المحاضرة رقم: 03

مثال: (شرح لكيفية استعمال تقنية الإرتباط (والإنحدار) البسيط للتنبؤ بمبيعات مؤسسة إقتصادية)

حققت مؤسسة تجارية أرقام الأعمال التالية (خارج TVA)، خلال الفترة المنتهية، الممتدة من سنة 2000 إلى سنة 2009:

السنوات المالية	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
المبيعات (10^3 دج)	24 مليون	18 مليون	12 مليون	12 مليون	11 مليون	58 مليون	24 مليون	10 مليون	16 مليون	15 مليون

علما أن هذه المؤسسة قامت خلال كل سنة من هاته السنوات بتدعيم برنامج مبيعاتها بحملات للإشهار بلغت مصاريفها مايلي:

السنوات المالية	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
مصاريف الإشهار (1 دج)	11 مليون	08 مليون	07 مليون	05 مليون	05 مليون	25 مليون	10 مليون	04 مليون	08 مليون	07 مليون

حيث أرادت هذه المؤسسة أن تتنبأ بمبيعاتها بدلالة مصاريف الإشهار، خلال السنة القادمة 2010.

ومن أجل ذلك يجب إتباع الخطوات الرئيسية التالية:

أولا: تحديد مدى إرتباط المبيعات (Y_i) بمصاريف الإشهار (x_i)، خلال السنوات الماضية المدروسة، (أي تحديد ماإذا كان X_iهو فعلا العامل الرئيسي المحدّد لـ Y_i).

ثانيا: تحديد سلوك المبيعات (Yi) بذلالة مصاريف الإشهار (Xi) خلال نفس السنوات الماضية المدروسة، وذلك في حالة ما إذا كان Xi هو العامل الاقتصادي الرئيسي المحدّد فعلا لـ Yi في الماضي.

ثالثا: إسقاط سلوك Yi، (المعبّر عنه بمعادلة: $Yi=f(x_i)$، التي توضح كيفية إرتباطYi بـ Xi أو كيفية تأثير Xi في Yi)، على المستقبل (سنة 2010) والتنبؤ بالتالي بـ y_i ´ بدلالة Xi.

الحـــــــــــــل:

أولا: **حساب معامل الإرتباط (r) لـ Yi بـ Xi، بواسطة القانون التالي:**

$$r = \frac{\sum x_i y_i}{\sqrt{\sum x_i^2 . \sum y_i^2}}$$

بحيث: $x_i = X_i - \overline{X}$

$$y_i = Y_i - \overline{Y}$$

علما أن:

$\rightarrow \overline{X} = \frac{\sum X_i}{n}$ (وهو الوسط الحسابي للمشاهدات الفعلية Xi)

$\rightarrow \bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n}$ (وهو الوسط الحسابي للمشاهدات الفعلية Yi)

n: يمثل عدد البيانات التاريخية، أي عدد المشاهدات الفعلية الملاحظة خلال الفترة المدروسة، وهو يساوي في هذا المثال: 10.

وتجدر الإشارة أن معامل الإرتباط(r) لـ Yi بـ Xi، يكون بطبيعته محصورا بين -1 و +1، أما درجة أو قوة الإرتباط لـ Yi بـ Xi (في الماضي المدروس) فتكون، عادة حسب الحالات الرئيسية التالية:

r = +1 ⟵ يوجد إرتباط قوي جدا لـ Yi بـ xi

r = +0.5 ⟵ يوجد إرتباط قوي لـ Yi بـ xi

r = 0 ⟵ لا يوجد إرتباط لـ Yi بـ xi

r = -0.5 ⟵ يوجد إرتباط قوي لـ Yi بـ xi

r = -1 ⟵ يوجد إرتباط قوي جدا لـ Yi بـ xi

بحيث لما نتحصل على r محصورا بين |0.5| و |1| ، أي لما:

$r \in [+0.5; +1]$ أو كذلك $r \in [-1; -0.5]$

فإن ذلك يؤكد وجود إرتباط قوي (أو قوي جدا) لـ Yi بـ Xi، ومنه نستنتج أن Xi يعتبر، فعلا العامل الإقتصادي الرئيسي المحدّد للمبيعات Yi وهذا الإستنتاج يسمح لنا بمواصلة عملية التنبؤ بـ Yi بدلالة Xi.

والعكس صحيح، أي إذا كان r محصورا بين صفر (0) وقيمة أقل من |0.5|، فإن ذلك يؤكد عدم وجود إرتباط قوي (أو قوي جدا) لـ Yi بـ Xi ومنه نستنتج أن Xi لا يعتبر العامل الإقتصادي الرئيسي المحدد للمبيعات Yi، وهذاالإستنتاج لا يسمح لنا بمواصلة عملية التنبؤ ب Yi بدلالة Xi (أي يجب البحث عن عامل إقتصادي آخر يكون محددا رئيسيا لـ Yi).

شكل العلاقة لـ Yi بـ Xi:

الحالة الأولى: لما تكون إشارة r موجبة (+).

ذلك يعني أن العلاقة بين Yi (المتغير التابع لـxi) و xi (المتغير المستقل)، هي: طردية: بحيث إذا تزايد xi تتزايد على إثر ذلك Yi، وإذا تراجع xi تتراجع على إثر ذلك Yi.

(تغيَر Yi و xi يكون، في نفس الإتجاه)

الحالة الثانية: لما تكون إشارة r سالبة (–):

فذلك يعني أن العلاقة بين Yi و xi هي: عكسية، بحيث إذا تزايد xi تتراجع على إثر ذلك Yi.

وإذا تراجع xi تتزايد على إثر ذلك Yi ،(تغيَر Yi و Xi يكون في إتجاهين منعكسين).

والجدول التالي يسمح بحساب معامل الإرتباط (r):

السنوات N=10	مصاريف الإشهار X_i	المبيعات Yi	$x_i = x_i - \bar{x}$	$y_i = Y_i - \bar{Y}$	x_i^2	yi^2	$x_i y_i$
2000	11	24	2+	4+	4	16	8
2001	08	18	1—	2 —	1	4	2
2002	07	12	2 —	8 —	4	64	16
2003	05	12	4 —	8 —	16	64	32
2004	05	11	4 —	9 —	16	81	36
2005	25	58	16+	38+	256	1444	608
2006	10	24	1+	4+	1	16	4
2007	04	10	5 —	10 —	25	100	50
2008	08	16	1 —	4 —	1	16	4
2009	07	15	2 —	5 —	4	25	10
المجموع	$\sum X_i$ = 90	$\sum Y_i$= 200	$\sum x_i$ = 00	$\sum y_i$ = 00	Σx_i^2 =328	Σyi^2 = 1830	$\sum x_i.y_i$ 770

علما أن:

$$\bar{x} = \frac{90}{10} = 9 \quad ; \quad \bar{Y} = \frac{200}{10} = 20$$

ومنه:

$$r = \frac{770}{\sqrt{(328)(1830)}} \cong +0.99 \cong 99\%$$

- يدل r القريب جدا من |1| على وجود إرتباط قوي جدا للمبيعات (Y_i) بمصاريف الإشهار (X_i)خلال الماضي المدروس (من سنة 2000 إلى سنة 2009)، مما يؤكد أن X_i كان، فعلا،

العامل الإقتصادي الرئيسي المحدد لـ Y_i، وهذا الإستنتاج يسمح بمواصلة الدراسة والتنبؤ بـ $\acute{y}_t$ بدلالة X_iفي المستقبل (2010).

- ويدل r الموجب على وجود علاقة طردية لـ Y_iبـ X_i في الماضي المدروس (حيث أنهما يتغيران في نفس الاتجاه، عموما)، وبالتالي من المتوقع أن نفس العلاقة الطردية لـ Y_iبـ X_i ستستمر وتتكرر في المستقبل (2010).

ثانيا: تحديد معادلة خط الانحدار لـ Y_iحسب X_i:

بافتراض أن Y_iارتبطت في الماضي المدروس، بـ X_iبموجب المعادلة الخطية (من الدرجة الأولى) التالية:

$$Y_i' = aX_i + b$$

<u>حيث أن:</u>

المعامل a: يمثل ميل خط الإنحدار لـ Y_i(على محور X_i)

المعامل b: يمثل الحد الادنى للمبيعات (أرقام الأعمال خارج TVA).

أي أن هذه المعادلة الخطية <u>تُفسر وتكمم سلوك</u>Y_i(المتغير التابع) بدلالة X_i(المتغير المستقل) في الماضي المدروس.

<u>فإذاعلمنا أن:</u>

$$a = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{770}{328} \cong +2.35$$

$$b = \bar{Y}_a\bar{X} = 20_[(2.35)(9)] = -1.15$$

فإن المعادلة الخطية (التي تعبر عن سلوك Y_iبدلالة X_iفي الماضي) هي:

$$Y_i' = +2.35X_i - 1.15$$

ملاحظة:

المعاملa (الميل) يأخذ دائما الإشارة r.

(في هذه الحالة نلاحظ أن aموجب مثل r)

ثالثا: التنبؤ بالمبيعات Y'_i بدلالة X_i (في المستقبل: سنة 2010)

إذا علمنا أن هذه المؤسسة قررت أن تقوم خلال السنة القادمة (2010) بحملة أخرى للإشهار ستُقدر مصاريفها بـ 12 مليون دج، فإن المبيعات (أو رقم الأعمال خارج TVA) المتوقعة خلال هذه السنة، ستبلغ:

$$Y'_{(2010)} = aX_{(2010)} + b = 2.35(12) - 1.15 = 27.05$$ (ألف مليون دج)

التعليق:

نلاحظ أنه بالمقارنة مع سنة 2009 المنتهية (حيث بلغت مصاريف الإشهار 07 ملايين دج وبلغ رقم الأعمال 15 ألف مليون دج)، من المتوقع أن تشهد السنة القادمة (2010) تزايدا في رقم الأعمال إلى 27.05 ألف مليون دج تبعا لتزايد مصاريف الإشهار إلى 12 مليون دج.