

Série de td n : 1 de théorie des graphes

**Exerice n : 1**

Construire un graphe  $G = (V, E)$  avec  $V(G) = \{ v_i / i = 1, \dots, 10 \}$  et  $E(G) = \{ v_i v_j /, i \neq j, i+j \geq 10 \}$

Donner

1. l'ordre  $|G|$  du graphe G
2. son degré maximum  $\Delta(G)$
3. le nombre d'arêtes  $|E|$
4. le degré des sommets  $v_3$  et  $v_5$
5. son degré minimum  $\delta(G)$
6. les ensembles  $N(v_3)$  et  $N(v_5)$

**Exerice n : 2** 1. Reconstruisez les graphes à partir des matrices d'adjacences sui-

vantes :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

**Exerice n : 3** Un graphe est dit complet si son nombre d'arêtes est maximum.

1. Montrer que dans un graphe complet d'ordre  $n$ , chaque sommet est de degré  $n - 1$ .
2. Donner le nombre d'arêtes d'un graphe complet d'ordre  $n$ .
3. Soit  $G$  et  $G'$  deux graphes complets d'ordre  $n$ . Sont ils isomorphes ?
4. Soit  $G$  un graphe d'ordre 6. Montrer que  $G$  ou  $\overline{G}$  ( $\overline{G}$  c'est le complémentaire de G) contient un triangle.

**Exerice n : 4** Soit le graphe  $G = (V, E)$  avec :

$$V = \{A, B, C, D, E\}, \quad E = \{(A, B), (B, C), (C, D), (D, E), (E, A), (A, C)\}.$$

1. Dessiner  $G$ .
2. Donner un sous-graphe  $H$  de  $G$ .
3. Donner un graphe partiel de  $G$ .
4. Donner un sous-graphe partiel de  $G$ .
5. Déterminer si le graphe  $G$  ci-dessus est réflexif, symétrique, antisymétrique, complet ou biparti.
6. Construire le graphe biparti complet  $K_{3,3}$ .
7. Vérifier si  $K_{3,3}$  est planaire.
8. Vérifier si  $G$  est connexe.

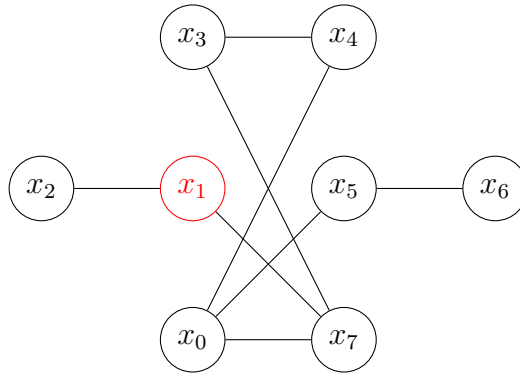


FIGURE 1 – graphe G

9. Vérifier si  $G$  est fortement connexe si on le considère comme un graphe orienté.

**Exerice n : 5**

1. Préciser les caractéristiques du graphe G dans la figure 1 : le rayon, le diamètre, un ensemble stable maximum et le nombre chromatique.
2. Ce graphe est-il planaire ? justifier .
3. Ce graphe est-il eulérien ? est-il semi eulérien ? justifier.
4. Ce graphe est-il hamiltonien ? est-il semi hamiltonien ? justifier.
5. Donner un couplage parfait et un couplage maximum sur ce graphe.