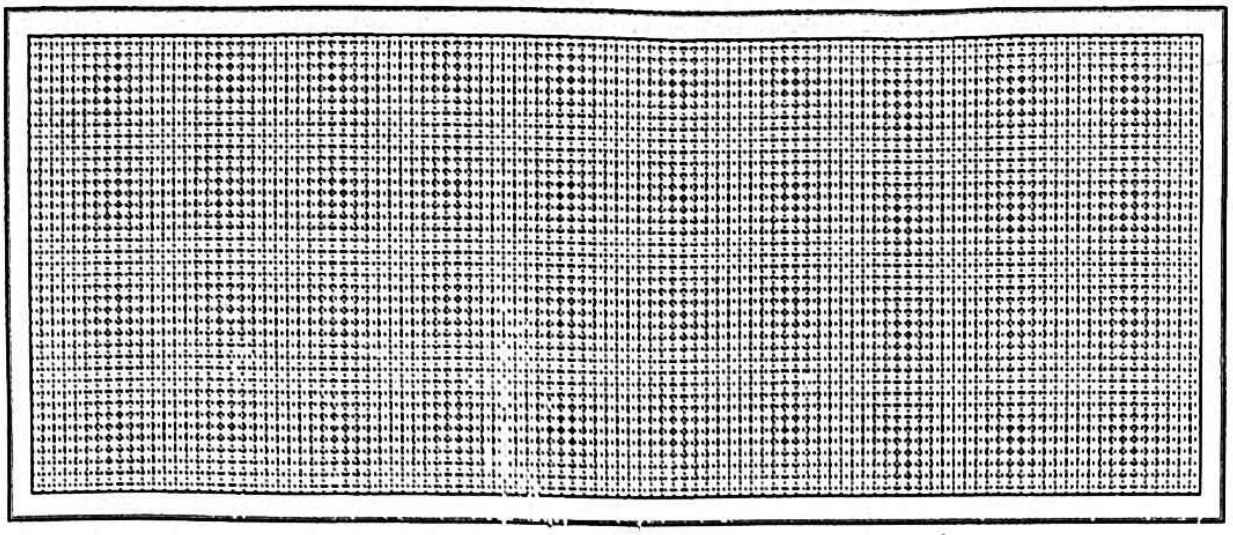


التمرين 01: (08,5 نقاط)

I

1) نوع القانون الذي يتبعه X: هو القانون الثنائي (ذي الحدين) حيث: $n=9$, $p=0,8$

$X \rightsquigarrow B(n,p) \Rightarrow X \rightsquigarrow B(9, 0,8)$

$P(X=x) = C_n^x p^x q^{n-x}$, $x = 0, 1, \dots n$

$= C_9^x (0,8)^x (0,2)^{9-x}$, $x = 0, 1, \dots, 9$

2) حساب الأمل الرياضي، التباين والانحراف المعياري

$E(X) = np = (9)(0,8) = 7,2$

$V(X) = npq = (9)(0,8)(0,2) = 1,44$

$\sigma_X = \sqrt{npq} = \sqrt{1,44} = 1,2$

3) حساب احتمال نجاح مكالمة واحدة:

$P(X=1) = C_9^1 (0,8)^1 (0,2)^8 = 0,000018$

4) حساب احتمال فشل مكالمة واحدة:

فشل مكالمة من بين 9 مكالمات يعني 8 مكالمات ناجحة

$P(X=8) = C_9^8 (0,8)^8 (0,2)^{9-8} = 0,3019$ 0,25 0,25

5) حساب احتمال فشل مكالمة واحدة على الأكثر = فشل مكالمة واحدة على الأكثر يعني إما فشل مكالمة أو عدم فشل مكالمة أي:

$P(X \geq 8) = P(X=8) + P(X=9)$ 0,25

$P(X=8) = 0,3019$ 0,25

$P(X=9) = C_9^9 (0,8)^9 (0,2)^{9-9} = 0,1342$ 0,25 0,25

$P(X \geq 8) = 0,3019 + 0,1342$

$= 0,4361$ 0,25

0,25

II

1) نوع القانون الاحتمالي الذي يتبعه Y هو قانون التوزيع الهندسي

$X \sim G(p) \rightarrow Y \sim G(0,8)$ 0,25

$P(Y=y) = p \cdot q^{y-1}$; $y = 1, 2, 3, \ldots$ 0,25

$= (0,8)(0,2)^{y-1}$; $y = 1, 2, 3, \ldots$ 0,25

2) حساب الأمل الرياضي، التباين والانحراف المعياري:

$E(Y) = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,8} = 1,25$ 0,5

$V(Y) = \frac{q}{p^2} = \frac{0,2}{(0,8)^2} = 0,3125$ 0,5

$\sigma_X = \sqrt{0,3125} = 0,5590$ 0,5

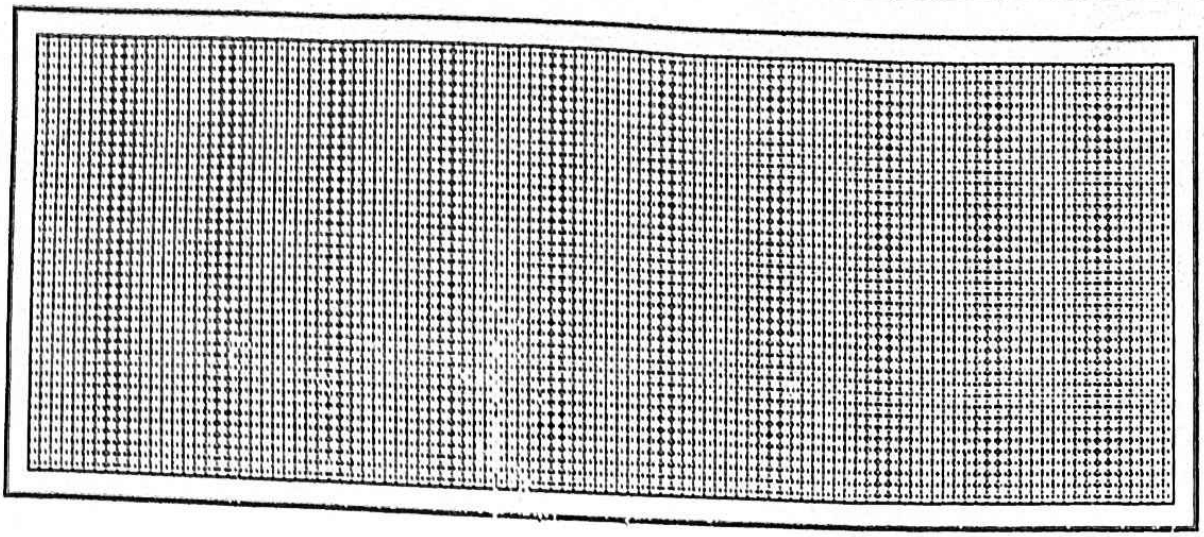
3) حساب احتمال ربح مكالمة واحدة على الأكثر:

$P(Y \leq 2) = P(Y=1) + P(Y=2)$ 0,25

$= [(0,8)(0,2)^{1-1}] + [(0,8)(0,2)^{2-1}]$ 0,5

$= 0,8 + 0,16$

$= 0,96$ 0,25



التمرين الثاني: (4,75 نقطة)

1) القانون الاحتمالي للمتغير X مع كتابة معادلته: هو القانون الطبيعي (1)
بطريقة الدالة المولدة هو دالة الكثافة الاحتمالية حيث:
$\sigma = 0,8$ (0,25) $\mu = 25$ (0,25)
وعليه فإن المتغير العشوائي X يتبع التوزيع الطبيعي حيث: $\mu = 25$
و تباين $\sigma^2 = (0,8)^2 = 0,64$ أي
$X \sim N(25, 0,64)$ (0,25)
$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-25}{0,8}$ (0,25)

2) حساب نسبة الأكياس التي يتجاوز وزنها 26,12 كغ
$P(X > 26,12) = P\left(Z > \frac{26,12-25}{0,8}\right)$ (0,25)
$= P(Z > 1,4)$
$= 1 - P(Z \leq 1,4)$ (0,25)
$= 1 - \Phi(1,4)$
$= 1 - 0,91924$
$= 0,08076$ (0,25)

3) حساب نسبة الأكياس التي يقل وزنها عن 23,6 كغ
$P(X < 23,6) = P\left(Z < \frac{23,6-25}{0,8}\right)$ (0,25)
$= P(Z < -1,75)$ (0,25)
$= \Phi(-1,75)$
$= 0,04006$ (0,25)

4) ايجاد قيمة a و b

$p(X<a) = p\left(Z < \frac{a-25}{0,8}\right) = 0,85$ (0,25)

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري وبالبحث عن القيمة الاحتمالية (0,85) نجد كل من القيمتين (0,8508) و (0,84849) نختار الأقرب أي القيمة الجدولية (0,8508) وتقابلها ($Z=1,04$)

$\frac{a-25}{0,8} = 1,04$ (0,25)

$\Rightarrow \boxed{a = 25,832 \ K.G}$

$p(X>b) = p\left(Z > \frac{b-25}{0,8}\right) = 0,25$ (0,25)

بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي المعياري ونظرا لتركيبة الجدول الاحتمالية (0,25) تقع بين القيمتين (0,24825) و (0,25143) نختار الأقرب أي القيمة الجدولية ($Z=-0,67$) وتقابلها

$\frac{b-25}{0,8} = -0,67$ (0,25)

$\Rightarrow \boxed{b = 24,464 \ K.G}$

حل التمرين 03: (5,25)

1) كتابة دالة كثافة التوزيع لـ χ^2 (0,25)

$f(x) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right) 2^{\frac{\nu}{2}}} x^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$

$= \frac{1}{\Gamma\left(\frac{8}{2}\right) 2^{\frac{8}{2}}} x^{\frac{8}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$ (0,25)

$= \frac{1}{\Gamma(4) 2^4} x^3 e^{-\frac{x}{2}}$ (0,25)

2) ايجاد الأمل والتباين: (0,25)

$E(X) = \nu = 8$ (0,25)

$V(X) = \sigma^2 = 2\nu = 2(8) = 16$ (0,25)

3) حساب $P(3,49 < X < 5,07)$

$P(3,49 < X < 5,07) = P(X > 3,49) - P(X > 5,07)$ 0,25

$= 0,90 - 0,75$ 0,25

$= 0,15$ 0,25

ب/ 1) التأكد: $\nu = 50$

حساب $\chi^2_{\alpha,\nu}$ التي تحقق $P(X > \chi^2_{\alpha,\nu}) = 0,05$

$\chi^2_{0.05,\,50} = 67,50$ 0,5

2) حساب $P(X < 49,33)$ و $P(X \geq 63,17)$ باستعمال توزيع مناسب

- باستعمال التقريب الطبيعي: إذا تحقق الشرط ($\nu \geq 30$) 0,25

0,25

لدينا: $\nu = 50 > 30$ و منه 0,25

$$Z = \frac{X - \nu}{\sqrt{2\nu}} = \frac{X - 50}{\sqrt{100}} = \frac{X - 50}{10}$$ 0,25

$P(X \geq 63,17) = P\left(Z \geq \frac{63,17 - 50}{10}\right)$ 0,25

$= P(Z \geq 1,31)$

$= 1 - P(Z < 1,31)$ 0,25

$= 1 - \Phi(1,31)$

$= 1 - 0,9049$ 0,25

$= 0,0951$

$P(X < 49,33) = P(Z < \frac{49,33 - 50}{10}) = P(Z < -0,06) = \Phi(-0,06) = 0,4760$

0,25 0,25 0,25

0,50

التمرين رقم 04 : (2 نقاط)

1) إيجاد قيمة C: نعلم أن المتغير العشوائي X يتبع توزيع بيتا معلمتيه بالمطابقة مع دالة الكثافة الاحتمالية المعرفة بالشكل:

$$f(x)\begin{cases}\dfrac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} & ; 0<x<1\\ 0 & ; O.W\end{cases}$$

$\alpha - 1 = 2 \Rightarrow \alpha = 3$ ... 0,25

$\beta - 1 = 1 \Rightarrow \beta = 2$ ... 0,25

$$C = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} = \frac{\Gamma(3+2)}{\Gamma(3)\Gamma(2)} = \frac{24}{2} = 12$$ ... 0,25

$C = 12$ ... 0,25

2) حساب $P(X \leq 0,6)$

$$P(X \leq 0,6) = \int_0^{0,6} 12 \cdot x^2 \cdot (1-x)\,dx$$

$$= 12 \int_0^{0,6} x^2(1-x)\,dx$$ ... 0,25

$$= \left[4x^3 - 3x^4\right]_0^{0,6}$$

$$= 0,4752$$

3) إيجاد المتوسط والتباين

$$E(X) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5}$$ ... 0,5

$$V(X) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)} = \frac{3\times 2}{(3+2)(3+2+1)} = \frac{1}{25}$$ ... 0,5