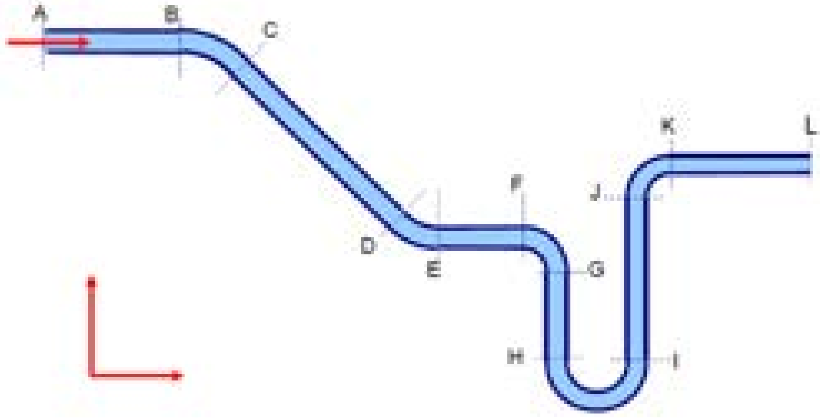
TD 2.0

Exercice n°1

De l'huile ayant une viscosité dynamique μ = 0,7 Pa.s et ρ =896 est pompée d'un point A vers un point L. Elle circule dans une canalisation de diamètre D=100 mm formée des six tronçons rectilignes suivants :



- AB de longueur =6 m,
- CD de longueur =12 m,
- EF de longueur =5 m,
- GH de longueur= 4 m,
- IJ de longueur= 7 m,
- KL de longueur =8 m.

La canalisation est équipée :
- de deux coudes à 45° : BC, DE : ayant chacun un coefficient de perte de charge K_{coude} 45°=0,2,
- de deux coudes à 90° : FG et JK : ayant chacun un coefficient de perte de charge K_{coude} 90°=0,3,
- d'un coude à 180 HI: ayant un coefficient de perte de charge K_{coude} 180°=0,4,

La pression d'entrée est PA=8 bars.
La conduite est supposée horizontale et transporte un débit volumique Qv=2.5 l/s.

1) Calculer la vitesse d'écoulement V en m/s.
2) Calculer le nombre de Reynolds.
3) Il s'agit d'un écoulement laminaire ou turbulent ?
4) Déterminer le coefficient de perte de charges linéaire f .
5) Calculer les pertes de charges linéaires $\Delta P_{lineaire}$.
6) Calculer les pertes de charges singulières ΔP_{sing} .
7) Déterminer la pression de sortie PL.
8) Quelle sera la pression de sortie PL si le débit volumique Qv atteint 5 L/s.

Solution n°1

1) Vitesse découlement v : $v = \dfrac{4Q}{\pi D^2} = \dfrac{4.2,5.10^{-3}}{\pi .0,1^2} = 0,318 m/s$
2) Nombre de Reynolds : $\mathrm{Re} = \dfrac{v.Q}{\left(\dfrac{\mu}{\rho}\right)} = \dfrac{0,3183.0,1}{\left(\dfrac{0,7}{896}\right)} = 40,7$
3) Re < 2000 : il s'agit d'un écoulement laminaire.
4)) Formule de Poiseuille : $f = \dfrac{64}{\mathrm{Re}} = \dfrac{64}{40,7} = 1,57$
5) $\Delta P_l = -f \dfrac{L}{D} \rho \dfrac{v_m^2}{2} = -1,57 \dfrac{42}{0,1} 896 \dfrac{0,318^2}{2} = -29873,16 Pa$

6) $\Delta P_s = -\xi \rho \frac{v_m^2}{2} = -(2.0,2+2.0,3+0,4)896\frac{0,318^2}{2} = -63,42 Pa$

7) Pression de sortie P_L : $p_L = p_A + \Delta p_{lineaire} + \Delta p_{\sin gulière} = 8 - 0,29873 - 0,00063 = 7,7 \ bar$

8) $p_L^{'} = p_A - 4\left(\Delta p_{lineaire} + \Delta p_{\sin gulière}\right) = 8 - 4.(0,29873 + 0,00063) = 6,8 \ bar$

Commentaire : Dans cet exercice, la perte de charge singulière ne dépasse même pas 1 % par rapport à la perte de charge linéaire. Son effet est négligeable sur le résultat de la pression de sortie.

Exercice n°2

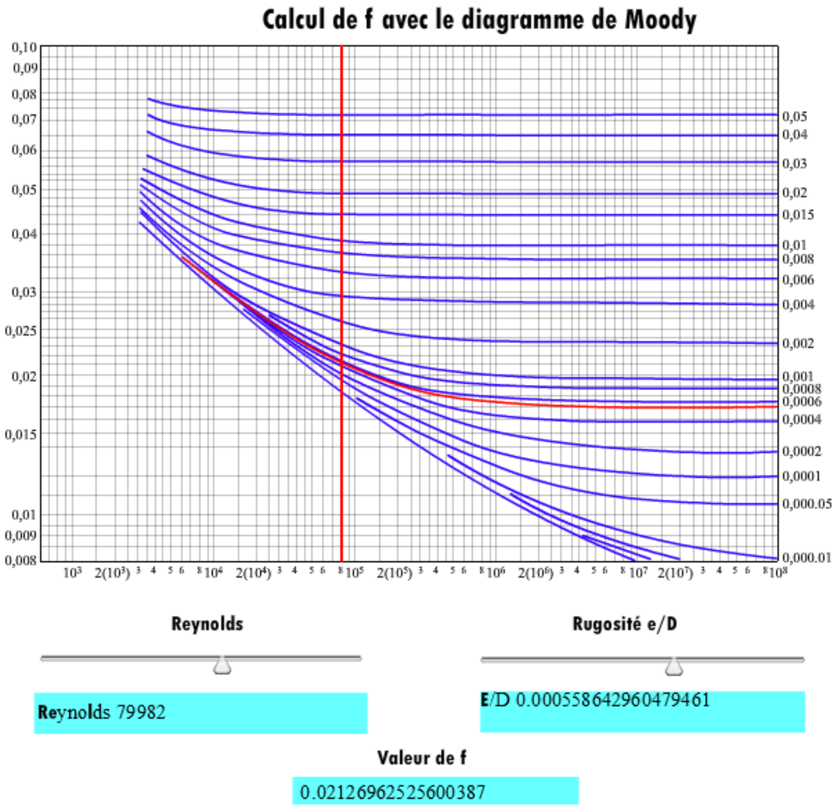
Calculer h_f connaissont D=0,091m, Q=0,0056m^3/s, L=304,8m

g=9,81m/s^2 , ε=5,06.10^{-5}m , ν=1,05.10$^{-6}m^2/s$

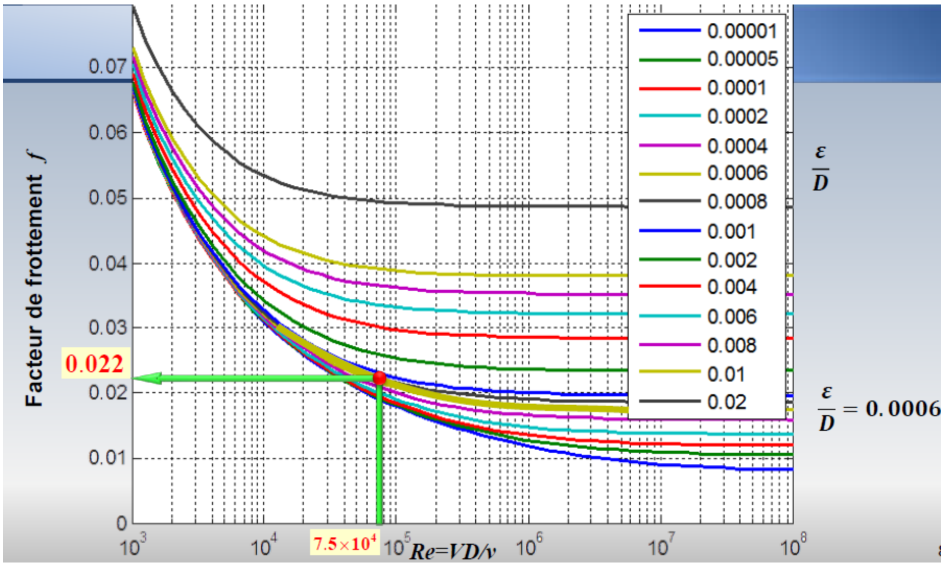
Solution n°2

$$\mathrm{Re} = \frac{4Q}{\pi D \nu} = 7,59.10^4 \qquad \frac{\varepsilon}{D} = \frac{5,063.10^{-5}}{0,0915} = 0,000554$$

$$f = \frac{0.3086}{\left[\log\left(\left(\frac{\varepsilon}{3.7D}\right)^{1.11} + \frac{6.9}{\mathrm{Re}}\right)\right]^2} = 0,0211$$



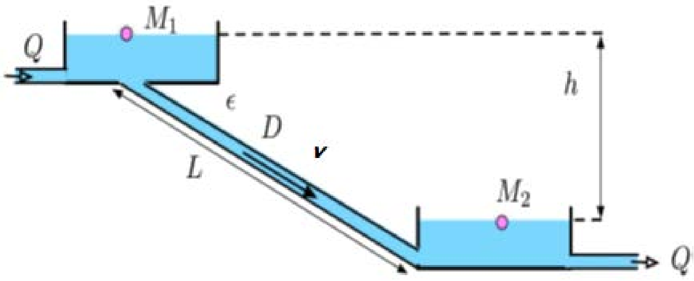
$$h_f = f\frac{8}{\pi^2 g}\frac{LQ^2}{D^5} = 0,0211\frac{8.304,8.(0,0056)^2}{(3,14)^2.9,81.(0,091)^5} = ?$$



Exercice n°3

On considère l'écoulement gravitaire entre deux réservoirs dont les surfaces libres, Représentées par les points M_1et M_2 d'altitudes respectives $z_1$et z_2 sont Séparées d'une différence d'altitude $h=z_1-z_2$. Les réservoirs sont reliés par une conduite en fonte de longueur, de diamètre D=60cm et de rugosité absolue Ɛ=0,06mm (fonte). Il en résulte un mouvement gravitaire de débit $Q=1m^3/s$. On suppose que les réservoirs sont alimentés ou vidés de manière à ce que les altitudes z_1 et z_2 restent constantes.

1) Résoudre l'équation non linéaire du coef de frottement f
   a) Par le diagramme de Moody
   b) Par un programme Matlab
2) Donner la valeur de h en m



Solutionn°3

$H_1 = z_1 + \frac{p_{atm}}{\rho g}$ et $H_2 = z_2 + \frac{p_{atm}}{\rho g}$ $H_1 - H_2 = z_1 - z_2 = h$

Les pertes de charge linéaire due au frottement dans la conduite est : $h_f = Lf\frac{v^2}{2gD}$

Le coefficient de frottement / se lit sur le diagramme de Moody avec $R_e = \frac{vD}{\upsilon} = 2{,}1.10^6$

La vitesse de l'eau dans la conduite est : $v = \frac{\pi D^2}{4} = 3{,}5m/s$ et r=$\frac{\varepsilon}{D} = 0{,}001$

On trouve $f = 0{,}013$ *donc* $h = h_f = 13m$

Code Matlab

```
clear all;
%Donnée
e=6e-5; g=10; L=1e+3; nu=1e-6;
% D, Q Donnée
D=0.6;Q=1;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calcul de Re et r
A=pi*D^2/4; %section
V=Q/A;       %vitesse
Re=V*D/nu ;  %Reynolds
r=e/D ;      %coef rigosité
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calcul de f
f_initial = 0.035; %Valeur initiale estimé
                   %au milieu du diagramme de Moody
f = f_initial;
for i = 1:10
  f = (2.0 * log10((r/3.7) + (2.51/(Re*f^0.5))))^-2;
end
f;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calcul de perte de charge linéaire h
h=f*L*V^2/(2*g*D);
disp(sprintf('V=%3.1f Re=%3.2g
,r=%3.2g,f=%3.2g,h=%3.1f',V,Re,r,f,h))
%disp(sprintf('h=%3.1f',h))
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

Résultat du programme

v=3.5,
Re=2.1e+06,
r=0.0001,
f=0.013,
h=13.3