

SÉRIE 1 Formulation d'un programme linéaire (PL)

Exercice 1.

Lesquelles des contraintes suivantes (ou leurs équivalentes) peuvent être utilisées dans un programme linéaire :

$$x_1 + x_2 \leq 20, \quad 3x_1 + 7x_2 < 5, \quad x_1^2 + x_1x_2 = 15, \quad \sqrt{2x_2} + x_1 = 40, \quad \frac{5x_1+x_2}{x_1} \leq 4$$

Exercice 2. (Un problème de restauration)

Un restaurateur peut offrir deux types de plats indifféremment. Des assiettes à 80 DA, contenant 5 sardines, 2 merlans et 1 rouget.

Des assiettes à 120 DA, contenant 3 sardines, 3 merlans et 3 rougets. Il dispose de 30 sardines, 24 merlans et 18 rougets.

Comment doit-il disposer pour réaliser la recette maximale ?

Exercice 3. : (Problème de découpe)

Une usine a reçu des plaques de métal d'une largeur de 200 cm et d'une longueur de 500 cm. Il faut en fabriquer au moins 30 plaques de largeur de 110 cm, 40 plaques de largeur de 75 cm et 15 plaques de largeur de 60 cm. Donner le modèle mathématique pour que les déchets soient les plus petits possibles.

Exercice 4.

Une usine fabrique trois sortes de pièces (P_1, P_2, P_3) à l'aide de deux machines (M_1, M_2). Chaque pièce en cours de fabrication doit passer successivement sur les deux machines dans un ordre indifférent et pendant les temps suivants (en minutes)

Machines	Temps d'usinage (minutes par pièce)		
	P_1	P_2	P_3
M_1	2	4	3
M_2	6	12	3

La machine M_1 est disponible 8 heures, la machine M_2 est disponible 10 heures. Le profit réalisé sur une pièce P_1 est de 50 DA, sur une pièce P_2 est de 80 DA, celui réalisé sur une pièce P_3 est de 60 DA.

Combien doit-on fabriquer de pièces P_1, P_2 et P_3 pour avoir un profit total maximum ? Donner un modèle mathématique du problème.

Exercice 5. : (Préparation de Gâteaux)

Un boulanger a la possibilité de faire trois types de gâteaux G_1, G_2 et G_3 . Il utilise à cet effet de la farine (E_1), du beurre (E_2), des oeufs (E_3), du sucre (E_4) et de la levure (E_5). Les quantités a_{ij} de l'élément E_i intervenant dans l'élaboration du gâteau G_j sont données dans le tableau ci-dessous :

	G_1	G_2	G_3
E_1	1	1	2
E_2	1	2	1
E_3	2	1	1
E_4	1	2	0
E_5	1	2	2

Le boulanger dispose de 20 unités de E_1 , 10 de E_2 , 20 de E_3 , 20 de E_4 et 10 de E_5 .

Les bénéfices unitaires valent respectivement 2 pour G_1 , 5 pour G_2 et 7 pour G_3 .
Ecrire le programme linéaire qui détermine le nombre de gâteaux à confectionner de façon à maximiser le bénéfice total.