***Série de TD N°4 : Dualité***

**Exercice 1.**

Soit le programme linéaire suivant :

Max Z=3$x\_{1}$-$x\_{2}$
$$\left\{\begin{array}{c}2x\_{1}+x\_{2}\geq 2\\x\_{1}+3x\_{2}+x\_{3}=3\\x\_{1}+x\_{2}\geq 1\\x\_{1},x\_{2},x\_{3}\geq 0\end{array}\right.$$

Résoudre (P) géométriquement.

Ecrire le dual (D) de (P).

Résoudre (D) en utilisant le théorème des écarts complémentaires.

**Exercice 2.**

Soit le programme linéaire suivant :

 

Laquelle des deux bases suivantes {2, 5, 6}, {1, 3, 6} est optimale ? dire pourquoi et donner sa solution.

Ecrire le dual de ce programme linéaire et lui en déduire une solution optimale ?

**Exercice 3.**

Soit le programme linéaire (P) suivant :

Max Z=4.5$x\_{1}$+2.5$x\_{2}$+ $x\_{3}$+3$x\_{4}$

$$\left\{\begin{array}{c}2x\_{1}+x\_{2}+x\_{4}\leq 3\\x\_{1}-2x\_{2}+2x\_{3}\leq 10\\3x\_{1}+2x\_{2}+x\_{3}+2x\_{4}\leq 8\\x\_{1},x\_{2},x\_{3},x\_{4}\geq 0\end{array}\right.$$

Le dernier tableau du simplexe est le suivant.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **VB** | **x1** | **x2** | **x3** | **x4** | **x5** | **x6** | **x7** | **b** |
| **x4** | 2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 |
| **x6** | 3 | -2 | 0 | 0 | 4 | 1 | -2 | 6 |
| **x3** | -1 | 0 | 1 | 0 | -2 | 0 | 1 | 2 |
| **Z** | -½ | -½ | 0 | 0 | -1 | 0 | -1 | -11 |

Ecrire le dual (D) de (P) et déduire sa solution optimale à partir du dernier tableau du primal.

Supposons que C4=4 (le coefficient de x4 dans Z). Donner les solutions optimales de (P) et (D).

**Exercice 4.**

Résoudre le problème linéaire suivant en utilisant l’algorithme dual du simplexe

Min Z=3$x\_{1}$+2$x\_{2}$
$$\left\{\begin{array}{c}3x\_{1}+x\_{2}\geq 3\\4x\_{1}+3x\_{2}\geq 6\\x\_{1}+x\_{2}\leq 3\\x\_{1},x\_{2}\geq 0\end{array}\right.$$