Chapitre 3 : Dynamique des fluides Incompressible parfait

Introduction Dans ce chapitre, nous allons étudier les fluides en mouvement. On appliquant les loi fondamentale de la dynamique sur les fluides Incompressible ($\rho = cte$) et parfait ($\mu = 0$)
(seconde loi de Newton)

Débit volumique est la quantité de volume qui traverse une section par unité de temps Fig 1

$$\varphi_V = \frac{V}{\Delta t}$$

φ_V = débit volumique [m^3/s]

V : volume du fluides [m^3]

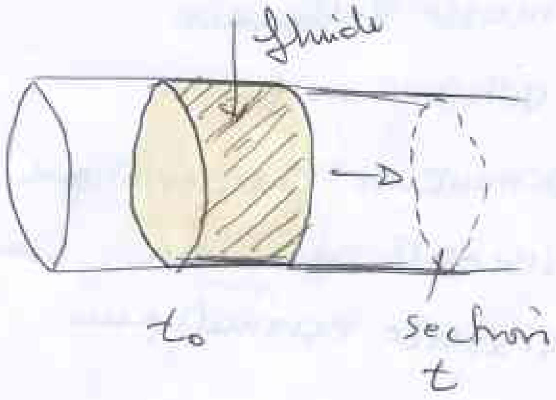
t = temps [s]

il y une autre expression de débit volumique est

$$\varphi_V = \underset{\frac{dV}{dt}}{\text{Setion} \times \text{vitesse}} = S\,[m^2] \times V\ [m^2/s] = [m^3/s]$$

débit massique est la quantité de masse qui traverse une section par unité de temps

$$\varphi_m = \frac{m}{t}$$



φ_m = débit massique [kg/s]

m : la masse du fluide [kg]

t = temps [s]

Relation entre débit massique et volumique :

La Relation entre la masse et le volume est

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho . V$$

on sait que $q_m = \frac{m}{t}$ remplaçons m on a :

$$q_m = \rho \frac{V}{t}$$

on obtient la Relation suivante :

$$q_m = q_v \times \rho$$

Alors on a $\begin{cases} q_m = S . V . \rho \\ q_v = S . V \end{cases}$

Nombre de Reynolds est un nombre adimensionnelle Utilisé en mécanique des fluides pour caractérise le Régime d'ecoulement.

$$Re = \frac{\rho V . L}{\eta} = \frac{V L}{\nu}$$

ρ = masse volumique

V : vitesse moyenne

L : Dimension caractéristique

η : viscosité Dynamique

ν : viscosité cinématique

D'après l'expérience de Reynolds, principalement il y deux Type d'ecoulement :

Ecoulement laminaire si $Re < 2000$.

Ecoulement turbulent si $Re > 3000$.

entre ces écoulement il y le Régime transitoire si le nombre de Reynoldse varie de $2000 < Re < 3000$.

Conservation de la masse (Equation de continuité)

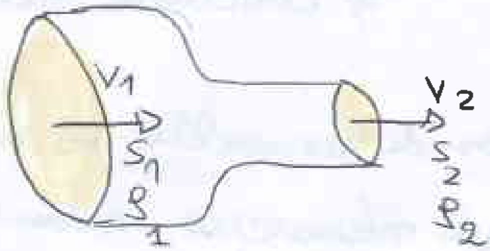
le débit massique se conserve c.à d.

$$Q_m = Q_{m_1} = Q_{m_2} = \rho_1 V_1 S_1 = \rho_2 V_2 S_2$$

V_1, V_2 la vitesse moyenne dans les section S_1 et S_2.

pour un fluide Incompressible

$$\rho_1 = \rho_2 = cte = \rho$$



$$Q_m = Q_{m_1} = Q_{m_2} = \rho V_1 S_1 = \rho V_2 S_2$$

$$\frac{Q_m}{\rho} = \frac{Q_{m_1}}{\rho} = \frac{Q_{m_2}}{\rho} = V_1 S_1 = V_2 S_2 = Q_{V_1} = Q_{V_2} = Q_V$$

Equation de Bernoulli (Conservation de l'énergie)

les Energie mécanique du fluide décompose en trois catégorie :

Energie mécanique du fluide

- Energie cinétique ~~pression cinétique~~ = $E_c = \frac{1}{2} \rho v^2$
- Energie potentielle ~~pression potentielle~~ = $E_p = \rho g z$
- Energie liée à la pression ~~pression Interieur~~ = $E_p = P$

$$E_m = \frac{\rho U^2}{2} + \rho g z + P$$

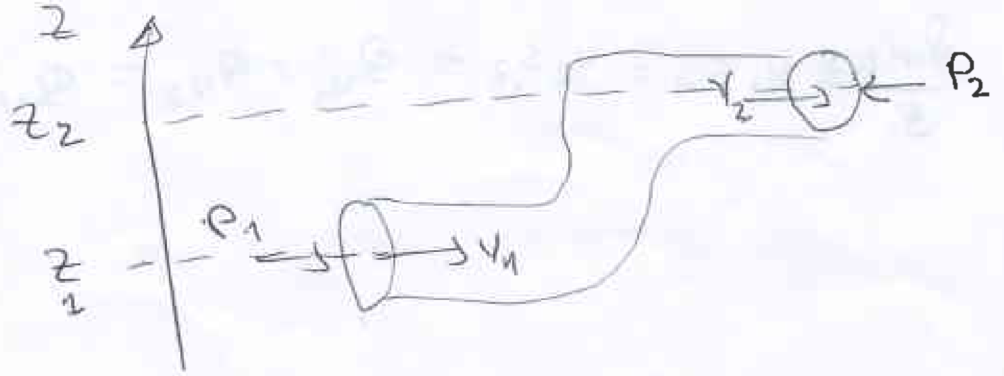
Equation de Bernoulli sans échange de travail

Hypothèse 1/ fluide parfait et incompressible

2/ Ecoulement permanent

3/ Conduite lisse

la Relation de Bernoulli est une équation de conservation de l'energie mécanique ~~entre deux points~~ du fluide en mouvement



on appliquant l'equation de la conservation de l'energie

$$Em_1 = Em_2 = Em = cte$$

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho U_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho U_2^2$$

$$= P + \rho g z + \frac{1}{2}\rho U^2 = cte.$$

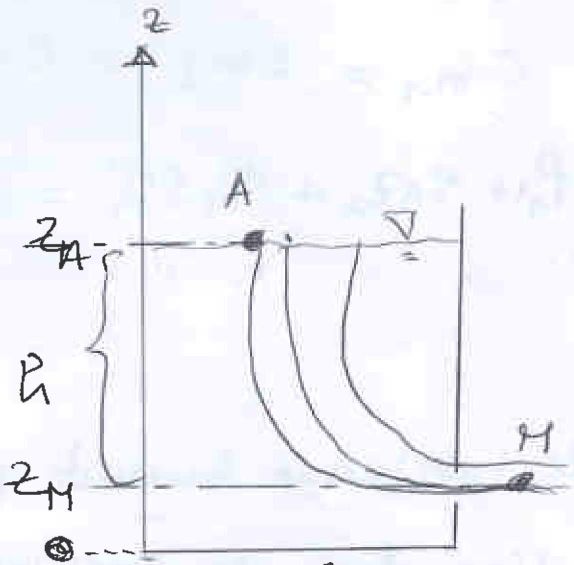
le tableaux suivant presente des different forme de l'equation de Bernoulli et leurs Unité:

Equation de Bernoulli	Unite
$\boxed{\frac{P_1}{\rho}} + \frac{V_1^2}{2} + g z_1 = \boxed{\frac{P_2}{\rho}} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2$ O Energie cinetique ☐ le travail de force de pression ☁ Energie potentielle.	J / Kg
$\boxed{P_1} + \rho \frac{V_1^2}{2} + \rho g z_1 = \boxed{P_2} + \rho \frac{V_2^2}{2} + \rho g z_2$ O pression cinétique ☐ pression statique ☁ pression potentielle.	[P]
$\boxed{\frac{P_1}{\rho g}} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \boxed{\frac{P_2}{\rho g}} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$ O hauteur dynamique $\frac{P}{\rho g} + z$ hauteur pizometrique z hauteur de position	[m]

Application de Equation de Bernoulli

Ecoulement par un orifice

~~parmis~~ parmi les application de Equation de Bernoulli ~~le~~ est de calculer la vitesse de vidange d'un reservoire à partire d'un orifice de section très petite.



$$P_A + \rho g z_A + \frac{1}{2}\rho V_A^2 = P_M + \rho g z_M + \frac{1}{2}\rho V_M^2$$

1/ $P_M = P_A = P_{atm}$

2/ la section de Reservoire et très grande, ~~par rapport~~

la vitesse considerée comme négligable. $V_A \lll V_M$

par conséquent

$$\cancel{P_A} + \rho g z_A + \underbrace{\cancel{\frac{1}{2}\rho V_A^2}}_{0} = \cancel{P_M} + \rho g z_M + \frac{1}{2}\rho V_M^2$$

$$\rho g \overbrace{(z_A - z_M)}^{h} = \frac{1}{2}\rho V_M^2 \Rightarrow \rho g h = \frac{1}{2}\rho V_M^2$$

$$V_M^2 = 2gh \Rightarrow V_M = \sqrt{2gh}$$

Tube de Pitot

le Tube de pitot est instrument de mesure de vitesse des fluides ~~utilise~~ en utilisé en aéronautique pour mesure la vitesse de Vent.

~~Soit un tube de Pitot~~ palcé ~~dans un fluide~~.

En supposant que le fluide est non visque Incompressible, et stationnaire et uniforme en amont de l'objet on appliquant l'equation de Bernoulli entre les deux point O et le point d'arrêt B.

$$P_0 + \cancel{\rho g z_0} + 1/2\, \rho V_0^2 = P_B + \cancel{\rho g z_B} + 1/2\, \rho V_B^2$$

$V_A = 0$ puisque c'est le point d'Arrêt, $z_A = z_0$

$$P_0 + 1/2\, \rho V_0^2 = P_B \Rightarrow \boxed{P_B = P_0 + \frac{\rho V_0^2}{2}}$$

avec P_0 et V_0 sont la pression et la vitesse d'' écoulent uniforme. / $P_A = P_C = P_0$

$P_B = P_D$

En appliquant l'equation de hydrostatique entre le point A et B $P_B - P_A = \rho g \Delta h$

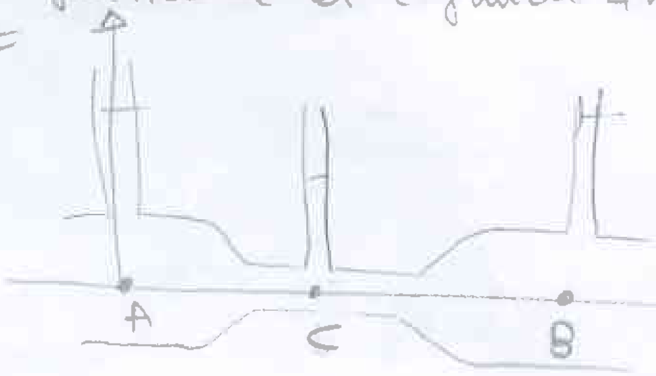
$$\frac{\rho V_0^2}{2} = \rho g \Delta h \Rightarrow V_0^2 = 2 g \Delta h$$

$$\boxed{V_0 = \sqrt{2 g \Delta h}} \qquad \text{(II-7)}$$

Tube de Venturi

le Tube de venturi est instrument de mesure de Débit de fluide

On suppose que l'écoulement permanent et le fluide incompressible



l'application de l'equation de Bernoulli entre les deux point A et C :

$$P_A + \rho g \cancel{z_A} + \frac{1}{2}\rho V_A^2 = P_C + \rho g \cancel{z_C} + \frac{1}{2}\rho V_C^2 =$$

$$P_B + \rho g \cancel{z_B} + \frac{1}{2}\rho V_B^2$$

$$z_A = z_B = z_C$$

$$P_A + \frac{\rho V_A^2}{2} = P_C + \frac{\rho V_C^2}{2} = P_B + \frac{\rho V_B^2}{2} \quad *$$

d'après l'equation de continuité on a : $U_A \cdot S_A = U_C \cdot S_C$

$$\cancel{q_v = \int \frac{U_A \cdot S_A}{S_C}} \qquad U_A = \frac{U_C * S_C}{S_A}$$

on remplace cette equation dans l'equation * précédente

$$P_A - P_C = \frac{\rho}{2}\left(\left(\frac{S_A}{S_C}\right)^2 - 1\right) \times V_A^2 \Rightarrow V_A^2 = \frac{2(P_A - P_C)}{\rho\left(\left(\frac{S_A}{S_C}\right)^2 - 1\right)}$$

$$V_A = \sqrt{\frac{2(P_A - P_C)}{\rho\left(\left(\frac{S_A}{S_C}\right)^2 - 1\right)}}$$ avec $S_A = \frac{\pi d_A^2}{4}$

$S_C = \frac{\pi d_C^2}{4}$

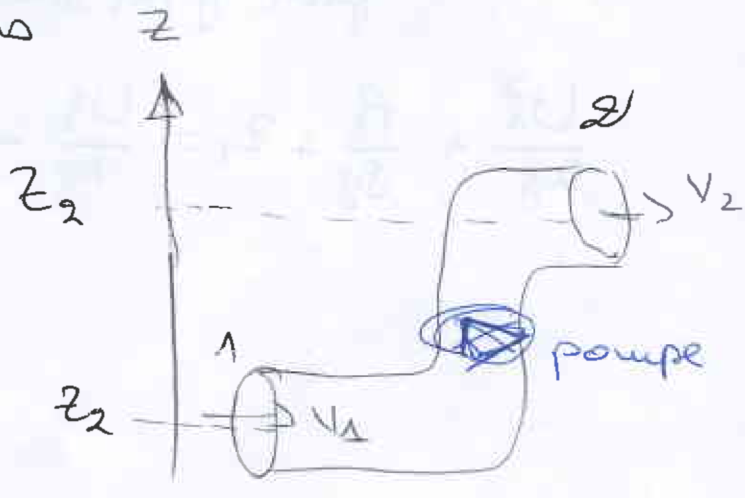
$$V_A = \sqrt{\frac{2(P_A - P_C)}{\rho\left(\frac{D_A^4}{D_C^4} - 1\right)}}$$

$$\varphi = U_A \cdot S_A$$

$$\boxed{\varphi = \sqrt{\frac{2(P_A - P_C)}{\rho\left(\frac{D_A^4}{D_C^4} - 1\right)}} \times \frac{\pi d_A^2}{4}}$$

Equation de Bernoulli avec échange de travail

Une machine hydraulique dans une installation peut être échangée de l'énergie avec le fluide. Elle ~~fournit~~ fournit de puissance au fluide cas d'une pompe et reçoit de la puissance de fluide cas d'une Turbine.



P>o pour une pompe et P<o pour une Turbine.

L'application de l'equation de Bernoulli entre les point 1 et 2

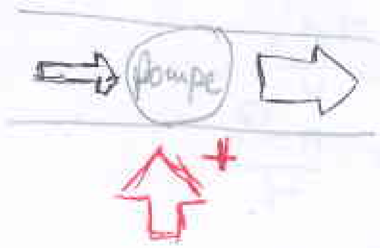
~~$\frac{1}{2}\rho V_1 + \rho g z + P =$~~

$$\frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + \rho g(z_2 - z_1) + (P_2 - P_1) = \frac{P}{\rho_v}$$

$$P = \rho Q g \, \eta_{Machine}$$

(III - 9)

Cas d'une pompe

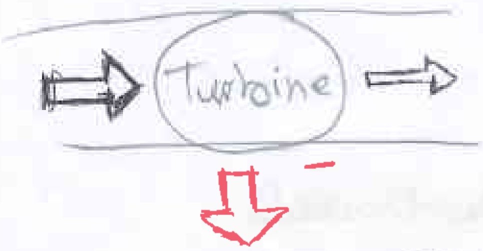


$$\frac{U_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + g z_1 + \frac{P}{\rho q} = \frac{U_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + g z_2$$

en termes de hauteur, on divise l'équation par g on obtient

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 + h_{Pompe} = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2$$

cas d'une turbine



$$\frac{U_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + g z_1 = \frac{U_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + g z_2 + \frac{P}{\rho q}$$

en termes de hauteur, on divise l'équation par g on obtient :

$$\frac{U_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{U_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + h_{turbine}$$