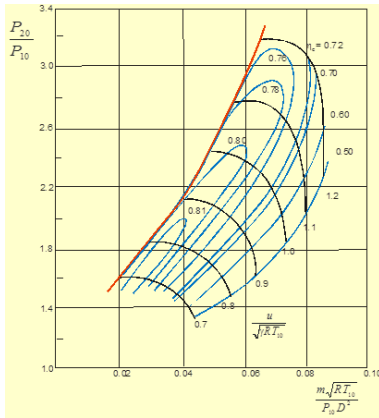
$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT} \quad \rho_1 = 1.1278$$

Exercice3

Un compresseur centrifuge opère au **point nominal**. Le rotor a un diamètre de 40 cm et le rapport de pression total Est $p_{02}/p_{01}=2$. Les conditions à entrée du compresseur sont

$T_{01} = 20^\circ C$ $P_{01} = 1 \text{ bar}$. Utilisez la carte du compresseur et déterminez:

1. Le débit massique
2. La puissance requise
3. La vitesse angulaire



Solution

Un compresseur centrifuge opère au point nominal. Le rotor a un diamètre de $D=40$ cm et le rapport de pression totale est $p_{02}/p_{01}=2$. Les conditions à l'entrée du compresseur sont $T_{01}=20^\circ\text{C}$ $p_{01}=1$ bar. Utilisez la carte du compresseur et déterminez

$$\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{p_{01}D^2} = 0.04, \eta = 0.81 \quad \frac{u}{\sqrt{\gamma RT_{01}}} = 0.85$$

Opère au point nominal. $D=40$ cm, $p_{02}/p_{01}=2$, $T_{01}=20^\circ\text{C}$, $p_{01}=1$ bar

$$\frac{\dot{m}\sqrt{RT_{01}}}{p_{01}D^2} = 0.04 \Rightarrow \dot{m} = \frac{0.04 p_{01} D^2}{\sqrt{RT_{01}}} = \frac{0.04 \times 10^5 \times (0.4)^2}{\sqrt{\underbrace{(8314/28.97)}_{287} \times \underbrace{(273+20)}_{293}}} = 2.21 \text{ kg/s}$$

$$T_{02s} = T_{01} \left(\frac{p_{02}}{p_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 293(2)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 357 \text{ K}$$

$$\eta = \frac{T_{02s} - T_{01}}{T_{02} - T_{01}} = 0.81 \Rightarrow T_{02} - T_{01} = \frac{T_{02s} - T_{01}}{0.81} = \frac{357 - (273 + 20)}{0.81} = \frac{64}{0.81} = 79.01 \text{ K}$$

$$\dot{W} = \frac{\dot{m}\gamma R}{(\gamma-1)} (T_{02} - T_{01}) = \frac{2.21 \times 1.4 \times 287}{0.4} \times 79.01 = 125.5 \text{ kW}$$

$$\frac{DN/2}{\sqrt{\gamma RT_{01}}} = 0.85 \Rightarrow N = \frac{2\sqrt{\gamma RT_{01}} \times 0.85}{D} = \frac{2\sqrt{1.4 \times 287 \times (273+20)} \times 0.85}{0.4} = 10000 \text{ rpm}$$

