المحور السادس : نماذج تقييم الأصول المالية

الهدف من هذا المحور هو ابرازاهم النماذج التي حاولت تبسيط التطبيق الخاص بالنظرية الحديثة التي اسسها هاري ماركوفيتز

1. **نموذج السوق:** قام شارب من خلال هذا النموذج بتبيان العلاقة بين عائد الاستثمار وعائد السوق، للتمكن من قياس حجم المخاطر المنتظمة التي ينطوي عليها عائد الورقة المالية.

1.1. تعريف نموذج السوق:

يعرف نموذج السوق بأنه نموذج إحصائي والذي أطلق عليه شارب في 1963 بالنموذج القطري The Diagonal Model أو نموذج المؤشر الواحد العامل الواحد، وهو من أبسط النماذج التي يمكن بناءها دون إفتراض وجود علاقات متبادلة بين الأوراق المالية ، والسمة الرئيسية للنموذج القطري (نموذج المؤشر الواحد) هي الافتراض بأن عوائد الأوراق المالية المختلفة ترتبط فقط من خلال علاقات مشتركة مع بعض العوامل الكامنة الأساسية معينة و العائد من أي الورقة المالية يُحدد فقط عن طريق هذا العامل الخارجي الوحيد وعوامل عشوائية. وهذا النموذج يضع علاقة خطية بين معدل عائد السهم من جهة، ومعدل عائد محفظة السوق من جهة أخرى، ويُمكن كتابة نموذج السوق وفق العلاقة التالية (William & Sharpe, A, 1963):

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it} \qquad \forall_i = 1, \ldots \ldots . n$$

حيث:

- R_{it}: معدل عائد السهم i في الفترة (t−1,t) حيث: i=1.....n؛
- α_i: معدل العائد الغير مفسر من السوق؛
- β_i: معامل العلاقة بين عائد السوق وعائد محفظة السوق؛
- R_{mt}: معدل عائد محفظة السوق؛
- ε_{it}:العوائد المتبقية.

ملاحظة: إن نموذج السوق الذي قدمه شارب سنة 1963 ليس هو النموذج الأصلي بدقة ، وإنما تمت زيادة الثابت αالتي قدمها جونسون Jensen في 1969 وحسب فرضية كفاءة السوق يجب أن تكون معدومة.

ويتم حساب المعاملات β و α عن طريق تقديرهم باستعمال طريقة المربعات الصغرى وتصبح المعادلة بالمعالم المقدرة كما يلي (خوري ، 2013):

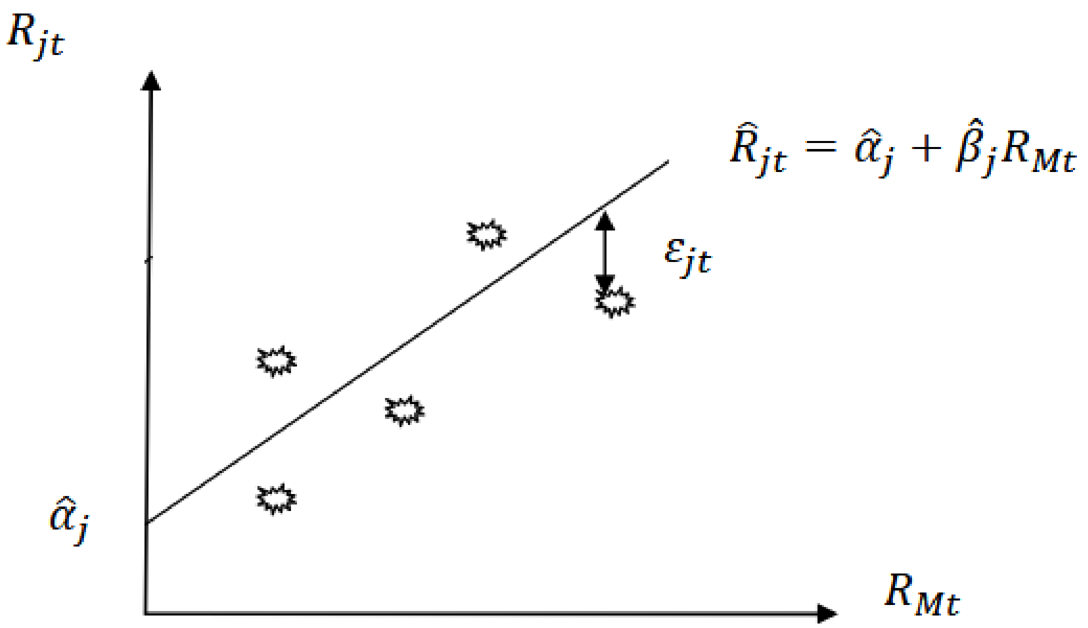
$$\hat{R}_{it} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i R_{mt}$$

المخاطر المنتظمة تساوي التباين المشترك لعوائد للسهم مع عوائد المحفظة M مقسوما على تباين عوائد محفظة السوق M .

$$\hat{\beta}_i = \frac{cov_{im}}{\delta_m^2}$$

وتمثيله البياني يكون من الشكل:

الشكل رقم(05): العلاقة بين عائد الاصل المالي وعائد محفظة السوق



1.2. فرضيات النموذج:

- الامل الرياضي للأخطاء معدوم وهذا يعني ان المتوسط الحسابي للأخطاء معدوم (خوري ، 2013):

$$E(\varepsilon_i) = 0 \;.\forall_i = 1 \ldots\ldots n$$

- ثبات (تجانس) تباين الاخطاء:

$$var(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i^2) = \delta^2_{\varepsilon\ i} \qquad \forall_i = 1 \ldots.. n$$

- عدم وجود إرتباط ذاتي بين الاخطاء اي ان التباين المشترك للأخطاء معدوم:

$$cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \qquad \forall_i \neq j \quad ..\forall_i = 1 \ldots.. n$$

- الاخطاء العشوائية مستقلة عن المتغير المستقل:

$$cov(R_{mi}, \varepsilon_j) = 0 \qquad \forall_i = 1 \ldots.. n$$

.1.3 تفسير نموذج السوق: sharp 1963

$$R_{it} = \propto_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it} = (\propto_i + \varepsilon_{it}) + \beta_i R_{mt}$$

حسب نموذج السوق فإن عائد السهم يمكن تفسيره بتقسيمه إلى قسمين:

- **القسم الأول** $(\propto_i + \varepsilon_{it})$: ترجع لتذبذبات معدل عائد السهم i إلى عوامل متعلقة بالمؤسسة المصدرة للسهم وتسمى" بالعوامل الخاصة"

- **القسم الثاني**$(\beta_i R_{mt})$: ترجع لتذبذبات معدل عائد السهم ز إلى عوامل مشتركة لها تأثير على كل الأسهم المتداولة في السوق وتسمى هذه العوامل بالعوامل المنتظمة" وتقاس درجة تأثير هذه العوامل على الأسهم بالمعامل β_i .

.1.3.1 معدل العائد المتوقع للورقة المالية:

لدينا معادلة نموذج السوق تكتب من الشكل:

$$R_{it} = \propto_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it}$$
$$E(R_{it}) = E[\alpha_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it}]$$
$$E(R_{it}) = E(\alpha_i) + E(\beta_i R_{mt}) + E(\varepsilon_{it})$$

لدينا في فرضيات نموذج السوق $E(\varepsilon_{it}) = 0$

$$E(R_{it}) = \alpha_i + \beta_i E(R_{mt}) + 0$$

وعليه فإن معدل العائد المتوقع للورقة المالية (i) وفق نموذج خط السوق تكون كما يلي:

$$\mathbf{E(R_{it}) = \alpha_i + \beta_i E(R_{mt})}$$

1.3.2. المخاطرة الكلية للورقة المالية (i)

والتباين يكتب من الشكل:

$$\delta_{Ri}^2 = E\left[\propto_i + \beta_i R_{;t} + \varepsilon_{it} - E\left(\propto_i + \beta_i R_{;t} + \varepsilon_{it}\right)\right]^2$$

حيث:

$$E(\propto_i) = \propto_i . E(\beta_i) = \beta_i . E(\varepsilon_i) = 0 \ . \forall_i = 1 \ldots\ldots n$$

فتصبح المعادلة من الشكل:

$$\delta_{R_i}^2 = E\left[\beta_i\left(R_{mt} - E(R_{mt})\right)^2 + 2\beta_i\varepsilon_{it}\left(R_{mt} - E(R_{mt}) + \varepsilon_{it}^2\right)\right]$$

ومن خلال فرضيات نموذج السوق فان التباين المشترك بين معدلات العائد المتوقع للسوق والعوائد المتبقية الخاصة بالسهم i معدوم، وعليه تبح معادلة تباين نموذج السوق من الشكل:

$$\boldsymbol{\delta_{R_I}^2 = \beta_I^2 \delta_{R_{MI}}^2 + \delta_{\varepsilon_I}^2} \qquad . \forall_i = \mathbf{1} \ldots\ldots\ldots\ldots . \boldsymbol{n}$$

حيث:

- $\delta_{R_I}^2$: تباين المخاطر الكلية للسهم i ؛
- $R_{R_{MI}}^2$: تباين مخاطر السوق؛
- $\beta_I^2 R_{R_{MI}}^2$: المخاطر المنتظمة؛
- $\delta_{\varepsilon_I}^2$: المخاطر الغير منتظمة (خاصة بالسهم i).

ملاحظة: يرجع وجود حد الخطأ ε_{it} إلى اهمال بعض المتغيرات المستقلة التي يمكن ات تأثر على المتغير التابع في النموذج، وغلى حدوث خطأ في تجميع او قياس المتغيرات.

1.4. الحالات المختلفة للمقياس β :

β هو مقياس نسبي للعلاقة بين عائد السهم i وعائد محفظة السوق M ، وله أربع حالات هي: (خوري ، 2013)

- B=1 : التغير في عائد السهم مطابق للتغير في عائد السوق؛ وبصفة عامة نقول أن عوائد الاستثمار تتقلب بنفس درجة تقلب عوائد السوق وبنفس الاتجاه، وتكون درجة المخاطرة المنتظمة للاستثمار مساوية لدرجة مخاطرة السوق.

- $B > 1$: يعني أن معدل عائد السهم على درجة عالية من التذبذب وله ارتباط إيجابي بمحفظة السوق؛ وبصفة عامة نقول أن عائدات الإستثمار تتقلب بمقدار أكبر من درجة تقلب السوق، وتكون أكثر خطرا من السوق. ويطلق على هذا الاستثمار بالهجومي .
- $B<1$: يعني أن عائد السهم أكثر ثباتا من المتوسط أو ذو ارتباط بسيط بعائد محفظة السوق أو كليهما معا ؛ ويعني كذلك أن ارتفاع أو انخفاض في سعر السهم أقل من ارتفاع أو انخفاض أسعار السوق ككل . وأن السهم لا يعتبر متذبذبا . وبصفة عامة نقول أن عائدات الاستثمار تتقلب بمقدار أقل من درجة تقلب عائد السوق ويكون الاستثمار أقل خطرا من السوق ويكون الاستثمار دفاعيا Defensive.
- $B<0$: إن عائد السهم يتحرك في الإتجاه المعاكس لعائد محفظة السوق اعتمادا على توقعات مديري المحافظ المالية لتطور السوق، فإنهم يقومون بضبط تقلبات محافظهم. بإستخدام β وتشكيل محافظ هجومية أم دفاعية أم مختلطة.

أ- **معامل التغاير بين الورقة (i) و(j):** نعلم ان التباين المشترك بين ورقتين ماليتين يعطى من الشكل:

$$COV_{ij} = E\left[\left(R_i - E(R_i)\right)\left(R_j - E(R_j)\right)\right]$$

$$= E\left[\left((\alpha_i + \beta_i E(R_{mt}) + \varepsilon_i) - \left(E(\alpha_i + \beta_i E(R_{mt}) + \varepsilon_i)\right)\right)\left((\alpha_j + \beta_j E(R_{mt}) + \varepsilon_j) - \left(E(\alpha_j + \beta_j E(R_{mt}) + \varepsilon_j)\right)\right)\right]$$

$$= E\left[\left(\beta_i E\left(R_m - E(R_m)\right) + \varepsilon_i\right)\left(\beta_j E\left(R_m - E(R_m)\right) + \varepsilon_j\right)\right]$$

$$=\beta_i\beta_j E\left(R_m - E(R_m)\right)^2 + \beta_i E\left[\varepsilon_i\left(R_m - E(R_m)\right)\right] + \beta_j E\left[\varepsilon_j\left(R_m - E(R_m)\right)\right] + E(\varepsilon_i\varepsilon_j)$$

$$\boldsymbol{COV_{ij} = \beta_i \beta_j \delta_m^2}$$

ب-**عائد المحفظة في ظل نموذج السوق:** نعلم ان معادلة عائد المحفظة المكونة من (n) ورقة مالية تعطى بالكل التالي:

$$E(R_p) = \sum w_i E(R_i)$$

وبتعويض قيمة $E(R_{it}) = \alpha_i + \beta_i E(R_{mt})$ في معادلة المحفظة تصبح كما يلي:

$$E(R_p) = \sum w_i\left(\alpha_i + \beta_i E(R_{mt})\right)$$

$$= \sum w_i\alpha_i + w_i\beta_i E(R_{mt})$$

$$= \sum w_i\alpha_i + \sum w_i\beta_i E(R_{mt})$$

فغذا علمنا ان $\beta_P = \sum w_i\beta_i$ وان $\alpha_P = \sum w_i\alpha_i$ تصبح معادلة عائد المحفظة وفق نموذج السوق كما يلي:

$$\mathbf{E(R_p) = \alpha_P + \beta_P E(R_{mt})}$$

ت-**مخاطرة المحفظة في ظل نموذج السوق:** نعلم ان معادلة مخاطرة المحفظة المكونة من (n) ورقة مالية تعطى بالكل التالي:

$$\delta_P^2 = \sum_{i=1}^{n} W_i^2 \delta_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} 2W_i W_j Cov_{ij}$$

بتعويض المقدارين $COV_{ij} = \beta_i \beta_j \delta_m^2$ و $\delta_I^2 = \beta_I^2 R_{R_{MI}}^2 + \delta_{\varepsilon_I}^2$ نحصل على المعادلة التالية:

$$\delta_P^2 = \sum_{i=1}^{n} W_i^2 (\beta_I^2 \delta_{R_{MI}}^2 + \delta_{\varepsilon_I}^2) + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} 2W_i W_j \beta_i \beta_j \delta_m^2$$

$$\boldsymbol{\delta_P^2 = \sum_{i=1}^{n} W_i^2 \beta_I^2 \delta_{R_{MI}}^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} 2W_i W_j \beta_i \beta_j \delta_m^2 + \sum W_i^2\, \delta_{\varepsilon_I}^2}$$

مثال1.6: ليكن لديك المعطيات التالية:

الشهر	R_A	R_B	R_C	R_M	ε_A	ε_B	ε_C
01	0.134	0.128	0.052	0.02	0.01	0.03	0.02
02	0.152	0.114	0.106	0.06	-0.02	-0.02	0.03
03	0.08	0.09	-0.03	0	-0.02	0.01	-0.04
04	0.158	0.106	0.064	0.04	0.01	-0.01	0.01
05	0.216	0.142	0.078	0.08	0.02	-0.01	-0.02

المطلوب:

- احسب معالم المعادلة $E(R_i) = \alpha_i + \beta_i E(R_{mt})$ باستخدام نموذج السوق.
- احسب قيمة كل من $\boldsymbol{\delta_{\varepsilon_I}^2}$، $\boldsymbol{\delta_m^2}$، β_I^2، $\boldsymbol{\delta_i^2}$.
- احسب عائد مخاطرة المحفظة إذا علمت ان W_A=0.5 ، W_B=0.25، W_C=0.25

الاجابة:

1. نعلم ان معادلة نموذج السوق للورقة المالية تكتب كمايلي:

$$R_{it} = \propto_i + \beta_i R_{mt} + \varepsilon_{it}$$

فإذا كان كل من β_i و $\propto_i$ ثابتتان في معادلة عائد الورقة المالية فإنه يمكن حساب قيمتهما كما يلي:

- **بالنسبة للورقة المالية (A)**

$$0.134 = \propto_A + \beta_A 0.02 + 0.01 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (01)$$

$$0.152 = \propto_A + \beta_A 0.06 - 0.02 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (02)$$

بطرح المعادلة (02) من المعادلة (01) نتحصل على:

$$0.018 = \beta_A 0.04 - 0.03 \Longrightarrow \beta_A = \frac{0.048}{0.04} = \mathbf{1.2}$$

بتعويض قيمة $\beta_A = 1.2$ في المعادلة رقم (01) نجد:

$$0.134 = \propto_A + (1.2)0.02 + 0.01 \Rightarrow \propto_A = \mathbf{0.1}$$

وبالتالي فإن معادلة نموذج خط السوق للورقة المالية **(A)** تعطى كنا يلي:

$$\mathbf{E(R_A) = 0.1 + 1.2E(R_{mt})}$$

- **بالنسبة للورقة المالية (B)**

$$0.128 = \propto_B + \beta_B 0.02 + 0.03 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (03)$$

$$0.142 = \propto_B + \beta_B 0.08 - 0.01 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (04)$$

بطرح المعادلة (03) من المعادلة (04) نتحصل على:

$$0.014 = \beta_B 0.06 - 0.04 \Longrightarrow \beta_B = \frac{0.054}{0.06} = \mathbf{0.9}$$

بتعويض قيمة $\beta_B = 0.9$ في المعادلة رقم (01) نجد:

$$0.128 = \propto_B + (0.9)0.02 + 0.03 \Rightarrow \propto_B = \mathbf{0.08}$$

وبالتالي فإن معادلة نموذج خط السوق للورقة المالية **(B)** تعطى كنا يلي:

$$\mathbf{E(R_B) = 0.08 + 0.9E(R_{mt})}$$

- **بالنسبة للورقة المالية (C)**

$$0.052 = \propto_C + \beta_C 0.02 + 0.02 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (05)$$

$$0.106 = \propto_C + \beta_C 0.06 + 0.03 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (06)$$

بطرح المعادلة (05) من المعادلة (06) نتحصل على:

$$0.054 = \beta_C 0.04 + 0.01 \Longrightarrow \beta_C = \frac{0.044}{0.04} = \mathbf{1.1}$$

بتعويض قيمة $\beta_C = 1.1$ في المعادلة رقم (05) نجد:

$$0.052 = \propto_C + (1.1)0.02 + 0.02 \Rightarrow \propto_C = \mathbf{0.01}$$

وبالتالي فإن معادلة نموذج خط السوق للورقة المالية (C) تعطى كما يلي:

$$\mathbf{E(R_C) = 0.01 + 1.1E(R_{mt})}$$

2. حساب قيمة كل من $\delta^2_{\varepsilon_I}$، δ^2_m، β^2_I، δ^2_i

- الجدول يلخص حساب كل من قيمة $\delta^2_{\varepsilon_I}$ و δ^2_m.

الشهر	R_A	R_B	R_C	R_M	ε_A	ε_B	ε_C
01	0.134	0.128	0.052	0.02	0.01	0.03	0.02
02	0.152	0.114	0.106	0.06	-0.02	-0.02	0.03
03	0.08	0.09	-0.03	0	-0.02	0.01	-0.04
04	0.158	0.106	0.064	0.04	0.01	-0.01	0.01
05	0.216	0.142	0.078	0.08	0.02	-0.01	-0.02
	$\sum R_A = \mathbf{0.74}$	$\sum R_B = \mathbf{0.58}$	$\sum R_C = \mathbf{0.27}$	$\sum R_m = \mathbf{0.2}$	Σ=0	Σ=0	Σ=0
	$\overline{\mathbf{R_A}} = \frac{\sum \mathbf{R_i}}{\mathbf{N}} = \mathbf{0.148}$	$\overline{\mathbf{R_B}} = \frac{\sum \mathbf{R_i}}{\mathbf{N}} = \mathbf{0.116}$	$\overline{\mathbf{R_C}} = \frac{\sum \mathbf{R_i}}{\mathbf{N}} = \mathbf{0.054}$	$\overline{\mathbf{R_m}} = \frac{\sum \mathbf{R_i}}{\mathbf{N}} = \mathbf{0.04}$	0	0	0

$(R_{\varepsilon A} - E(R_{\varepsilon A}))^2$	$(R_{\varepsilon B} - E(R_{\varepsilon B}))^2$	$(R_{\varepsilon C} - E(R_{\varepsilon C}))^2$	$(R_M - E(R_M))$	$(R_M - E(R_M))^2$
0.0001	0.0009	0.0004	-0.02	0.0004
0.0004	0.0004	0.0009	0.02	0.0004
0.0004	0.0001	0.0016	-0.04	0.0016
0.0001	0.0001	0.0001	0	0
0.0004	0.0001	0.0004	0.04	0.0016
Σ=0.0014	Σ=0.0016	Σ=0.0034		Σ=0.004
$\boldsymbol{\delta^2_{\varepsilon A}}$=0.00035	$\delta^2_{\varepsilon B}$ =0.0004	$\delta^2_{\varepsilon C}$ =0.00085		δ^2_M =0.001

- **حساب قيمة** δ^2_i

لدينا معادلة المخاطر الكلية التي تكتب بالصيغة التالية:

$$\boldsymbol{\delta^2_I = \beta^2_I \delta^2_{MI} + \delta^2_{\varepsilon_I}}$$

فبالنسبة للورقة المالية (A):

$$\boldsymbol{\delta^2_A} = \boldsymbol{\beta^2_A \delta^2_M} + \boldsymbol{\delta^2_{\varepsilon A}} \Rightarrow \boldsymbol{\delta^2_A} = (\mathbf{1.2})^2\,(0.001) + 0.00035 \Rightarrow \boldsymbol{\delta^2_A} = \mathbf{0.00179}$$

بالنسبة للورقة المالية (B):

$$\boldsymbol{\delta^2_B} = \boldsymbol{\beta^2_B \delta^2_M} + \boldsymbol{\delta^2_{\varepsilon B}} \Rightarrow \boldsymbol{\delta^2_B} = (\mathbf{0.9})^2\,(0.001) + 0.0004 \Rightarrow \boldsymbol{\delta^2_B} = \mathbf{0.00121}$$

بالنسبة للورقة المالية (C):

$$\boldsymbol{\delta^2_C} = \boldsymbol{\beta^2_C \delta^2_M} + \boldsymbol{\delta^2_{\varepsilon C}} \Rightarrow \boldsymbol{\delta^2_C} = (\mathbf{1.1})^2\,(0.001) + 0.00085 \Rightarrow \boldsymbol{\delta^2_C} = \mathbf{0.00206}$$

3. حساب عائد ومخاطرة المحفظة:

لدينا المعطيات التالية والتي تم حسابها سابقا

الورقة المالية	الورقة A	الورقة B	الورقة C
$E(R_i)$	0.148	0.116	0.054
δ_i^2	**0.00179**	**0.00121**	**0.00206**
δ_ε^2	0.00035	0.0004	0.00085
β_i	1.2	0.9	1.1
α_i	0.1	0.08	0.01
w_i	0.5	0.25	0.25
δ_M^2	0.001		
$E(R_M)$	0.04		

- حساب عائد المحفظة:

لدينا:

$$\mathbf{E(R_p) = \alpha_P + \beta_P E(R_{mt})}$$

$$\alpha_P = \sum w_i \alpha_i \Rightarrow \alpha_P = (0.5)(0.1) + (0.25)(0.08) + (0.25)(0.01) \Rightarrow \mathbf{\alpha_P = 0.0725}$$

$$\beta_P = \sum w_i \beta_i \Rightarrow \beta_P = (0.5)(1.2) + (0.25)(0.9) + (0.25)(1.1) \Rightarrow \mathbf{\beta_P = 1.1}$$

إذن:

$$E(R_p) = \alpha_P + \beta_P E(R_{mt}) \Rightarrow E(R_p) = (0.0725) + (1.1)(0.04) \Rightarrow \mathbf{E(R_p) = 0.1165}$$

- حساب مخاطرة المحفظة:

لدينا:

$$\delta_P^2 = \sum_{i=1}^{n} W_i^2 \beta_I^2 \delta_{R_{MI}}^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} 2W_i W_j COV_{ij} + \sum W_i^2 \delta_{\varepsilon_I}^2$$

حساب التباين المشترك بين كل ورقتين ماليتين وفقا للعلاقة الرياضية التالية:

$$\boldsymbol{COV_{ij} = \beta_i \beta_j \delta_m^2}$$

والجدول التالي يلخص التباين المشترك بين كل ورقتين ماليتين

الورقة المالية	A	B	C
A	**0.00179**	0.00108	0.00132
B	0.00108	**0.00121**	0.00099
C	0.00132	0.00099	**0.00206**

إذن:

$$\begin{aligned}\delta_P^2 = {} & (0.5^2)(1.2^2)(0.001) + (0.25^2)(0.9^2)(0.001) + (0.25^2)(1.1^2)(0.001) \\ & + 2(0.5)(0.25)(0.00108) + 2(0.5)(0.25)(0.00132) \\ & + 2(0.25)(0.25)(0.00099) + (0.5^2)(0.00035) + (0.25^2)(0.0004) \\ & + (0.25^2)(0.00085)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_P^2 = {} & 0.00036 + 0.00005 + 0.00007 + 0.00027 + 0.00033 + 0.00012 + 0.00008 \\ & + 0.00002 + 0.00005\end{aligned}$$

$$\delta_P^2 = \mathbf{0.00135}$$

2. نموذج تسعير الأصول الرأسمالية The Capital Asset Pricing Model

قدم وليام شارب نموذج تسعير الأصول الرأسمالية سنة 1964، (Sharpe, 1964) وما هو إلا استكمالا لنظرية المحفظة التي قدمها ماركوفيتش سنة 1952 ، وتبرز أهمية هذا النموذج في قياس العائد المطلوب من الأصول المالية والمخاطر المنتظمة B التي ترافقها عند التقييم، ويمكن كتابة النموذج كما يلي:

$$E(R_i) = R_F + [E(R_M) - R_F]\beta_i$$

$E(R_i)$: عائد السهم i؛

R_F: عائد الاصل الخالي من المخاطرة؛

$E(R_M)$: عائد السوق؛

β_i: معامل الارتباط بين عائد السهم وعائد السوق؛

$E(R_M) - R_F$: علاوة مخاطرة السوق؛

$[E(R_M) - R_F]\beta_i$: علاوة مخاطرة السوق الخاصة بالسهم i .

يقوم النموذج على عدّة فرضيات نلخصها فيما يلي (آل الشيب، 2010):

- المستثمرون عقلانيون ويطلبون عائد أعلى مقابل تحمل مخاطر أعلى: توجد علاقة طردية بين العائد والمخاطرة، أي كلما زادت **β** زاد العائد المرتبط بالسهم؛
- الأصل الخالي من الخطر متاح (متوفر)؛
- تجانس توقعات المستثمرين الذين يبغضون المخاطرة)؛
- لا توجد تكاليف للمعاملات؛
- لا توجد ضرائب ذات الصلة بالإستثمار ومع ذلك قد يكون هناك ضرائب على أرباح الشركات؛ معدل اقراض المال هو نفسه تكلفة إقتراض المال؛
- السوق يتصف بالكفاءة والسيولة، أي يمكن للمستثمرين الشراء أو البيع بسهولة. بالمعنى العام نقول عن السوق المالي أنه كفء إذا حقق الأهداف التالية بصفة مرضية وهي:
  - توزيع أمثل للموارد ؛
  - تقييم عادل للمعاملات؛
  - الخدمات مقدمة بأقل تكلفة ممكنة.

فالتوزيع الأمثل للموارد يتم من خلال تحقيق كفاءة تشغيلية عالية للسوق المالي يتحقق من خلالها الدور الأساسي الذي وجد من أجله السوق المالي ألا وهو توجيه الموارد للمجالات الأكثر ربحية وتوفير السيولة وتعرف الكفاءة التشغيلية على أنها : قدرة السوق على خلق التوازن بين العرض والطلب دون أن يتكبد المتعاملون فيه تكلفة عالية للسمسرة ودون أن يتاح للتجار والمتخصصون فرصة لتحقيق هامش ربح كبير؛

ويكون السوق المالي كفء عند هذا المستوى إذا كانت جميع المعلومات المتوفرة والملائمة لتقييم الأصول المالية المتعامل بها في السوق منعكسة في الأسعار وفي اللحظة ذاتها التي تصل فيها وسواء كانت هذه المعلومات متعلقة بالماضي أو معلومات حاضرة أو تعلقت بتوقعات الأحداث في المستقبل وبالتالي فإن سعر الأصل المالي في أي لحظة هو تقدير عادل لقيمته الحقيقية (B.Jaquillat & B.Solnic, 2002).

2.1. **القيمة العادلة (الحقيقية) للسهم:** وهي القيمة التوازنية للسهم في السوق، وفي الواقع العملي نلاحظ وجود ثلاث حالات لتقييم السهم هي:

أ- مقيم بأكثر مما يتوجب overvalued (معدل العائد المطلوب > معدل العائد المتوقع)

ب - مقيم باقل مما يتوجب Undervalued (معدل العائد المطلوب < معدل العائد المتوقع)

- مقيم بصورة عادلة fairly valued) properly (معدل العائد المطلوب = معدل العائد المتوقع)

فمدير المحفظة المالية في اختياره للأسهم يعطي الأولوية للأسهم المقيمة بأقل مما يتوجب undervalued والتي لها عائد أعلى من عائد السوق عند نفس المستوى من المخاطرة.

ملاحظة: عند الحديث عن العائد على الاستثمار في نموذج تسعير الأصول الرأسمالية لابد من التمييز بين العائد المطلوب والعائد المتوقع:

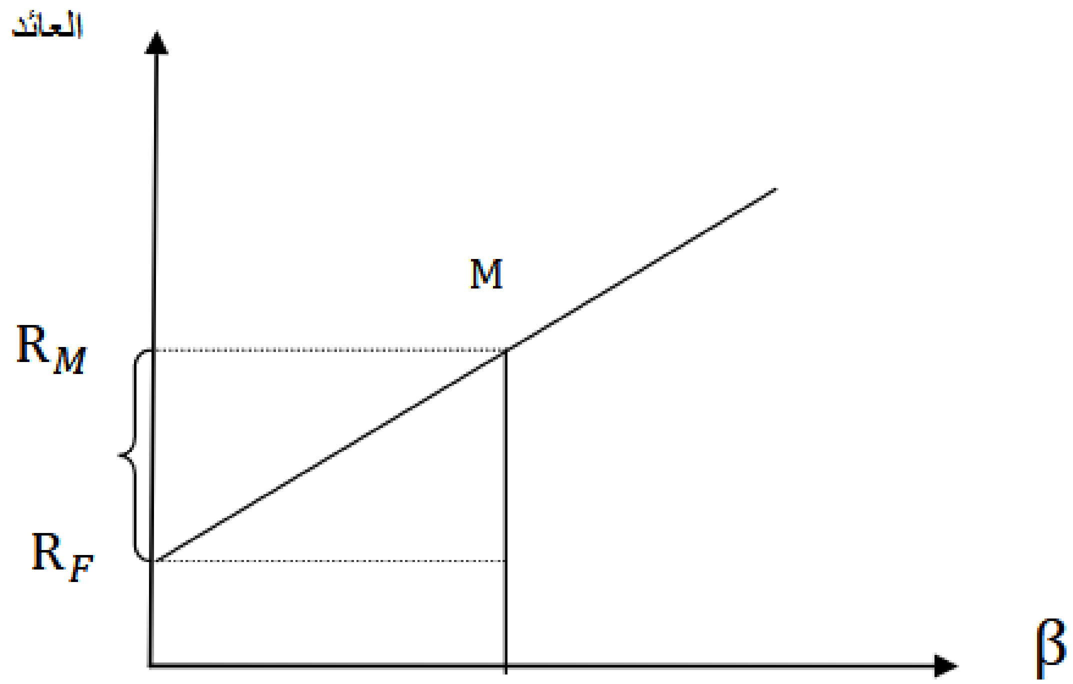
العائد المطلوب : العائد عند التوازن الربح) العادل للإستثمار المتضمن للمخاطرة)

العائد المتوقع: هو أقل عائد يقبل به المستثمر ليستثمر في أصل معين.

العائد الفعلي: هو إجمالي الأرباح أو الخسائر الكلية التي يحصل عليها المستثمر خلال فترة معينة من الإستثمار.

2.2. **علاوة الخطر (Risk Premuim):** هي العائد الإضافي الذي يتوقع المستثمر الحصول عليه من محفظة مالية ذات أصول خطرة وتكتب بالعلاقة $R_M - R_F$ وكلما زادت المخاطر المنتظمة β زادت علاوة المخاطر، أي الحصول على عائد أعلى مقابل تحمل مخاطر أعلى؛ والشكل البياني يوضح ذلك:

الشكل رقم: علاوة الخطر



.2.3 **الآثار الرئيسية لنموذج تسعير الأصول الرأسمالية:** وتتمثل في: (William & Sharpe, A, 1963)

- إن محفظة السوق ستكون فعالة؛
- إن جميع المحافظ الفعالة ستكون مساوية للإستثمار في محفظة السوق أو ربما أكثر في حالة الإقراض أو الاقتراض؛
- ستكون هناك علاقة خطية بين العائد المتوقع وبيتا؛ إن التطبيقات العملية لهذه العلاقات كثيرة. ويمكن للمستثمرين بسهولة تحديد استراتيجيات فعالة للمحفظة، ويمكن تنفيذ هذه الاستراتيجيات بفعالية من خلال صناديق الاستثمار المشتركة وغيرها يمكن لصناع القرار من الشركات والمؤسسات الحكومية استخدام علاقة سوق الأوراق المالية لتحديد مدى رغبتهم في مشروع استثماري وذلك بمقارنة عائده المتوقع مع ما هو متاح في سوق رأس المال للمشاريع ذات قيم بيتا مماثلة (أي مع مخاطر مماثلة في السوق أو حساسية للظروف الاقتصادية). في ظل نموذج تسعير الأصول الرأسمالية كل مستثمر يختار المحفظة التي تعظم منفعته، وهذا ما يقود إلى توزيع فعال للمخاطرة في إقتصاد معين، وبطبيعة الحال توزيع الثروة بين المستثمرين.

مثال2.6: لتكن لديك المعطيات التالية:

الاشهر	R_A	R_B	R_M
01	0.1	0.06	0.08
02	0.12	0.09	0.1
03	0.16	0.11	0.12
04	0.05	0.07	0.14
0	0.07	0.05	0.15
06	0.09	0.06	0.13

المطلوب: احسب عائد ومخاطرة المحفظة وفق نموذج تسعير الاصول الراسمالية إذا علمت ان الاوزان النسبية متساوية وان العائد الخالي من المخاطر 4%

الحل:

لدينا معادلة نموذج تسعير الاصول الراسمالية كما يلي:

$$E(R_i) = R_F + [E(R_M) - R_F]\beta_P$$

إذا لحساب عائد ومخاطرة المحفظة يجب حسا مايلي:

- العائد المتوقع لكل اصل؛
- مخاطرة السوق؛
- التباين المشترك لكل اصل مع السوق
- بيتا لكل اصل؛
- بيتا المحفظة.

الاشهر	R_A	R_B	R_M	$(R_A - \bar{R}_A)$
1	0.1	0.06	0.08	-0.02
2	0.12	0.04	0.1	0.02
3	0.14	0.1	0.12	0.04
4	0.15	0.09	0.14	0.05
0	0.12	0.07	0.15	0.02
6	0.09	0.06	0.13	-0.01
	Σ=0.72	Σ=0.42	Σ=0.72	
	$\bar{R}_A$=0.12	$\bar{R}_B$=0.07	$\bar{R}_M$=0.12	

$(R_B - \bar{R}_B)$	$(R_M - \bar{R}_M)$	$(R_M - \bar{R}_M)^2$	$(R_M - \bar{R}_M)(R_A - \bar{R}_A)$	$(R_M - \bar{R}_M)(R_B - \bar{R}_B)$

0.0004	0.0008	0.0016	-0.04	-0.01
0.0006	-0.0004	0.0004	-0.02	-0.03
0	0	0	0	0.03
0.0004	0.001	0.0004	0.02	0.02
0	0.0006	0.0009	0.03	0
-0.0001	-0.0001	0.0001	0.01	-0.01
Σ=0.0013	Σ=0.0019	Σ=0.0034		
COV_{BM} =0.00026	COV_{AM} =0.00038	δ_M^2 =0.00068		

– حساب معامل بيتا لكل اصل:

لدينا:

$$\beta_i = \frac{Cov_{im}}{\delta_m^2}$$

$$\beta_A = \frac{Cov_{Am}}{\delta_m^2} \Rightarrow \beta_A = \frac{0.00038}{0.00068} \quad \Rightarrow \quad \beta_A = 0.5588$$

$$\beta_B = \frac{Cov_{Bm}}{\delta_m^2} \Rightarrow \beta_A = \frac{0.00026}{0.00068} \quad \Rightarrow \quad \beta_A = 0.3823$$

– حساب معامل بيتا لكل اصل (مخاطرة المحفظة):

لدينا:

$$\beta_P = \sum W_i \beta_i$$

$$\beta_P = (W_A)(\beta_A) + (W_B)(\beta_B) \Rightarrow \beta_P = (0.5)(0.5588) + (0.5)(0.3823)$$

$$\beta_P = \mathbf{0.47055}$$

– حساب عائد المحفظة:

لدينا:

$$E(R_P) = R_F + [E(R_M) - R_F]\beta_P$$

$$E(R_P) = 0.04 + [0.12 - 0.04]0.47055$$

$$\boldsymbol{E(R_P) = 0.077644}$$

3. نموذج العوامل:

بعد الإنتقادات الموجهة لنموذج تسعير الأصول الرأسمالية، وأهمها أن العائد المتوقع هو محصلة العديد من العوامل وليس عامل واحد فقط ، ومن بينها حجم الإصدار، وطبيعة الصناعة ، الضرائب، نسبة السعر إلى

الربحية.. وهذه العوامل تتغير أو تتغير أهميتها من فترة لأخرى بمعن قد يكون تأثيرها مؤقتا، ونماذج العوامل ليست نماذج توازن بل تصف العوامل المحددة لعائد الإستثمار فقط، على عكس نموذج تسعير الأصول الرأسمالية الذي يعتبر نموذجا للتوازن ونقسم نمموذج العوامل إلى : نموذج العامل الواحد، ثم نموذج العامل المتعددة، ونموذج العوامل القطاعية. (ابراهيم هندي، 1999)

3.1. **نموذج العامل الواحد:** من خلال هذا النموذج يعتقد المستثمرين بوجود عامل مشترك واحد يحدد العائد المتوقع لأي ورقة مالية، وقد يكون هذا المعامل معدل نمو الدخل القومي ، أو معدل الإنتاج الصناعي ،أو أي متغير آخر، ويحكم هذا النموذج ثلاث متغيرات:

- المتغير الأول: معامل يقيس مدى حساسية عائد الورقة المالية للعامل الذي يعتقد بأنه المحدد لذلك العائد، أي وزن تأثير العامل (β') ؛
- المتغير الثاني: يتمثل في العائد المتوقع في حال كون قيمة العامل المحدد للعائد مساوية للصفر ويرمز له بالرمز (α)؛
- المتغير الثالث: يتمثل في عائد يعكس قيمة تأثير متغيرات عشوائية مرتبطة بالمنشأة المصدرة للورقة المالية ε_i.

3.1.1. **العائد:** ويمكن كتابة النموذج السابق كما يلي:

$$R_i = \alpha_i + \acute{\beta}_i I_i + \varepsilon_i$$

R_i: عائد السهم i ؛

α_i: عائد متوقع لايرتبط بالعامل المحدد و بظروف الجهة المنشأة للورقة؛

$\acute{\beta}_i$: معامل الحساسية تجاه العامل المحدد؛

I_i: العامل المحدد؛

ε_i: العوامل المتبقية الخاصة بالسهم.

وبافتراض أنه ل ايوجد ارتباط بين العامل المحدد للعائد وبين الخطأ العشوائي ، وعدم وجود ارتباط كذلك بين الخطأ العشوائي للسهمين j و i تصبح معادلة تباين نموذج العامل الواحد من الشكل:

$$\delta_{R_i}^2 = \grave{\beta}_i^2 \delta_{Ii}^2 + \varepsilon_{\varepsilon i}^2$$

- $\grave{\beta}_i^2 \delta_{Ii}^2$: المخاطرة المرتبطة بالعامل؛

- δ_{Ii}^2: المخاطرة المرتبطة بالسهم وليس لها علاقة بالمعامل؛

اما التباين المشترك بين ورقتين ماليتين فيكتب كما يلي:

$$cov(i,j) = \beta_i \beta_j \delta_i^2$$

- β_i: حساسية السهم i تجاه العامل المحدد؛
- β_j: حساسية السهم j اتجاه العامل المحدد؛
- δ_i^2: تباين العامل المعامل المحدد في العائد.

إذا افترضنا ان العامل المشترك الوحيد الذي يؤثر في عائد كافة الأوراق المالية المتداول في السوق هو عائد محفظة السوق فتظهر المعادلة كما يلي:

$$R_i - R_F = \propto_i + \beta_i (R_M - R_F) + \varepsilon_i$$

عائد محفظة السوق فتظهر المعادلة على الشكل التالي :

وهنا نجد أنفسنا أمام نموذج تسعير الاصول الرأسمالية، ويمكن إعادة صياغة المعادلة بالشكل التالي:

$$R_i = R_F + \propto_i + \beta_i (R_M - R_F) + \varepsilon_i$$

وتصبح صيغتها النهائية بالشكل:

$$R_i = [\propto_i + R_F (1 - \beta_i)] + \beta_i R_M + \varepsilon_i$$

3.1.2.التنويع في نماذج العوامل :

وفق ماركوفيتش يعمل التنويع الكفء على التخلص من المخاطر غير المنتظمة لتبقى فقط المخاطر المنتظمة ، وإذا ما تم إتباع نفس المنطق في نماذج العوامل مع فارق واحد هو أن التنويع يعمل هنا على التخلص من المخاطر التي لا ترتبط بالعامل المشترك بدلا من المخاطر غير المنتظمة، مما يعني أن مخاطرة المحفظة يكمن صياغتها كما يلي (ابراهيم هندي، 1999):

$$\delta_p^2 = \sum_{i=1}^{n} W_i^2 \delta_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} 2 W_i W_j Cov_{ij}$$

حيث:

W_i: الوزن النسبي للأصل المالي داخل المحفظة حيث : $\sum W_i = 1$؛

δ_i: تباين الاصل المالي داخل المحفظة؛

δ_P: تباين (مخاطرة) المحفظة:

Cov_{ij}: التباين المشترك للاصلين (i) و(j)

تتألف المخاطر التي تتعرض لها المحفظة من قسمين:

- القسم الأول: خاص بالمخاطرة المرتبطة بالعامل المحدد للعائد ؛
- القسم الثاني: خاص بالمخاطرة المرتبطة بظروف المنشأة نفسها، وبالتالي فالتنويع في نماذج العوامل يقتصر فقط على تخفيض المخاطر المرتبطة بالمنشأة ، أما المخاطر المرتبطة بالعامل المشترك فلا يمكن أن نتوقع لها أن تنخفض بفعل التنويع، بل بإحلال الأوراق المالية التي تتضمنها المحفظة المالية بأخرى يكون معامل حساسية عائدها للعامل المشترك أقل.

3.2. نموذج العوامل المتعددة:

يشير هذا النموذج إلى تأثر الأوراق المالية المكونة للمحفظة المالية بعوامل عديدة ،تتحكم في الحالة الإقتصادية العامة مثل التوقعات بشأن معدل نمو إجمالي الدخل القومي، والتوقعات حول أسعار الفائدة ومعدلات التضخم ، ومعدلات النمو الإقتصادي ، وغيرها، وهنا برزت الحاجة إلى بناء نماذج متعددة، وقد يكون النموذج خاص بعاملين فقط ، أو قد يكون خاص بأكثر من عاملين. نموذج العاملين: يفترض النموذج أن عوائد الأوراق المالية تتأثر بعاملين فقط، ولكل من العاملين معامل حساسية متعلق به، فيمكن صياغة العائد المتوقع ودرجة المخاطرة الخاصة بالورقة المالية i كما يلي:

$$R_i = \alpha_i + \acute{\beta}_{i1} I_{i1} + \acute{\beta}_{i2} I_{i2} + \varepsilon_i$$

R_i: عائد السهم i ؛

α_i: عائد متوقع لايرتبط بالعامل المحدد و بظروف الجهة المنشأة للورقة؛

$\acute{\beta}_{i1}$: معامل الحساسية تجاه العامل الاول؛

$\acute{\beta}_{i2}$: معامل الحساسية تجاه العامل الثاني؛

I_2, I_1:العوامل المحددة ؛

ε_i: العوامل المتبقية الخاصة بالسهم.

3.2.1.معادلة تباين نموذج العامل العاملين من الشكل:

$$\delta_{R_i}^2 = \grave{\beta}_{i1}^2 \delta_{Ii1}^2 + \grave{\beta}_{i2}^2 \delta_{Ii2}^2 + \varepsilon_{\varepsilon i}^2$$

- $\grave{\beta}_{i1}^{2}\delta_{Ii1}^{2}$: المخاطرة المرتبطة بالعامل الاول؛
- $\grave{\beta}_{i2}^{2}\delta_{I2i}^{2}$: المخاطرة المرتبطة بالعامل الثاني؛
- δ_{Ii}^{2}: المخاطرة المرتبطة بالسهم وليس لها علاقة بالمعامل؛

أما التباين المشترك بين ورقتين ماليتين فيكتب بالشكل:

$$cov(i,j) = \beta_{i1}\beta_{j1}\delta_{i1}^{2} + \beta_{i2}\beta_{j2}\delta_{i2}^{2}$$

- β_{i1}: حساسية السهم i تجاه العامل الاول؛
- β_{j1}: حساسية السهم j اتجاه العامل الاول ؛
- δ_{i1}^{2}: تباين العامل المعامل المحدد الاول في العائد؛
- β_{i2}: حساسية السهم i تجاه العامل الثاني؛
- β_{j2}: حساسية السهم j اتجاه العامل المحدد الثاني ؛
- δ_{i2}^{2}: تباين العامل المعامل المحدد الثاني في العائد.

.3.2.2 نموذج ثلاث عوامل : إقترح **فاما وفرانش (Fama ، 1993 / French، 1996)** نموذجا من

ثلاثة عوامل للعائدات المتوقعة، على النحو التالي:

$$E(R_{it}) - R_{Ft} = \beta_{iM}[E(R_{Mt}) - R_{Ft}] - R_{Ft} + \beta_{iS}E(SMB_t) + \beta_{ih}E(HML_t) + \varepsilon_{it}$$

حيث

- SMB: العلاوة الناتجة عن الإستثمار في المحفظة، والتي تولدت من بيع الأسهم الكبيرة وشراء الأسهم الصغيرة (small minus big).
- HML: العلاوة الناتجة عن شراء الأسهم ذات نسبة B/M العالية وبيع الأسهم ذات النسبة B / M المنخفضة (high minus low)
- B/M: نسبة القيمة الدفترية للأسهم العادية إلى قيمتها السوقية.

وقد تم استخدام نموذج العوامل الثلاثة على نطاق واسع في البحث التجريبي الذي يتطلب نموذجا للعوائد المتوقعة لفحص مدى سرعة استجابة أسعار الأسهم للمعلومات الجديدة. كما أنها تستخدم لقياس المعلومات الخاصة من لمديري المحافظ الاستثمارية.

3.2.3.نموذج العوامل لأكثر من عاملين:

يفترض النموذج أن عوائد الأوراق المالية تتأثر بعدة عوامل مشتركة، ولا يعني بالضرورة أنها تؤثر على كافة الأوراق المالية، وهنا تبرز مهمة المستثمر في قوة تحليله ومدى قدرته على تحديد النموذج الملائم، أي تحديد عدد العوامل وما يعكسه وما يقيسه كل واحد منها، وكذا تقدير قيمة العائد نفسه. ويجب أيضا على المحلل التأكد من عدم وجود علاقة قوية بين العوامل حتى لا يخل ذلك بنتائج تطبيق النموذج ، ويمكن صياغة النموذج كما يلي :

$$R_i = \alpha_i + \acute{\beta}_{i1}I_{i1} + \acute{\beta}_{i2}I_{i2} + \acute{\beta}_{i3}I_{i3} + \cdots + \acute{\beta}_{in}I_{in} + \varepsilon_i$$

حيث:

M: عدد العوامل

R_i: عائد السهم i ؛

α_i: عائد متوقع لايرتبط بالعامل المحدد و بظروف الجهة المنشأة للورقة؛

$\acute{\beta}_i$: معامل الحساسية العائد تجاه العوامل؛

I_2, I_1:العوامل المحددة ؛

ε_i: العوامل المتبقية الخاصة بالسهم.

ويمكن صياغة النموذج كما يلي:

$$R_i = \propto_i + \sum_{j=1}^{m}\left(\acute{\beta}_{ij}I_{ij}\right) + \varepsilon_{\varepsilon i}$$

وتصبح معادلة التباين من الشكل:

$$\delta^2_{R_i} = \beta^2_{i1}\delta^2_{i1} + \beta^2_{i2}\delta^2_{i2} + \beta^2_{i3}\delta^2_{i3} + \cdots + \beta^2_{im}\delta^2_{im} + \delta^2_{\varepsilon i}$$

حيث:

$\beta^2_{i1}\delta^2_{i1}$: المخاطرة المرتبطة بالعامل الاول؛

$\delta^2_{\varepsilon i}$: المخاطر المرتبطة بالسهم وليس لها علاقة بالعوامل المحددة.

$$\delta^2_{R_i} = \sum_{j=1}^{m}\left(\acute{\beta}_{ij}I_{ij}\right)^2 + \alpha^2_{\varepsilon i}$$

3.2.4.نموذج العوامل القطاعية:

عادة ما تتغير عوائد الاوراق المالية لقطاع اقتصادي ما نتيجة لعوامل تؤثر تحديدا على هذا القطاع، لذا وجد نموذج العوامل القطاعية، كذلك إن العلاقة الطردية أو العكسية بين حركة عائد ورقتين، تصدرهما منشأتين تنتميان إلى قطاع مختلف، يرجع إلى وجود ارتباط بين العوامل القطاعية. وعليه يجب أن يكون معامل الإرتباط بين هذه العوامل صغيرا جدا ، وفي حالة الإرتباط الإيجابي التام لا يمكن إعتبار هذه العوامل قطاعية أصلا. ويمكن صياغة النموذج بالنسبة لورقة مالية كما يلي :

$$R_i = \alpha_i + \acute{\beta}_{i1} I_{i1} + \acute{\beta}_{i2} I_{i2} + \acute{\beta}_{i3} I_{i3} + \cdots + \acute{\beta}_{in} I_{in} + \varepsilon_i$$

وهذا يعني أن كل ورقة مالية يتأثر عائدها بعامل واحد وهو العامل المرتبط بالقطاع الذي تنتمي إليه الشركة المصدرة لتلك الورقة.

مثال3.6: لدينا المعطيات التالية المتعلقة لثلاث محافظ مالية تعطى على النحو الاتي:

B_{j2}	β_{j1}	$E(R_i)$	المحفظة
0.4	0.2	0.10	A
0.8	0.6	0.12	B
0.6	0.4	0.16	C

المطلوب:

1. كتابة معادلة نموذج العوامل؛
2. احسب قيمة معامل بيتا للمعاملات علما ان $W_A=0.5$، $W_B=0.25$، $W_C=0.25$؛
3. احسب قيمة العائد المتوقع للمحفظة.

الحل:

1. لحساب قيمة المعاملات نستخرج المعادلات التالية من خلال الجدول:

$0.10= a_0+ 0.2a_1 + 0.4a_2$ 1

$0.12= a_0+ 0.6a_1 + 0.8a_2$ 2

$0.16= a_0+ 0.4a_1 + 0.4a_2$ 3

بطرح المعادلة 1 من المعادلة 2 نجد:

$0.02= 0.4a_1 + 0.4a_2$ 4

بطرح المعادلة 1 من المعادلة 3 نجد:

$0.06= 0.2a_1 \quad \Rightarrow \mathbf{a_1=0.3}$

بتعويض قيمة a_1 في المعادلة وقم 4 نجد:

$0.02= 0.4(0.3) + 0.4a_2 \Rightarrow \mathbf{a_2= -0.25}$

بتعويض قيمة a_1 و a_2 في المعادلة وقم 1 نجد:

$0.10= a_0 + 0.2(0.3) + 0.4(-0.25) \Rightarrow \mathbf{a_0= 0.14}$

ونكتب معادلة نموذج العوامل كمايلي:

$$R_i = \alpha_i + \acute{\beta}_{i1} I_{i1} + \acute{\beta}_{i2} I_{i2} + \varepsilon_i$$
$$\boldsymbol{R_i = 0.14 + 0.\acute{3}\beta_{i1} - 0.25\acute{\beta}_{i2}}$$

2. احسب قيمة معامل بيتا للمعاملات:

$$\boldsymbol{\acute{\beta}_p = \sum w_i \beta_{ji}}$$
$$\boldsymbol{\acute{\beta}_{p1} = 0.5(0.2) + 0.25(0.6) + 0.25(0.4) = 0.35}$$
$$\boldsymbol{\acute{\beta}_{p2} = 0.5(0.4) + 0.25(0.8) + 0.25(0.6) = 0.55}$$

3. حساب قيمة العائد المتوقع للمحفظة:

$$\boldsymbol{E(R_P) = 0.14 + 0.3(0.35) - 0.25(0.55) = \quad 10.75\%}$$

4. نظرية التسعير بالمراجحة Arbitrage Pricing Theory APT

قدم ستيفن روس ROSS في سنة 1976 نظرية التسعير بالمراجحة كبديل عن نموذج تسعير الأصول الرأسمالية CAPM، الذي قدمه Sharpe و Lintner و Treynor ، والتي أصبحت أداة التحليل الرئيسية لأسواق رأس المال. ويعتبر نموذج تسعير الأصول الرأسمالية حالة خاصة من نظرية التسعير بالمراجحة، وبالتالي فالمخاطر التي تؤثر على عوائد الأوراق المالية ليست β فقط، بل يوجد عوامل أخرى داخلية وخارجية ،

أي أن لكل عامل خاصة به ، تؤثر على على حساسية السعر للأوراق المالية تبعا لعامل β لهذه الأوراق المالية. (ابراهيم هندي، 1999)

4.1. **الإفتراضات التي تقوم عليها نظرية التسعير بالمراجحة :** تقوم نظرية التسعير بالمراجحة على جملة من الإفتراضات أهمها :

- جميع الأوراق المالية لديها عوائد بتوقع رياضي وتباين محددين؛ يوجد أفراد لديهم القدرة على التنويع الجيد للمحفظة؛
- لا وجود للضرائب والرسوم؛
- لا توجد تكاليف للمعاملات؛
- لا توجد قيود للبيع على المكشوف؛
- تجانس توقعات المستثمرين حول أن العوائد تتولد من خلال نموذج خطي لعدو عوامل؛
- قانون السعر الواحد.

الفرق بين نظرية تسعير بالمراجحة و نماذج العوامل: إن الفرق بين نظرية تسعير بالمراجحة و نماذج العوامل في كون الأولى نظرية توازن. لكن تتشابه في العلاقة بين عائد الورقة المالية والعوامل المؤثرة فيها كما يلي:

$$R_i = \alpha_i + \acute{\beta}_{i1} I_{i1} + \acute{\beta}_{i2} I_{i2} + \acute{\beta}_{i3} I_{i3} + \cdots + \acute{\beta}_{in} I_{in} + \varepsilon_i$$

حيث:

M: عدد العوامل

R_i: عائد السهم i ؛

α_i: عائد متوقع لايرتبط بالعامل المحدد و بظروف الجهة المنشأة للورقة؛

$\acute{\beta}_i$: معامل الحساسية العائد تجاه العوامل؛

I_2, I_1:العوامل المحددة ؛

ε_i: العوامل المتبقية الخاصة بالسهم.

4.2. **التوازن في نظرية تسعير المراجحة :**

حسب نظرية تسعير المراجحة فإن الأوراق المالية التي تتعرض لنفس العوامل تحقق نفس العائد وهذا ما يسمى بقانون السعر الواحد، وعند عدم حدوث هذا القانون تبدأ عملية المراجحة ، حيث يقوم المراجحون باندفاع لشراء الورقة ذات العائد المتوقع أن يرتفع وبيع الورقة ذات العائد المتوقع أن ينخفض، والنتيجة هي ارتفاع سعر الورقة

المالية الأولى وبالتالي انخفاض عائدها ، وانخفاض سعر الورقة الثانية وبالتالي إرتفاع عائدها، وتستمر العملية إلى أن يتساوى عائد الورقتين أي تختفي أرباح المراجحة وذلك بتساوي عائد الورقتين، وفي الأخير يصبح عائد الورقة المالية عبارة عن عائد يعوض عن المخاطر المصاحبة للعوامل ، بالإضافة إلى عائد مقابل الزمن أي عائد على استثمار خالي من المخاطر، وعليه فنظرية تسعير المراجحة هي نظرية توازن.

إن اعتماد قانون السعر الواحد في نظرية تسعير المراجحة يجعل المستثمرين أصحاب المحافظ المالية يقومون بعملية مراجحة لا تنطوي على أية مخاطرة ، وهذا نتيجة قيامهم ببيع وشراء الحوافظ المالية دون اللجوء إلى استخدام مواردهم الذاتية ، ولعل الطريق الملائم للقيام بعملية المراجحة هو البيع على المكشوف ، أي قيام المراجح ببيع المحفظة الخاصة بالمستثمر (أ) إلى مستثمر (ب) وهذا بعد أن توقع أن سعرها سينخفض في المستقبل ، فإذا صحت التوقعات فإن هذا المراجح سوف يقوم بشراء (محفظة المستثمر (أ) مما يجعل المراجح يربح الفرق بين السعر القديم والسعر الجديد المنخفض دون أن يستعمل موارده الخاصة هذا من جهة، ومن جهة أخرى فإن الحوافظ التي كان متوقعا أن ينخفض سعرها والتي تم بيعها سوف يرتفع عائدها بانخفاض سعرها فعلا على عكس الحوافظ التي تم شراؤها، حيث يرتفع سعرها وبالتالي ينخفض عائدها ، وبهذه الطريقة يحدث توازن في السوق يتحقق بزوال فرص المراجحة أي عندما تختفي أرباحها ، وهذا ما يؤدي إلى وجود علاقة خطية بين العائد المتوقع من الاستثمار ومعامل حساسية ذلك العائد للعوامل المؤثرة فيه.

إن المحفظة التي يبيعها المراجح ولا يملكها تسمى بالمحفظة ذات المعامل بيتا المساوي للصفر zero .beta portfolio مما يجعله يتفادى كليا المخاطر ويحقق عائد ناجم عن الفرق بين عائدي المحفظتين وهو عائد خالي من المخاطر.

من بين الإنتقادات الموجهة لنموذج تسعير الأصول الرأسمالية عدم تطرقه للمحفظة ذات المعامل بيتا المساوي للصفر، والتي لا تتعرض للمخاطر المنتظمة، وفي نظرية التسعير بالمراجحة لا تتعرض لمخاطر عاملية . factor risk

4.3. المقارنة بين مكونات نظرية التسعير بالمراجحة ونموذج تسعير الأصول الرأسمالية:

تكون المقارنة على أساس تقدير معامل β للورقة المالية، استنباط معادلة نموذج التسعير بالمراجحة.

4.3.1. تقدير معامل β للورقة المالية:

إن نموذج تسعير الأصول الرأسمالية يزودنا بمعامل β للورقة المالية أو المحفظة، لكن في نظرية التسعير بالمراجحة يتوفر لنا فقط معامل حساسية عائد الورقة لكل عامل مؤثر على حجم العائد المتولد. لنفترض أننا امام نموذج مكون من عاملين فقط كالتالي:

$$R_i = \alpha_i + \acute{\beta}_{i1} I_{i1} + \acute{\beta}_{i2} I_{i2} + \varepsilon_i$$

ولكي نقيس معامل β لتلك الورقة المالية، يصبح من الضروري إيجاد التباين المشترك بين عائد الورقة وعائد السوق (محفظة السوق). وعلى ضوء المعادلة فإن :

$$cov(R_i, R_M) = cov(I_{i1}, R_M)\beta_{i1} + cov(I_{i2}, R_M)\beta_{i2} + cov(\varepsilon_i, R_M)$$

وبما ان:

$$\beta = \frac{cov(I_i, R_M)}{\delta_M^2}$$

فإننا بقسمة طرفي معادلة التباين المشترك على تباين السوق نجد :

$$\beta_i = \frac{cov(I_{i1}, R_M)}{\delta_M^2}\beta_{i1} + \frac{cov(I_{i2}, R_M)}{\delta_M^2}\beta_{i2} + \frac{cov(\varepsilon_i, R_M)}{\delta_M^2}$$

إن قيمة $\frac{cov(\varepsilon_i, R_M)}{\delta_M^2}$ يتوقع ان تكون قريبة من الصفر وبالتالي يمكن تجاهلها.

وبالنسبة للقيمتين المتبقيتين في معادلة β_i فكل منهما يتضمن نسبة التباين المشترك للعامل محفظة السوق مقسوما على تباين السوق نجد:

$$\beta_i = \beta_{I_{i1}}\beta_{i1} + \beta_{I_{i2}}\beta_{i2}$$

حيث:

$\beta_{I_{i1}}$: هي معامل β للعامل الاول؛

$\beta_{I_{i2}}$: هي معامل β للعامل الثاني؛

وهي عوامل لها تأثير على كافة الأوراق المالية وبما أن قيمة β_i ثابتة لكافة الأوراق المالية ، فإن معامل حساسية العامل هو دالة معامل β للورقة المالية أي أن تباين معامل β للأوراق المالية المختلفة، يرجع إلى تباين معاملات حساسيتها للعوامل المؤثرة على ذلك العائد.

4.3.2.استنباط معادلة نموذج التسعير بالمراجحة: يمكن استخدام نموذج تسعير الأصول الرأسمالية لتقدير قيمة العائد الإضافي للتعويض عن وحدة واحدة من المخاطر التي يحدثها العامل فيتحدد العائد المطلوب على الإستثمار على الورقة المالية وفقا لنموذج معادلة CAPM كما يلي:

$$R_i = R_F + [R_M - R_F]\beta_i$$

ولو أن الورقة المالية تتعرض لتأثير عاملين فإن معامل B سيتحدد طبقا لمعادلته السابقة:

$$R_i = R_F + ([R_M - R_F]\beta_i)\left(\beta_{I_{i1}}\beta_{i1} + \beta_{I_{i2}}\beta_{i2}\right)$$

$$R_i = R_F + ([R_M - R_F]\beta_{i1}) + ([R_M - R_F]\beta_{i2})$$

ولما كانت قيمة العامل (I) في معادلة نظرية التسعير بالمراجحة ، فلا تخرج عن كونها العائد الإضافي في مقابل وحدة واحدة من المخاطر العاملية $\beta_{iI} = 1$ ونسميها R_{KI} فإن مقارنة المعادلة الأخيرة مع معادلة نظرية التسعير بالمراجحة نجد:

$$I_{i1} = R_{i1} = [R_M - R_F]\beta_{i1}$$

$$I_{i2} = R_{i2} = [R_M - R_F]\beta_{i2}$$

فتصبح لدينا المعادلة التالية:

$$R_i = R_F + (R_{K1}.\beta_{i1}) + (R_{K2}.\beta_{i2})$$

أو نكتبها كما يلي:

$$R_i = R_F + (I_{i1}.\beta_{i1}) + (I_{i2}.\beta_{i2})$$

وهي نفسها معادلة نظرية التسعير بالمراجحة $R_F=\alpha_i$ وهي نفسها معدل العائد علما أن الخالي من الخطر على أساس أننا نفترض إمكانية الإقراض والإقتراض بذلك المعدل.

4.4. اختبار نظرية التسعير بالمراجحة – APT – :

إن إختبار صلاحية نظرية التسعير بالمراجحة يتطلب تقدير معامل حساسية كل عامل تتضمنه المعادلة بالإضافة إلى تحديد العوامل وفقا للفكر النظري.

4.4.1.اختبار النظرية بتحديد العوامل ومعاملات الحساسية :

يتطلب اختبار نظرية التسعير بالمراجحة استخدام أسلوب للتحليل الإحصائي يطلق عليه التحليل العاملي، وبالاعتماد على هذا التحليل يتم تصنيف المتغيرات التي يحتمل أن تؤثر على عائد المحفظة المالية في مجموعات يطلق عليها عوامل ، وهذا التحليل يتوصل إلى تحديد عدد العوامل وأيضا إلى تحديد معاملات الحساسية.

ومن أبرز الدراسات التطبيقية لهذا المدخل تلك التي أجراها رول و روس (Roll&ROSS) وخرجا من التحليل العاملي بأربعة عوامل تؤثر على عوائد الأوراق المالية ، وهي:

- التغيرات غير المتوقعة في كل من التضخم المتوقع وغير المتوقع؛
- معدل نمو الإنتاج الصناعي؛
- هيكل الأجل لأسعار الفائدة ، والتي تقاس بالفرق بين معدل فوائد السندات طويلة الأجل وقصيرة الأجل؛
- ومكافأة مخاطر تأثير السداد؛ وتقاس بالفرق بين عائد السندات مرتفعة الجودة ومنخفضة الجودة ويؤثر العاملان الأول والثاني على التدفقات النقدية وبالتالي على التوزيعات ومعدل نموها ، أما العامل الثالث والعامل الرابع فيؤثران على المعدل الذي تخصم به تلك المكاسب

4.4.2.اختبار النظرية من خلال تحديد العوامل وفقا للفكر النظري:

وجهت انتقادات للاسلوب السابق وأولها أن العوامل لم تتحدد وفقا للفكر النظري في مجال الإستثمار، بل هي نتائج تجربة عدد من العوامل حددها لنا التحليل العاملي بناءا على علاقات إحصائية بين مكونات كل عامل ، وهذا يقودنا إلى الوصول إلى عوامل من الصعب تفسير كيفية تأثيرها على العائد ، لذا اقترح فرنسيس Francis سنة 1986 عدة عوامل عن طريق الاستعانة بالفكر نظري في مجال الإستثمار، وفي مقدمة هذه العوامل :

- مخاطر تأجيل السداد Default Risk؛
- مخاطر سعر الفائدة Interest Rate Risk ؛
- مخاطر السوق Market Risk؛
- مخاطر القوة الشرائية Purchasing Power Risk؛ . مخاطر الإدارة Management Risk ؛
- مخاطر استدعاء الورقة المالية Callability Risk ؛
- مخاطر تحويل الورقة المالية Convertability Risk؛
- مخاطر تسويق الورقة المالية Marketability Risk ؛

- المخاطر السياسية Political Risk ؛
- مخاطر الصناعة Industry Risk.

و هذه المخاطر تنقسم إلى مخاطر منتظمة ، ومخاطر غير منتظمة .

بعد تحديد العوامل تمر بمرحلة أخرى وهي تحويلها إلى سمات يمكن قياسها ، ومن أمثلة ذلك معدل التوزيعات النقدية معامل بيتا، مستوى جودة الأوراق المالية – المنشورة في البورصة – ... ، حيث يمكن اعتبار كل سمة من هذه السمات على أنها معاملات حساسية عائد المحفظة المعنية لتلك السمة، وبالتالي لاختبار أي محفظة مالية مستخدمة كعينة للنموذج لابد من توفر كلا من معامل حساسية عائدها لكل صفة معينة، وبالإضافة إلى متوسط معدل العائد على الاستثمار في كل ورقة مالية، يمكن تقدير تسعير السوق لكل وحدة من وحدات المخاطر التي تنطوي عليها تلك السمات، اعتمادا على معادلة نظرية التسعير بالمراجعة.

مثال4.6: لتك لدينا المعطيات التالية لعوائد اربعة الوراق مالية والعوامل الخطرة المؤثرة فيها كما هو موضح في الجدول التالي:

الورقة المالية	$E(R_i)$	β_{j1}	B_{j2}
A	0.18	1	2.5
B	0.06	1.5	1.9
C	0.22	.0	0.8
D	0.08	2	1.8

المطلوب:

إذا علمت ان معامل β للورقة المالية الاولى 5% ومعامل β للورقة المالية الثانية 4%، وان معدل العائد الخالي من المخاطر 6%.

- احسب قيمة العائد لكل ورقة مالية عند التوازن (العائد التوازني). ماذا تستنتج؟.
- احسب معامل β لكل ورقة وفق نموذج تسعير الاصول الراسمالية استنادا الى معدلات العوائد التوازنية، علما ان عائد السوق 12%.

الحل:

1. احسب قيمة عائد السهم عند التوازن

يتم حساب قيمة العائد وفق العلاقة الرياضية التالية:

$$R_i = R_F + (I_{i1}.\beta_{i1}) + (I_{i2}.\beta_{i2})$$

اذن:

R_A= 0.06+1(0.05)+2.5(0.04)= **0.21**

R_B= 0.06+1.5(0.05)+1.9(0.04)= **0.21**

R_C= 0.06+0.8(0.05)+0.8(0.04)= **0.132**

R_D= 0.06+2(0.05)+1.8(0.04)= **0.232**

نلاحظ من خلال النتائج المتحصل عليها بعد حساب العائد التوازني لكل سهم ومقارنتها بالعائد المتوقع الموضح في الجدول لكل سهم، ان العائد المتوقع للسهم C أكبر من معدل العائد التوازني وهذا يعني ان هذا السهم مقيم بأقل من قيمته في السوق، اما فيما يخص العائد المتوقع للاسهم (A,B,D) فهو اقل من معدل العائد التوازني وهذا يعني ان هذه الاسهم مقيم بأعلى من قيمتها في السوق(مبالغ في قيمتها)، وعليه فإن هذا المستثمر يقوم بشراء الورقة المالية C وبيع كل من A و B وD وسيقوم باقي المستثمرون بإتباع نفس السلوك مما يسهم في زيادة قيمة السهم C وانخفاض قيمة كل من Aو B وD ويستمر ذلك الى غاية الوصول الى العائد التوازني.

2. حساب معامل β لكل ورقة وفق نموذج تسعير الاصول الراسمالية:

لدينا العائد التوازني لكل سهم (العائد بعد المراجحة)، قيمة الاصل الخالي من المخاطر **R_f=6%** ، عائد السوق **.R_m=12%**

$$R_i = R_F + .\beta_i(R_M - R_F)$$

اذن:

$$0.21 = 0.06 + \beta_A(0.12 - 0.06) \quad \Rightarrow \quad \beta_A = 2.5$$

$$0.21 = 0.06 + \beta_B(0.12 - 0.06) \quad \Rightarrow \quad \beta_B = 2.5$$

$$0.132 = 0.06 + \beta_C(0.12 - 0.06) \quad \Rightarrow \quad \beta_C = 1.2$$

$$0.232 = 0.06 + \beta_D(0.12 - 0.06) \quad \Rightarrow \quad \beta_D = 2.86$$

نلاحظ من خلال النتائج المتحصل عليها ان كل الاسهم تنتهج اسلوب السياسة الهجومية.