Université Abdelhafid Boussouf - Mila 2024 − 2025
Institut des Mathématiques et informatique
Département des Mathématiques **L3 :Mathématiques Appliquées** 3

Série TD1 : Optimisation unidimensionnelle

Exercice 1. *(Formulation)*
Soit un réservoir rectangulaire à toit ouvert, de hauteur x_1 et les longueurs des côtés de la base x_2 et x_3. (Le but d'une telle conception pourrait être minimiser les pertes de chaleur par les côtés). L'objectif est d'essayer d'obtenir la plus petite surface qui entoure un volume donné V.

1. *Écrire le modèle mathématique avec contrainte puis sans contrainte.*
2. *Si $x_2 = x_3$, trouver la plus petite surface qui renferme un volume donné $V = 5$.*

Exercice 2. *(Calculs différentielles)*

1. *Soit f une fonction de classe C^2 et x^* est un minimum local, montrer que :*

$$f(x^* + h) > f(x^*), \quad \text{pour } h \text{ suffisamment petit.}$$

2. *Déterminer les points critiques, puis la nature de ces points, de*

$$f(x) = 4cosx^2 - sinx^2 - 3, \quad f(x) = 3x^4 - 20x^3 - 24x^2 + 240x + 400.$$

Exercice 3. *(Condition d'otimalité)*
Considérons la fonction suivante :

$$f(x) = x^3 - 3x - 2, \quad x \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

1. *Déterminer les points critiques de $f(x)$ en résolvant $f'(x) = 0$.*
2. *Vérifier si ces points sont des minimums ou des maximums en utilisant la condition de la dérivée seconde.*
3. *Trouver un intervalle $[a, b]$ contenant un minimum local de $f(x)$ avec $x_0 = 0.7$ et un pas égale 0.3.*

Exercice 4. *(Section dorée et Bisection)*
Soit la fonction unimodal $f(x) = x^2 + 4cosx$, $x \in \mathbb{R}$. On cherche à localiser le minimum dans $[1, 2]$, avec une tolérance de 0.01.

1. *En deux itérations, utiliser la méthode da la section dorée avec une incertitude $\rho = 0.2$*
2. *Calculer le nombre d'itérations possible par la bissection. Puis appliquer la méthode en deux itérations.*

Exercice 5. *(Newton et Secante) Considérons la fonction :*

$$f(x) = e^{-x} + x^2, \quad x \in \mathbb{R}. \tag{2}$$

1. *Trouvez le point critique de $f(x)$ en résolvant $f'(x) = 0$.*
2. *Appliquez la méthode de Newton pour trouver le minimum de $f(x)$ en partant de $x_0 = 1$, avec une tolérance de $\epsilon = 0.0001$.*
3. *Si la dérivée seconde $f''(x)$ n'est pas disponible, utilisez la méthode de la sécante pour résoudre le même problème avec les mêmes conditions initiales.*
4. *Comparez les résultats et le nombre d'itérations nécessaires.*