Centre universitaire Abdelhafid Boussouf- Mila

Deuxième Année LMD Mathématiques Matière : Analyse 04

Responsable de la matière : Dr. Smail KAOUACHE

TD 2 : **Intégrales multiples**

Exercice n°1 :

1) Soit $D_1 = [0,1] \times [0,2]$. Calculer $I_1 = \iint\limits_{D_1} y \dfrac{\exp(2x+y^2)}{1+\exp(x)} dxdy$.

2) Soit $D_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 1,\ y > 1,\ x+y < 3\}$. Calculer $I_2 = \iint\limits_{D_2} \dfrac{dxdy}{(x+y)^3}$.

Exercice n°2 :

1. Soit $D_1 = [0,+\infty[$. Calculer l'intégrale généralisée de Gauss $I_1 = \int\limits_{D_1} \exp(-x^2)dx$.

2. Soit $D_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < y < 2x,\ xy < 4,\ x^2+y^2 > 4\}$. Calculer $I_2 = \iint\limits_{D_2} x^2 y dxdy$.

3. Soit $D_3 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x^2+y^2 < 4\}$. Calculer $I_3 = \iint\limits_{D_3} \dfrac{\cos(x^2+y^2)}{2+\sin(x^2+y^2)} dxdy$.

4. Soit $D_4 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 < 1,\ x+y > 1\}$. Calculer $I_4 = \iint\limits_{D_4} \dfrac{dxdy}{(x^2+y^2)^2}$.

5. Soit $D_5 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2-2x < 0,\ x > 1\}$. Calculer $I_5 = \iint\limits_{D_5} \dfrac{dxdy}{(x^2+y^2)^2}$

6. Soit $D_6 =]0,1[\times]0,1[$. En effectuant le changement de variables $x = u^2,\ \ y = \dfrac{v}{u}$, calculer $I_6 = \iint\limits_{D_6} \dfrac{dxdy}{(1+x)(1+xy^2)}$.

7. Soit $D_7 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < \sqrt{2}y < x,\ 1 < \ x^2-y^2 < 4\right\}$. En effectuant le changement de variables $u = x^2-y^2,\ \ v = \dfrac{y}{x}$, calculer $I_7 = \iint\limits_{D_7} \dfrac{y}{x^3} \sin(\pi(1-\dfrac{y^2}{x^2}))dxdy$.

8. Soit $D_8 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x < y < 2x \ \text{ et } x < y^2 < 2x\}$.

   8.1. Calculrt $I_8 = \iint\limits_{D_8} \dfrac{y}{x} dxdy$.

   8.2. En effectuant lr changement de variables $u = \dfrac{x}{y}$ et $v = \dfrac{y^2}{x}$, retrouver lavaleur de I_8.

Exercice n°3 :

1. Soit D_1 l'intÃ©rieur du tétraède de sommets $(0,0,0)$, $(1,0,0)$, $(0,1,0)$ et $(0,0,1)$. Calculer $I_1 = \iiint\limits_{D_1} \dfrac{dxdydz}{(x+y+z+1)^2}$.

2. Soit $D_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 < x^2+y^2+z^2 < 2\}$. Calculer $I_2 = \iiint\limits_{D_2} \dfrac{dxdydz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$.

3. Soit $D_3 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 < 1, x^2+y^2+z^2 < 4,\ z > 0\}$. Calculer $I_3 = \iiint\limits_{D_3} z dxdydz$.

4. Soit $D_4 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < z < 4-x^2-y^2\}$. Calculer $I_4 = \iiint\limits_{D_4} z dxdydz$.

5. Soit $D_5 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 < z^2,\ 0 < z < 3\}$. Calculer $I_5 = \iiint\limits_{D_5} z(x^2 + y^2)dxdydz$.

6. Soit $D_6 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 < 2z,\ x^2 + y^2 + z^2 < 3\}$. Calculer $I_5 = \iiint\limits_{D_5} (x + y + z)^2 dxdydz$.

7. Calculer les volumes d'un cylindre, d'une sphère, d'un ellipsoide, de l'ellipsoide d'équation :

$$x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$$

.