chapitre 2 statique des fluides

La statique des fluides ou L'hydrostatique est la Science qui étudier les fluides au repos, Pour L'objectif de calculer la pression en tout point d'un fluide Immobile.

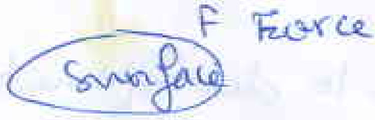
1/ Notion de pression en un point d'un fluides:

la pression est une grandeur scalaire, c'est L'intensité d'une force divise par la surface $P = \frac{F}{S}$ Dans le systeme SI

F est en [N], S est en [m²] et la P est en [N/m²]

En mécanique des fluides on utilise le pascal comme unite.

$1\ Pa = 1\ [N/m^2]$

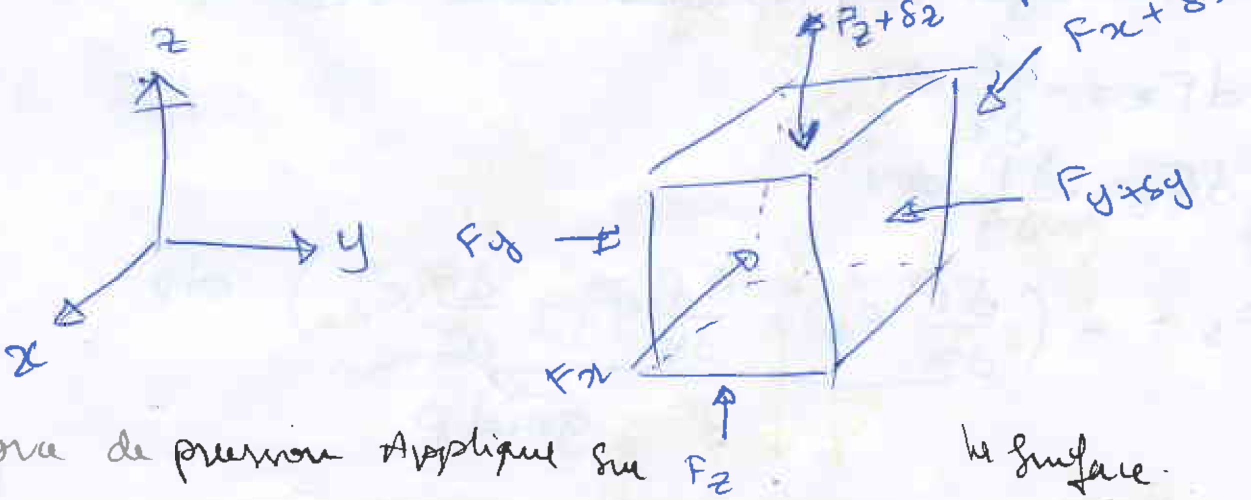


et trés souvent le bar $= 10^5$ Pa, il y d'autre Unite:

- L'atmosphère (atm) avec $1\ atm = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa = 1{,}013\ bar$
- le millimetre de mercure (mmHg) avec $760\ mmHg = 1\ atm$
- la pression effective est donnée par: $P_{eff} = P_{abs} - P_{atm}$ / P_{atm} atmosphérique

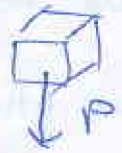
2/ Equation fondamontale de la statique des fluides.

on Isole un élement de volume δV de dimensions trés petites δx, δy et δz d'un domaine de fluide au repos.



la force de pression Applique sur la surface. (2-1) les force appliquent sur cet élément de volume sont :

- les forces de volume $\vec{F_v}$: le poids

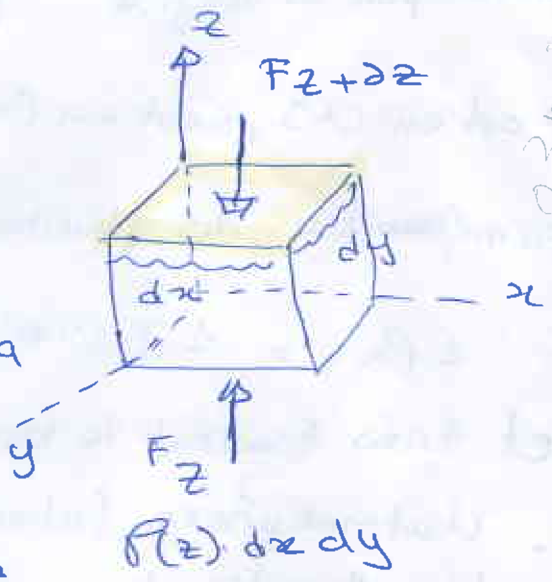


Cette force exprime comme suite

$$\vec{P} = \vec{m} \cdot \vec{g} = \rho\, dv\, \vec{g} = \rho\, \delta x\, \delta y\, \delta z\, \vec{g}$$

- les force de surface F_s : la pression

$$dF_s = \partial F_x \vec{e_x} + dF_y \vec{e_y} + \partial F_z \vec{e_z}$$



le force Resultante F_z :

$$dF_z = [P(z) - P(z+dz)]\, dx\, dy$$

par le developement de 1er ordre, on a

$$P(z+dz) = P(z) + \frac{dP}{dz} dz$$

en Remplace cette expression dans dF_z

$$dF_z = [\cancel{P(z)} - [\cancel{P(z)} + \frac{dP}{dz} dz]] \cdot dx\, dy$$

d'où : $\partial F_z = -\frac{dP}{dz} \underbrace{dz\, dx\, dy}_{dv} \rightarrow \partial F_z = -\frac{dP}{dz} \cdot dv$

par Analogie sur les deux autre axes :

$$\begin{cases} dF_x = -\frac{\partial P}{\partial x} dv \\ dF_y = -\frac{\partial P}{\partial y} dv \end{cases}$$

0 31 46 89 67

0303384596

$$dF_s = -\underbrace{\left(\frac{dP}{dx} \vec{e_x} + \frac{dP}{dy} \vec{e_y} + \frac{dP}{dz} \vec{e_z} \right)}_{\vec{grad}\, P} dv$$

En appliquant le premier loi de Newton $\sum \vec{F} = 0$ sur on l'obtient :

$$-\rho\, dv\, \vec{g} + \vec{grad}\, P\, dv = 0$$

~~grad P d ρ d~~

$$\vec{grad}\, P\, dv = -\rho\, dv\, g$$

$\vec{grad}\, P = \rho \vec{g}$ cette Relation represente l'equation fondamentale de l'hydrostatique avec $\vec{g} = -g\vec{e}_z$

la projection de cette relation sur le plan systeme Cartésiennes on trouve.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial P}{\partial y} \\ \dfrac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \end{cases}$$

on Remarque que la pression ne depend pas que des coordonnée z, la pression est constant dans le plan (x,y) càd que les isobares sont les plan perpendiculaires a l'axe z.

3/ Equation fondametale de la statique pour un fluide Incompressible :

on considère que ρ et g sont constantes

$$P(z) = \int \frac{\partial P}{\partial z} dz = -\int \rho g\, dz = -\rho g \int dz = -\rho g z + c^{te}$$

$$P(z) + \rho g z = c^{te}$$ la Loi fondmantale de Statique des fluide ~~Incompressible~~ (2-3)

En intégrant entre deux point P_0 et P_1 on obtien :

$$P_0 + \rho g z_0 = P_1 + \rho g z_2$$

ou bien $\boxed{P_1 - P_0 = \rho g (z_0 - z_1) = \gamma (z_0 - z_1)}$

4/ Application de la statique des fluides:

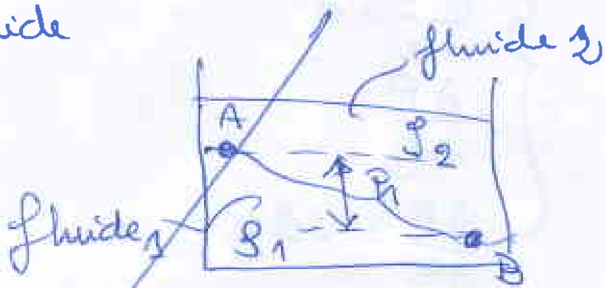
A/ Surface libre d'un liquide

$$P_2 - P_1 = \rho g h$$

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

$$P_{atm} - P_{atm} = \rho g h = 0 \Rightarrow h = 0$$

B/ Surface séparation deux liquide



fluide I $P_B - P_A = \rho_1 g h$

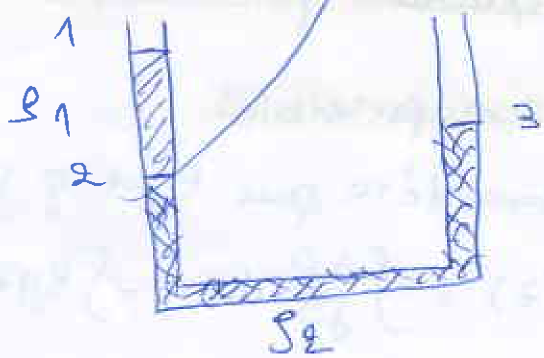
fluide 2 $P_B - P_A = \rho_2 g h$

D'où $\rho_1 g h = \rho_2 g h$ $\quad g h (\rho_1 - \rho_2) = 0$

or $g \neq 0$ et $(\rho_1 - \rho_2) \neq 0$ donc $h = 0$

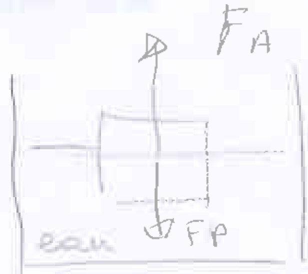
C/ plusieurs liquide en contact : tube en U

$P_2 - P_1$



La poussée d'Archimède

est une Resultante des forces dirigée vers le haut d'un corps placé entièrement ou partiellement dans un fluides. cette force fait flotter un corps par exemple les bateaux.



Théorème : Tout corps prolongé dans un liquide reçoit de la part de celui-ci une poussée verticale dirigée du bas vers le haut. égale au poids du volume de liquide déplacée.

En equilibre $P_{Archimede} = P_{poids}$

$P_{Archimade} = V_i \cdot \rho \cdot g$

$P_{Archimede}$: ~~le kg~~ En Newton

V_i : volume immergé en m^3,

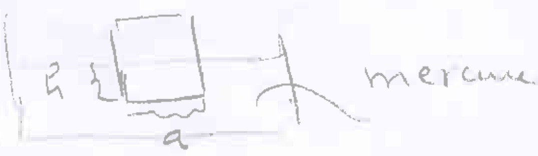
ρ : la masse volumique d'un fluide kg/m^3,

g : la gravité en N/kg.

Exemple un cube en acier de coté $a = 50$ cm flotte sur le mercure on donne les masse volumique

de L'Acier : $\rho_1 = 7800\ kg/m^3$

du mercure $\rho = 13600\ kg/m^3$



1/ Appliquer le théorème d'Archimède

2/ Déterminer la hauteur h immergée.

1/ $$P_{Archimede} = \underbrace{a^2 \cdot h}_{\text{Volume immergé}} \times \underbrace{\rho_2}_{\text{fluide mercure}} \times g$$

2/ En Equilibre $P_{Archimede} = \text{Poids}$

masse $= \frac{m}{V}$

$$a^2 \cdot h \times \rho_2 \times \cancel{g} = \underbrace{a^3 \cdot \rho}_{\text{masse}} \times \cancel{g}$$

$$h \times \rho_{2\,\text{mercure}} = a \cdot \rho_{Acier} \Rightarrow h = \frac{\rho_{Acier}}{\rho_{mercure}} \times a$$

$$h = \frac{7800}{13600} \times 50 \simeq 28{,}678\ [cm]$$

(2-6)